

## 単導体伝送線路モデルとその外部電磁界による励振

久門 尚史<sup>†</sup> 清水 康平<sup>†</sup> 和田 修己<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 京都大学大学院工学研究科電気工学専攻 〒615-8510 京都市西京区京都大学桂

E-mail: †{hisakado,wada}@kuee.kyoto-u.ac.jp

**あらまし** 本稿は単導体線路の新しい回路モデルを提案している。通常の回路モデルは電圧と電流を変数とするが、提案モデルは電荷密度と電流を変数とする。このような変数を用いて単導体線路を表現することにより、通常の分布定数線路モデルと対応した単導体線路のモデルが定義できる。またこのモデルの妥当性を評価するために、有限長直線導体及びループ状導体に関して、それぞれ外部電磁界により励振された場合について電磁界解析の結果と比較を行う。  
**キーワード** 単導体線路, 分布定数線路, 回路モデル, 外部電磁界による励振

## Modeling of single conductor transmission line and its excitation by external incident-field

Takashi HISAKADO<sup>†</sup>, Kohe SHIMIZU<sup>†</sup>, and Osami WADA<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Department of Electric Engineering, Kyoto University Kyotodaigakukatsura, Nishikyo-ku, Kyoto, 615-8510 Japan

E-mail: †{hisakado,wada}@kuee.kyoto-u.ac.jp

**Abstract** This paper describes a novel circuit model of a single conductor transmission line. Although state variables of usual circuit models are voltages and currents, we propose the circuit model with state variables of charge densities and currents. Using these state variables, we derive a wave equation which is similar to the usual transmission line models. In order to confirm the validity of the model, we apply it to the incident-field excitation of a finite straight wire and a wire loop. We compare the results with those of electromagnetic analysis.

**Key words** Single conductor transmission line, distributed constant transmission line, circuit model, excitation by external incident-field

### 1. まえがき

高速に動作する電気回路や伝送線路のモデルとして、分布定数線路モデルは幅広く用いられている。分布定数線路モデルでは、基本的には並行に並んだ2導体がペアになった1次元構造を扱い、一方の導体が帰路線となる。しかし、多層プリント基板、LSI、メタマテリアルなど複雑な3次元構造の回路やそこに発生するコモンモード、アンテナなど明示的な帰路線が存在しない場合も多く、その場合は通常の分布定数線路のモデルを単純に適用することが難しい。

明示的な帰路線をもたない回路に対する一つのアプローチとして、単導体線路が考えられる。無限長の単導体線路は、Sommerfeld [1] によって電磁界理論に基づいて扱われ、Goubau [2] の研究もよく知られている。また、線状アンテナの等価回路というとらえ方の研究 [3], [4] や、最近ではテラヘルツ領域における伝送線路の研究としても注目されている [5]。それにともなって、単導体線路を通常の分布定数線路として表現する試みが行われている [6]~[8]。

分布定数線路による等価回路を考える上で単導体線路の扱いが難しい理由の一つに、電圧の定義の難しさがある。無限長の円柱状単導体線路の2次元断面を考え、単純に無限遠から電界を積分すると発散してしまう。この問題に対して、文献 [6] では文献 [9] の手法で電力と電流に基づいて電圧を定義している。しかしその場合においても完全導体の場合は扱いが難しい。

著者らはこれまで、Maxwell方程式における波源として電流密度と電荷密度が用いられることに注目し、電圧を使うことなく電流と電荷密度を用いた回路表現を提案している [10], [11]。単導体線路において、有限長単導体に電流と電荷が減衰なしに伝搬する場合に生成される電界は、端点のみに注目して解析的に与えられ、見通しの良いモデル化が可能になる。このようなアプローチは文献 [12], [13] などにおいてもアンテナの理解に有用であることが指摘されている。しかし、文献 [10], [11] の手法は導体表面の境界条件を用いており、通常の分布定数線路モデルに比べると扱いが複雑になっていた。

本稿では、電荷密度と電流を変数として用いた単導体線路を、通常の電圧と電流を変数とした分布定数線路モデルと対比させ

る形で導出する。また、提案モデルの有効性を確認するため、単純な形状に対して外部電磁界による励振の解析を行い、電磁界解析による結果と比較を行う。

## 2. 単導体線路のモデル

### 2.1 単導体線路の導出

真空中の Maxwell 方程式において、電荷密度  $\rho$ 、電流密度  $J$  と、それらによって生成される電界  $E$  の関係は次のようになる。

$$\square^2 E = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla \rho - \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 $\square^2$  はダランベール演算子である。この式が成分ごとに記述できることを利用すると、 $z$  軸上に線電荷密度  $\lambda_z$ 、電流  $i_z$  が存在する場合に生じる電界の  $z$  方向成分  $E_z$  は次の式を満たす。

$$\square^2 E_z = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial \lambda_z}{\partial z} - \mu_0 \frac{\partial i_z}{\partial t} \quad (2)$$

式 (2) において右辺が 0、すなわち

$$\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial \lambda_z}{\partial z} + \mu_0 \frac{\partial i_z}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

