

原子磁気センサを用いた生体熱雑音磁場計測の理論的検討

山下 達也^{1,†} 笈田 武範¹ 濱田 昌司¹ 小林 哲生¹

¹ 京都大学大学院工学研究科 〒615-8510 京都府京都市西京区京都大学桂

E-mail: †yamashita@bfe.kuee.kyoto-u.ac.jp

あらまし 近年、原子磁気センサの生体磁気計測や MRI システムへの応用が注目されている。しかし、原子磁気センサで計測される生体熱雑音の正確な見積もりは未だ成されていない。従来の生体熱雑音を計算する手法は、センサとなるピックアップコイルに直列に接続された生体と等価な抵抗体を考慮するもので、原子磁気センサに直接適用できるものではない。今回、生体を微小体積に分割し、それぞれに配置した、熱エネルギーによる電流を表すランダム電流素がセンサ部に生じさせる磁束密度の分散を計算することで生体熱雑音の大きさを見積もる新たな手法を提案した。まず、ピックアップコイルをセンサとした系を用いて従来法と本手法を比較し、本手法の妥当性を検証した。さらに、原子磁気センサをセンサとする系に本手法を適用し、実頭部モデルより生じる生体熱雑音の大きさを見積もった。

キーワード 熱雑音, 原子磁気センサ, 生体磁気計測

Theoretical formulation on thermally generated magnetic field noise measured with atomic magnetometer

Tatsuya YAMASHITA^{1,†} Takenori OIDA¹ Shoji HAMADA¹ and Tetsuo KOBAYASHI¹

¹ Graduate School of engineering, Kyoto University Kyoto-Daigaku-Katsura, Nishikyo-ku, Kyoto, 615-8510 Japan

E-mail: †yamashita@bfe.kuee.kyoto-u.ac.jp

Abstract In recent years, there has been considerable interest in applying atomic magnetometer (AM) to biomagnetic measurement including MRI. However, a precise estimation of the thermal noise generated from biological object has not been carried out. Conventionally, the thermal noise has been estimated by considering a resistor that is electrically equivalent to a biological-conductive sample and is connected in series to a pickup coil. However, this method has major limitations in that the receiver has to be a coil and that it cannot be applied directly to a system using AM. In this paper, we propose a method to estimate the thermal noise measured by AM. We calculate the thermal noise from the variance of the magnetic sensor output produced by current-dipole moments that simulate thermally fluctuating current sources in a biological sample. We validate the proposed method by comparing our results with those obtained by conventional method with the system using the pickup coil as the sensor. Then, we apply the proposed method to the system using AM as the receiver with realistic head model and estimate the thermal noise.

Keyword Thermal noise, Atomic magnetometer, Biomagnetic measurement

1. はじめに

近年、超伝導量子干渉素子(SQUID)[1]や光ポンピングを用いた原子磁気センサ(AM)[2]といった高感度磁気センサの開発が目覚ましい発展を遂げており、これらの生体磁気計測への応用が期待されている。本研究では、その中でも特に、冷却装置を必要としない低コストな原子磁気センサに着目した。

磁気共鳴画像(MRI)や脳磁図 MEG などの生体磁場計測装置では、高い信号対雑音比(SNR)が要求される。

本研究では、SNR を見積もる上で重要なノイズ源となる生体より生じる熱雑音[3, 4]に着目し、その大きさを検討する。

従来、生体熱雑音は、センサであるピックアップコイルに直列に接続された生体と等価な抵抗体を考えることで見積もられてきた[5-7]。Hoult らはサンプルで消費される電力を解析式によって計算し、サンプルと等価な抵抗体の抵抗値を求めた[5]。また、Myers らは、軸対称な系において、ピックアップコイルを流れる電流がサンプル内に作り出すベクトルポテンシャルを体

積積分することでサンプルで消費される電力を計算し、等価抵抗値を求めた[6]. 上記の2手法は解析式を用いて等価抵抗値を求めるものであり、サンプルが単純な形状を持つ場合にしか適用できないが、Hatadaらはコイルによって頭部モデル内に誘導される電磁界を解析し、有限要素法を用いて、消費される電力を計算し、等価抵抗値を求めた[7]. しかし、これらの手法は、ピックアップコイルをセンサとして用いることを前提としたものであり、原子磁気センサを用いたシステムに直接適用できるものではない. 本研究では、原子磁気センサに適用可能な生体熱雑音の計算手法を提案する.