が満たされる場合は  $\lambda_z, i_z$  によって電界の  $z$  成分は作られないことになる。

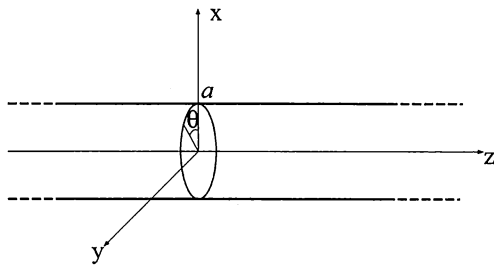


図 1:  $z$  軸方向の無限長完全導体

図 1 のように、 $z$  軸を中心軸とする半径  $a$  の無限長の完全導体について考える。電流  $i$  と線電荷密度  $\lambda$  は導体表面にのみ分布し、 $\theta$  に対して一様、電流は  $z$  方向成分のみもつとすると、対称性により電界の  $\theta$  方向成分は 0 となる。さらにこの  $\lambda$  と  $i$  に対して式 (3) が満たされると、任意の半径  $a$  において、 $z$  方向成分  $E_z = 0$  が成立するため、完全導体表面において電界の接線成分  $E_t = 0$  が成立する。

また、式 (3) に電荷保存則

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

を加えると、次のような波動方程式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \lambda \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{c^2} \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \lambda \\ i \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  である。つまり、無限長の無損失単導体線には光速で伝搬する解が存在し、ダランベールの解を用いて表現すると、

$$\lambda(z, t) = f_1(z - ct) + f_2(z + ct) \quad (6)$$

$$i(z, t) = cf_1(z - ct) - cf_2(z + ct) \quad (7)$$

となる。つまり、前進波と後退波の重ね合わせとして記述できる。

### 2.2 通常の分布定数線路との比較

通常の無損失分布定数線路の満たす電圧  $v$  と電流  $i$  の方程式は、単位長当たりのインダクタンス  $L$ 、キャパシタンス  $C$  を用いて以下のように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} v \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -L \\ -C & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} v \\ i \end{bmatrix} \quad (8)$$

この式に対応するダランベールの解は、

$$v(z, t) = f_1(z - gt) + f_2(z + gt) \quad (9)$$

$$i(z, t) = \frac{1}{Z} f_1(z - gt) - \frac{1}{Z} f_2(z + gt), \quad (10)$$

$$g \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Z \equiv \sqrt{\frac{L}{C}}$$

となる。

これらを比較すると、単導体線路のモデルでは通常の分布定数線路において電圧  $v$  を線電荷密度  $\lambda$  に代え、特性インピーダンス  $Z = 1/c$  とおいたものになっている。したがって、電源として電荷密度源や電流源を用い、負荷としては線電荷密度と電流の関係を与えてやると、分布定数線路と同様な解析が可能になる。

## 3. 外部電磁界による励振モデル

### 3.1 通常の分布定数線路の場合

次に外部電磁界による励振のモデル化について、まず通常の分布定数線路について考える [14]。分布定数線路の基本式 (8) をフェーザを用いて表現し、外部励振の影響を加えると次のように書ける。

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \dot{V}(z) \\ \dot{I}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -j\omega L \\ -j\omega C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}(z) \\ \dot{I}(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_F(z) \\ \dot{I}_F(z) \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここで、 $\dot{V}, \dot{I}$  は電圧と電流のフェーザ、 $\omega$  は角周波数である。また、 $\dot{V}_F$  は外部の磁界が 2 導体間を横切ることによる電磁誘導を示し、 $\dot{I}_F$  は外部電界による充電を示しており、ともに単位長さ当たりの量である。外部励振による各点への誘導の影響は基本的には左右に広がっていく形になるが、式 (11) は  $z$  に関する常微分方程式なので、基本行列  $\Phi_d(z)$ :

$$\Phi_d(z) = \begin{bmatrix} \cosh(\dot{\gamma}_d z) & -\sinh(\dot{\gamma}_d z) \dot{Z}_d \\ -\sinh(\dot{\gamma}_d z) \dot{Z}_d^{-1} & \cosh(\dot{\gamma}_d z) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\dot{Z}_d = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \dot{\gamma}_d = j\omega \sqrt{LC} \quad (13)$$

を用いると、 $z = 0$  から  $z = z$  までの部分の影響をまとめて、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{V}(z) \\ \dot{I}(z) \end{bmatrix} &= \Phi_d(z) \begin{bmatrix} \dot{V}(0) \\ \dot{I}(0) \end{bmatrix} + \int_0^z \Phi_d(z - \xi) \begin{bmatrix} \dot{V}_F(\xi) \\ \dot{I}_F(\xi) \end{bmatrix} d\xi \\ &= \Phi_d(z) \begin{bmatrix} \dot{V}(0) \\ \dot{I}(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_{FT}(z) \\ \dot{I}_{FT}(z) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

のように書ける。この表現では外部電磁界による誘導の影響をまとめて  $\dot{V}_{FT}(z), \dot{I}_{FT}(z)$  と記述される。したがって、区間  $[0, z]$  を表す等価回路は、図2のようになり、両端から見た場合は外部電磁界の影響は集中電源として考えることで解析が容易になる。