2章では提案手法についての説明を行う. 次に、3章では、ピックアップコイルをセンサとする系を用いて、従来法と提案手法の2手法で得た結果を比較し、提案手法の検証を行う. ここで、従来法として、上に述べた、解析式を用いるものと、数値計算を用いるものの2手法を用いた. そして4章では、提案手法を原子磁気センサと実頭部モデルからなる系に適用し、熱雑音の大きさを検討する.

2. 提案手法

本章では提案手法の説明を行う. なお、環境磁場ノイズの影響は無視した. また、本研究は、低磁場MRI、MEGといった低周波領域で動作する生体磁気計測装置を想定しているため、容量性カップリングの影響によるノイズも無視した.

2.1. 提案手法の概要

まず生体サンプルを微小体積 dV^i に分割して考え、各 dV^i 内に電流ダイポールモーメント $d\mathbf{P}^i$ を仮定する. $d\mathbf{P}^i$ は dV^i 内に生じる1次電流を表現している. 1次電流とは、熱エネルギーによって dV^i 内に生じるもので、サンプル内で電流源として働く. ここで、単位体積当たりの電流ダイポールモーメント \mathbf{p} を次式により定義する.

$$d\mathbf{P}^i = \mathbf{p}dV^i \quad (1)$$

\mathbf{p} は dV^i 内の電子が熱運動することによって生まれるものであるが、これを dV^i 内に仮定したランダムな速度ベクトル \mathbf{V}_Q を持つ1つの電荷で等価的に表す.

$$\mathbf{p} = K\mathbf{V}_Q \quad (2)$$

式(2)で用いた K は、電荷量などの要素を含んだ比例定数である. K の値については2.3節で詳しく検討する. なお今回、 \mathbf{V}_Q の各成分はマクスウェル分布(平均値0, 分散値 $k_B T_C / m_e$ の正規分布)に従うとした. ここで k_B は

ボルツマン定数、 T_C は温度、 m_e は電子の質量である. このとき、式(1)と式(2)より、 $d\mathbf{P}^i$ の各成分は平均値0, 分散値 $K^2 dV^2 k_B T / m_e$ の正規分布に従うことが分かる.

以上のように定義された熱エネルギーによって生じる $d\mathbf{P}^i$ は上でも述べた通り、それぞれ独立な電流源として働き、還流電流を発生させる[8]. その結果として dV^i 内には還流電流と1次電流の和となる電流が流れ、それによりセンサに出力 dY^i が生じる. これをサンプル全体で積分すればセンサ出力 Y が求まり、その分散値 $\sigma^2(Y)$ も計算できる.

ここで $d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i)$ は正規分布に従うため、それによって生じる Y も正規分布に従うと考えられ、その時系列データは互いに相関がなく、ホワイトノイズとなる. このことから、バンド幅を Δf としたときの、 Y のパワースペクトルを S_Y 、 Y の分散値を $\sigma^2(Y)$ と表すとき、 $S_Y = \sigma^2(Y) / \Delta f$ が成り立つ[9]. 以上のようにして、熱雑音磁場のパワースペクトルが計算できる. 次節では、実際の計算手順を数式を用いて説明する.

2.2. 具体的な手順

まず、サンプル内の各 $d\mathbf{P}^i$ がセンサの計測領域に生じさせる磁束密度の大きさを考える. 位置 \mathbf{r}^i の電流ダイポールモーメント $d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i) = [dP_x^i(\mathbf{r}^i), dP_y^i(\mathbf{r}^i), dP_z^i(\mathbf{r}^i)]$ と、それによってセンサの計測領域上の点 \mathbf{r}' に作られる磁束密度 $d\mathbf{B}^i(\mathbf{r}') = [dB_x^i(\mathbf{r}'), dB_y^i(\mathbf{r}'), dB_z^i(\mathbf{r}')]$ とは次式のような関係となる.

$$\begin{bmatrix} dB_x^i(\mathbf{r}') \\ dB_y^i(\mathbf{r}') \\ dB_z^i(\mathbf{r}') \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{B,i} \begin{bmatrix} dP_x^i(\mathbf{r}^i) \\ dP_y^i(\mathbf{r}^i) \\ dP_z^i(\mathbf{r}^i) \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{C}^{B,i}$ は 3×3 行列であり、 $d\mathbf{B}^i(\mathbf{r}')$ の $d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i)$ に対する単位応答を表す.

次に、 $\mathbf{C}^{B,i}$ の各成分を計算する. まず、境界要素法(BEM)を用いた数値電界計算[10,11]を用いて点 \mathbf{r}' に置いた仮想的な磁気モーメント $d\mathbf{m}(\mathbf{r}') = [dm_x(\mathbf{r}'), dm_y(\mathbf{r}'), dm_z(\mathbf{r}')]$ が位置 \mathbf{r}^i に生じさせる電界 $d\mathbf{E}(\mathbf{r}^i) = [dE_x(\mathbf{r}^i), dE_y(\mathbf{r}^i), dE_z(\mathbf{r}^i)]$ を計算する. さらに式(4)で表される相反定理[12]の式に、上記で求めた $d\mathbf{m}(\mathbf{r}')$ と $d\mathbf{E}(\mathbf{r}^i)$ の関係を代入することで $\mathbf{C}^{B,i}$ が計算できる.

$$d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i) \cdot d\mathbf{E}(\mathbf{r}^i) = i\omega d\mathbf{m}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{B}^i(\mathbf{r}') \quad (4)$$

次に、 $d\mathbf{B}^i(\mathbf{r}')$ とセンサの感度方向ベクトル \mathbf{n} の内積をとり、重み係数 $w(\mathbf{r}')$ を乗じ、センサの計測領域に沿って積分すれば、 $d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i)$ に対するセンサの出力 dY^i が計算できる.

$$dY^i = \int_{\text{sensor}} (d\mathbf{B}^i(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}) w(\mathbf{r}') dA' \quad (5)$$

ここで定義した $w(\mathbf{r}^i)$ は感度の分布などの影響を表す定数である。式(5)における dA' はセンサの微小計測領域を表すもので、センサによって異なり、線分、面積、体積のいずれかを表すものである。

さらに、式(3)と式(5)を組み合わせれば、次式のように dY^i の $dP^i(\mathbf{r}^i)$ に対する単位応答 $\mathbf{C}^{Y,i} = [C_x^{Y,i}, C_y^{Y,i}, C_z^{Y,i}]$ が定義できる。

$$dY^i = \mathbf{C}^{Y,i} \begin{bmatrix} dP_x^i(\mathbf{r}^i) \\ dP_y^i(\mathbf{r}^i) \\ dP_z^i(\mathbf{r}^i) \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.1 節で述べた通り、 dP^i は分散値 $K^2 dV^2 k_B T_C / m_e$ の正規分布に従うため、 dY^i の分散値は次式で求められる。

$$\sigma^2(dY^i) = \left\{ (C_x^{Y,i})^2 + (C_y^{Y,i})^2 + (C_z^{Y,i})^2 \right\} \left(K \sqrt{\frac{k_B T_C}{m_e}} dV^i \right)^2 \quad (7)$$

式(7)はある1つの電流ダイポール $dP^i(\mathbf{r}^i)$ によって生じる出力 dY^i の分散値を計算したものである。両辺をサンプルの形状に沿って体積積分すれば、サンプル全体から生じる出力 Y の分散値が次式のように計算できる。

$$\sigma^2(Y) = \iiint_{\text{sample}} \left\{ (C_x^{Y,i})^2 + (C_y^{Y,i})^2 + (C_z^{Y,i})^2 \right\} \left(K \sqrt{\frac{k_B T_C}{m_e}} dV^i \right)^2 \quad (8)$$

また、熱雑音磁場の磁束密度は、式(4)を用いて

$$\sigma^2(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) = \sigma^2(Y) / \left(\int_{\text{sensor}} w(\mathbf{r}') dA' \right)^2 \quad (9)$$

で表される。バンド幅 Δf を用いると熱雑音のパワースペクトル密度 $S_B^{1/2}$ は以下のように表される。

$$S_B^{1/2} = \sigma(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) / \sqrt{\Delta f} \quad (10)$$

2.3. 比例定数 K

本節では、式(2)で定義した K を定式化する。まず単純な系を想定し、提案手法と Myers らの用いた手法の2手法を用いて熱雑音の大きさを見積もり、次にそれらの結果を比較することで、 K を定めた。

図1に本節で用いる系を示す。Myers らの手法が適用できるように、系は軸対称に設定してあり、対称軸を z 軸とした。サンプルは球状で導電率は $\zeta(\text{S/m})$ であり、その中心を位置ベクトルの原点とした。センサには微小コイルが用いてあり、その位置ベクトルを \mathbf{r}^i 、面積ベクトルを \mathbf{S} とした。コイルの法線方向単位ベクトル \mathbf{n} は z 軸に平行である。このような系において、図中に示したサンプル内の位置ベクトル \mathbf{r}^i における微小体積 dV^i がセンサに生じさせる熱雑音の大きさを見積もった。

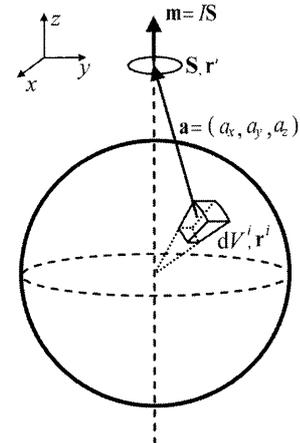


図1:微小体積と微小コイル

まず Myers らの手法により計算を行った。コイルに電流 $i_{coil} = I \sin \omega t$ が流れているとき、 dV^i で消費される電力は次式で表される。[13]

$$dP_{loss}(\omega) = \frac{1}{2} \zeta \omega^2 (\mathbf{A}(\mathbf{r}^i) \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}^i)) dV^i \quad (11)$$

ここで、 ω は角周波数、 $\mathbf{A}(\mathbf{r}^i)$ は i_{coil} によって \mathbf{r}^i に生じるベクトルポテンシャルを表す。図中にも示したように、電流の流れる微小コイルは磁気モーメントと等価であり、その大きさは $\mathbf{m} = I\mathbf{S}$ で表せる。このことを用いると $\mathbf{A}(\mathbf{r}^i)$ は次式で求められる。[14]

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}^i) = \frac{\mu_0}{4\pi a^3} \mathbf{m} \times \mathbf{a} \quad (12)$$

ここで、 $\mathbf{a} = \mathbf{r}^i - \mathbf{r}^i$ であり、 μ_0 は真空中の透磁率を表す。式(12)を式(11)に代入することにより次式を得る。

$$dP_{loss}(\omega) = \frac{1}{2} \zeta \omega^2 \left(\frac{\mu_0 m_z}{4\pi a^3} \right)^2 (a_x^2 + a_y^2) dV^i \quad (13)$$

式(13)内の添字 x, y, z はそれぞれそのベクトルの x, y, z 成分を表すものである。 dP_{loss} をサンプルの体積で体積積分することにより、サンプルで消費される電力 P_{loss} が計算できる。これをコイルに直列に接続した等価抵抗 R_s で表すと次式のようになる。

$$R_s(\omega) = 2P_{loss}(\omega) / I^2 \quad (14)$$

また、この等価抵抗により生じるナイキスト雑音電圧のパワースペクトル密度 $S_V^{1/2}$ は次式で与えられる。

$$S_V^{1/2}(\omega) = \sqrt{4k_B T_C R_s(\omega)} \quad (15)$$

角周波数 ω' によって振動磁場 $B(\omega')$ が面積 S のコイルに誘導する電圧を $U(\omega')$ としたとき、その関係は $U(\omega') = \omega' S B(\omega')$ で表せることから、Myers らは次式のように熱雑音のパワースペクトル密度 $S_B^{1/2}$ を求めた。

$$S_B^{1/2}(\omega) = S_V^{1/2}(\omega) / (\omega S) \quad (16)$$

さらに、式(13-16)から、 $S_B^{1/2}$ に対する dV^i の寄与分が

計算できる.

$$S_B^{1/2}(\omega) = \sqrt{4k_B T_C \zeta \left(\frac{\mu_0}{4\pi a^3} \right)^2 (a_x^2 + a_y^2) dV^i} \quad (17)$$

次に, 提案手法により, dV^i から生じる熱雑音を計算する. まず, 式(6)に示した出力の $d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i)$ に対する単位応答行列を求める. ただし, 本節ではセンサ出力 Y は磁束 Φ となるため, 出力を Φ , 単位応答行列を $\mathbf{C}^{\Phi,i}$ と表記する.

本節では, 解析的に K 値を求めるために, 系に球状のサンプルを用いており, 前節で述べた BEM を用いた数値電界計算ではなく, 球にのみ適用可能な Sarvas の式[15]を用いて $\mathbf{C}^{\Phi,i}$ の計算を行う.

Sarvas の式を次に示す.

$$d\mathbf{B}^i(\mathbf{r}') = \frac{\mu_0}{4\pi F^2} \left(F d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i) \times \mathbf{r}' - ((d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i) \times \mathbf{r}') \cdot \mathbf{r}') \nabla F \right) \quad (18)$$

ここで F , ΔF は以下で表される定数である.

$$F = a(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{a} + r' a) \quad (19)$$

$$\nabla F = (F/a^2 + a + r')\mathbf{a} + (a + a^2/r')\mathbf{r}' \quad (20)$$

a , r' はそれぞれ \mathbf{a} , \mathbf{r}' の絶対値を表す. 式(18)を変形することにより, コイルの感度方向, すなわち z 方向の磁束密度 dB_z^i が計算できる.

$$\begin{aligned} dB_z^i &= \frac{\mu_0}{4\pi F^2} (d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i) \times \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n} \left(-\frac{F}{a^2} \mathbf{a} \cdot \mathbf{r}' - r' \mathbf{a} \cdot \mathbf{r}' - r'^2 a \right) \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi a^3} (d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i) \times \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n} \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi a^3} (d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i) \times \mathbf{r}' - d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i) \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{n} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi a^3} (d\mathbf{P}^i(\mathbf{r}^i) \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{n} \end{aligned} \quad (21)$$

ただし \mathbf{n} は z 方向単位ベクトルを表す. 式(5)に式(21)を代入し, ピックアップコイル $w(\mathbf{r}')$ を 1 として面積積分を用いれば $\mathbf{C}^{\Phi,i}$ の各成分が以下のように計算できる.

$$C_x^{\Phi,i} = \frac{\mu_0 a_y S}{4\pi a^3}, \quad C_y^{\Phi,i} = \frac{\mu_0 a_x S}{4\pi a^3}, \quad C_z^{\Phi,i} = 0 \quad (22)$$

式(6)に以上の結果を代入すると, 出力の分散値は以下のように計算できる.

$$\sigma^2(d\Phi) = \left(\frac{\mu_0 S}{4\pi a^3} \right)^2 (a_x^2 + a_y^2) \left(K \sqrt{\frac{k_B T_C}{m_e}} dV^i \right)^2 \quad (23)$$

さらに, 式(9,10)に従って熱雑音のパワースペクトル密度への dV^i の寄与分を計算すると以下ようになる.

$$S_B^{1/2} = \sqrt{\frac{k_B T_C}{m_e} \left(\frac{\mu_0}{4\pi a^3} \right)^2 (a_x^2 + a_y^2) \frac{K^2}{\Delta f} dV^i^2} \quad (24)$$

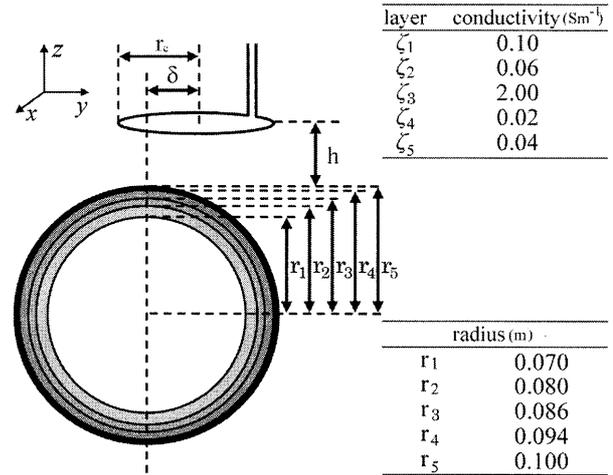


図 2: 5 層球モデルとピックアップコイルから成る系

式(17)と式(24)で得られた結果を等号で結ぶと, K の値が得られる.

$$K = \sqrt{\frac{4\zeta m_e \Delta f}{dV^i}} \quad (25)$$

また, これを式(8)に代入すれば, 出力の分散値 $\sigma(Y^2)$ の表式が得られる.

$$\sigma^2(Y) = \iiint_{\text{sample}} \left\{ (C_x^{Y,i})^2 + (C_y^{Y,i})^2 + (C_z^{Y,i})^2 \right\} 4\zeta k_B T_C dV^i \quad (26)$$

3. 提案手法の検証

本章では, 簡単な生体磁気計測のモデルを用いて提案手法の妥当性を検証する. 妥当性を検証するにあたり, Myers らの用いた解析的に等価抵抗を計算する手法[6](以下従来法 I)と, 数値計算により等価抵抗を計算する手法(以下従来法 II)の 2 手法を用いた. 後者は, 提案手法でも用いる BEM を用いてサンプル内での消費電力を計算するものである. また, 以下で提案手法と従来法 II によって得られた結果は, サンプルをボックスモデルで表現して BEM を用いた数値電界計算を行い, 得られたものである. その際用いたボックスの大きさは 1 辺 2mm の立方体である.

3.1. 5 層球モデル

本節で用いる系を図 2 に示した. サンプルはヒトの頭部を近似的に表した 5 層球である. 中心側の層から順にそれぞれ白質, 灰白質, 脳脊髄液, 頭蓋骨, 脂質を表しており, それぞれの内外半径は図中右下部の表の通りである. また, それぞれの層の導電率も図 2 中に示した[16]. センサには xy 平面に平行なピックアップコイルが用いてあり, その半径 r_c は 0.0325 m である. また, コイル中心の対称軸からのズレを δ とした. サ

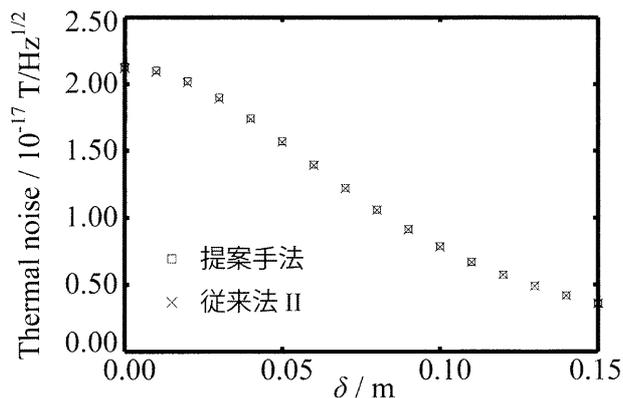


図 3: δ を変化させたときの 5 層球モデルにおける結果比較

ンプルとコイル面との距離 h は $0.025m$ とした。また、コイル面で数値積分を行うにあたり、角度方向は 6 等分し、半径方向にはガウスの 6 点積分公式を適用した。

まず、従来法 I は軸対称な系にのみ直接適用が可能のため、 $\delta = 0$ とし、従来法 I, II と提案手法との結果比較を行った。従来法 I, II, 提案手法で得られた結果はそれぞれ $2.113 \times 10^{-17} T/Hz^{1/2}$, $2.118 \times 10^{-17} T/Hz^{1/2}$, $2.130 \times 10^{-17} T/Hz^{1/2}$ であった。従来法 I と II の結果を見比べると、 $2mm$ ボクセルモデル化に際するモデル化誤差はほとんど無いと考えてよいことが分かる。また、提案手法の従来法 I に対する相対誤差も 0.8% となっており、軸対称モデルにおいて、提案手法の妥当性が確認できたといえる。

次に、 δ を $0.00m$ から $0.15m$ まで $0.01m$ 刻みに変化させ、従来法 II と提案手法の結果を比較し、軸非対称の系における提案手法の妥当性を検証した。結果を図 3 に示す。提案手法の従来法 II に対する相対誤差は 0.7% 以内におさまっており、軸非対称モデルにおいても妥当性が検証できた。

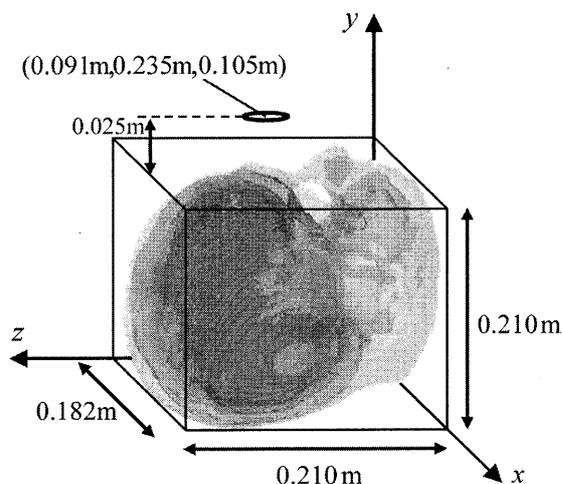


図 4: 実頭部モデルとピックアップコイルから成る系

3.2. 実頭部モデル

次に、実頭部モデルを用いた系において提案手法の妥当性を検証した。用いた系を図 4 に示す。用いたコイルは前節と同じものであり、 xz 平面に平行に設置されている。その中心座標は図中に示した。実頭部モデルは日本人男性の MR 画像から当研究室で作成したものであり、 $526,502$ 個の $2mm$ ボクセルから成る。白質、灰白質、脳脊髄液、頭蓋骨、脂質、眼球、筋肉の 8 種の組織で構成されており、それぞれの導電率は Hirata らの用いたものと同様である [16]。

この系を用いて従来法 II と提案手法で計算を行った結果、それぞれ $2.009 \times 10^{-17} T/Hz^{1/2}$, $2.013 \times 10^{-17} T/Hz^{1/2}$ であった。ピックアップコイルをセンサとして用いる場合、実頭部モデルのように複雑な形状をもつサンプルにおいても、提案手法で従来法と同等の結果が得られることがわかった。

4. 原子磁気センサを用いた系への応用

本章では原子磁気センサを用いた系に提案手法を適用し、熱雑音の大きさを見積もる。本節で用いた系を図 5 に示す。

4.1. 方法

原子磁気センサの計測出力 Y は図 5 に示したセル内での、 y 軸方向の計測対象磁場によるプローブレーザーの偏光面回転角 θ である [2]。よって、サンプル内微小体積 dV' からの出力を表す式 (5) は以下のように書き換えられる。

$$d\theta^i = \int_{\text{sensor}} (d\mathbf{B}^i(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}) w(\mathbf{r}') dV' \quad (27)$$

ここで、 dV' は計測領域内の微小体積を表す。

原子磁気センサにおける $w(\mathbf{r}')$ は、偏光面回転角と計測対象磁場強度との比例係数を表し、スピン偏極の分布やプローブレーザーの強度分布に依存する係数となる。

提案手法により求められる熱雑音のパワースペクトルは式 (9), (10), (26) より次式で表される。

$$S_B^{1/2} = \sqrt{\frac{\sigma^2(\theta)}{\int_{\text{sensor}} (w(\mathbf{r}') dV')^2 \cdot \Delta f}} \quad (28)$$

4.2. 結果

今回用いたガラスセルは一辺 $3cm$ の立方体とした。簡単のため、ポンプレーザー (図 5 中の z 軸方向) はセル

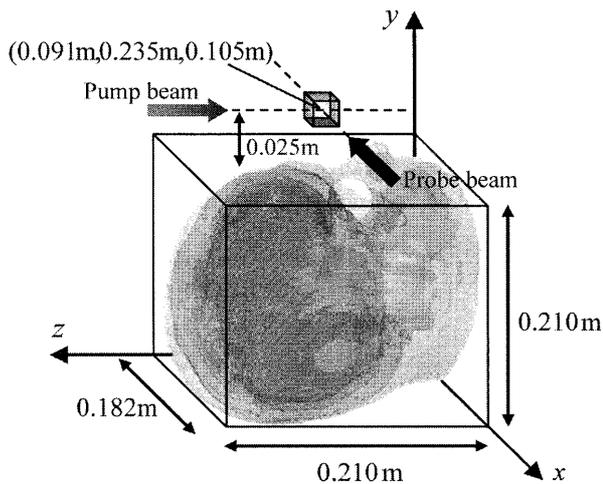


図 5 : 実頭部モデルと原子磁気センサからなる系

全体に様に照射され、セル内全体で均一なスピン偏極が生じているとした。また、プローブレーザー(図 5 の x 軸方向)は光路内での強度分布が一様とした。これらの条件から、 $w(\mathbf{r}')$ は計測領域内の任意の点で同じ値を取る定数となる。また、プローブレーザーはガラスセルの中心を通り、直径は 5 mm とした。つまり、センサの計測領域は直径 5 mm、高さ 3 cm の円柱型形状となる。

提案手法により原子磁気センサで計測される熱雑音磁場の大きさを見積もった。今回、円柱型領域を体積積分するにあたり、角度方向は 6 等分し、半径方向、高さ方向はガウス積分公式に従って分割した。半径方向、高さ方向の分点数はそれぞれ 4 点、9 点とした。その結果、熱雑音のパワースペクトル密度は $2.351 \times 10^{-17} \text{ T/Hz}^{1/2}$ となった。このように、提案手法により、原子磁気センサで計測される熱雑音を見積もることが可能となった。

5. まとめ

本研究では、サンプル内に仮定した電流ダイポールモーメントがセンサの計測領域に生じさせる磁場の分散値から熱雑音のパワースペクトル密度を計算する、新たな熱雑音の計算手法を提案し、原子磁気センサで計測される熱雑音の大きさを見積もった。本手法は、今後原子磁気センサを生体磁気計測に応用する際に SNR を見積もる上で有用となる。今後は、低磁場 MRI 装置の SNR についても検討を行う予定である。

謝辞

本研究の一部は、科学研究費補助金 挑戦的萌芽研

究(課題番号 22650116)の補助を受けて行われた。付記して謝意を表す。

文献

- [1] J. Clarke, "Principles and applications of SQUIDS", Proc. IEEE, vol.77, No.8, pp.1208-1223, Aug. 1989.
- [2] D. Budker, M.V. Romalis, "Optical magnetometry", Nat. Phys., vol.3, No.4, pp.227-234, Apr. 2007.
- [3] J. B. Johnson, "Thermal agitation of electricity in conductors", Phys. Rev., vol.32, No.1, pp.97-109, Jul. 1928.
- [4] H. Nyquist, "Thermal agitation of electric charge in conductors", Phys. Rev., vol.32, No.1, pp.110-113, Jul. 1928.
- [5] D.I. Hoult, P.C. Lauterbur, "The sensitivity of the zeugmatographic experiment involving human samples", J. Magn. Reson., vol.34, No.2, pp.425-433, May 1979.
- [6] W. Myers, D. Slichter, M. Hatridge, S. Busch, M. Moble, R. McDermott, A. Trabesinger, and J. Clarke, "Calculated signal-to-noise ratio of MRI detected with SQUIDS and Faraday detectors in fields from $10\mu\text{T}$ to 1.5 T", J. Magn. Reson., vol.186, No.2, pp.182-192, Jun. 2007.
- [7] T. Hatada, M. Sekino, S. Ueno, "Finite element method-based calculation of the theoretical limit of sensitivity for detecting weak magnetic fields in the human brain using magnetic-resonance imaging", J. Appl. Phys., vol.97, No.10, pp.10E109-10E109-3, May 2005.
- [8] M. Hämäläinen, R. Hari, R. J. Ilmoniemi, J. Knuutila, O.V. Lounasmaa, "Magnetoencephalography- theory, instrumentation, and applications to noninvasive studies of the working human brain", Rev. Mod. Phys., vol.65, No.1, pp.413-497, Apr. 1993.
- [9] P.J. Brockwell, R.A. Davis, Time Series: Theory and Methods, Springer-Verlag, New York, 1987.
- [10] S. Hamada, T. Kobayashi, "Analysis of electric field induced by ELF magnetic field utilizing fast-multipole surface-charge simulation method for voxel data", Electrical Engineering in Japan, vol.165, No.4, pp.1-8, Dec. 2008.
- [11] S. Hamada, "GPU-accelerated indirect boundary element method for voxel model analyses with fast multipole method", Comput. Phys. Commun. vol.182, No.5, pp.1162-1168, May 2011.
- [12] L. Heller, B. Hulsteyn, "Brain stimulation using electromagnetic sources: theoretical aspects", Biophys. J. vol.63, No.1, pp. 129-138, Jul. 1992.
- [13] M.D. Harpen, "Sample noise with circular surface coils", Med. Phys., Vol.14, No.4, pp.616-618, Jul. 1987.
- [14] B.B. Laud, Electromagnetics, Halsted Press, New York, 1983.
- [15] J. Sarvas, "Basic mathematical and electromagnetic concepts of the biomagnetic inverse problem", Phys. Med. Bio., vol.32, No.1, pp.11-22, Jan. 1987.
- [16] A. Hirata, K. Yamazaki, S. Hamada, Y. Kamimura, H. Tarao, K. Wake, Y. Suzuki, N. Hayashi, O. Fujiwara, "Intercomparison of induced field in Japanese male model for ELF magnetic field exposures: Effect of different computational methods and codes" Radat. Prot. Dosim. Vol. 138, No.3, pp. 237-244, Mar. 2010.