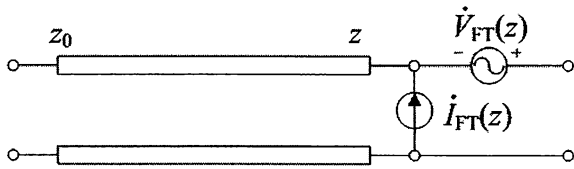


図2: 外部電磁界による誘導のある分布定数二導体線路の表現

### 3.2 単導体線路の場合

単導体線路の場合も同様に、外部電磁界の影響を入れたフェーザの方程式は

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \dot{\Lambda}(z) \\ \dot{I}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -j\omega \frac{1}{c^2} \\ -j\omega \cdot 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Lambda}(z) \\ \dot{I}(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\Lambda}_F(z) \\ \dot{I}_F(z) \end{bmatrix} \quad (15)$$

と表現できる。ここで、 $\dot{\Lambda}_F, \dot{I}_F$  はそれぞれ、外部電磁界による単位長さ当たりの線電荷密度の誘導、電流の誘導である。線電荷密度の誘導  $\dot{\Lambda}_F$  によって、線電荷密度に空間変化ができることは理解しやすいが、電流の外部励振  $\dot{I}_F$  によって電流に空間変化ができるのは、電流進入路が明確でない。実際に後の具体例ではこの影響は0となることが分かる。

分布定数線路の場合と同様に基本行列を用いて区間  $[0, z]$  を表現すると次のように書ける。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\Lambda}(z) \\ \dot{I}(z) \end{bmatrix} &= \dot{\Phi}_s(z) \begin{bmatrix} \dot{\Lambda}(0) \\ \dot{I}(0) \end{bmatrix} + \int_0^z \dot{\Phi}_s(z-\xi) \begin{bmatrix} \dot{\Lambda}_F(\xi) \\ \dot{I}_F(\xi) \end{bmatrix} d\xi \\ &= \dot{\Phi}_s(z) \begin{bmatrix} \dot{\Lambda}(0) \\ \dot{I}(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\Lambda}_{FT}(z) \\ \dot{I}_{FT}(z) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

ただし、

$$\dot{\Phi}_s(z) = \begin{bmatrix} \cosh(\dot{\gamma}_s z) & -\sinh(\dot{\gamma}_s z) \dot{Z}_s \\ -\sinh(\dot{\gamma}_s z) \dot{Z}_s^{-1} & \cosh(\dot{\gamma}_s z) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\dot{Z}_s = \sqrt{\frac{1}{c^2}} = \frac{1}{c}, \quad \dot{\gamma}_s = j\frac{\omega}{c} \quad (18)$$

である。したがって、区間  $[0, z]$  の等価回路は図3のようになる。 $\dot{I}_F(\xi)$  は無い場合でも  $\dot{I}_{FT}(z)$  は存在することに注意する必要がある。

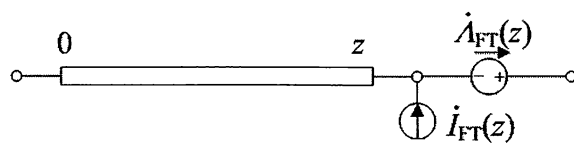


図3: 外部電磁界による誘導のある単導体線路の表現

## 4. 有限長直線単導体への励振

### 4.1 解の表現

最も単純な例として直線アンテナのような有限長単導体について、外部電磁界による誘導の影響を具体的に考える。長さ  $L$  の単導体線路について、線上の電流分布や電荷分布を調べるには、図4のように調べたい場所で分割して表現する。また、両端  $z=0, z=L$  は電流反射係数  $-1$  とする。

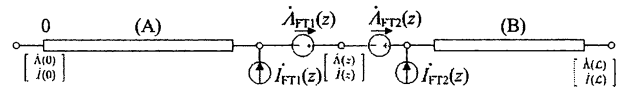


図4: 電流分布の計算法

今、 $z$  方向にのみ電界  $\dot{E}_0$  をもつ平面波が、この導体に垂直に入射した場合 (Sidefire) を考える。このとき、誘導される量をパラメータ  $\gamma, \alpha$  を用いて

$$\dot{\Lambda}_F = \frac{\gamma}{c} \dot{E}_0 \quad (19)$$

$$\dot{I}_F = \alpha \dot{E}_0 \quad (20)$$

とおく。すると、集中電源は  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}z, \theta_2 = \frac{\pi}{2}(z-L)$  として、

$$\begin{cases} \dot{\Lambda}_{FT1}(z) = \frac{1}{\omega} \dot{E}_0 \{\gamma \sin \theta_1 + j\alpha (\cos \theta_1 - 1)\} \\ \dot{I}_{FT1}(z) = -\frac{c}{\omega} \dot{E}_0 \{j\gamma (1 - \cos \theta_1) - \alpha \sin \theta_1\} \\ \dot{\Lambda}_{FT2}(z) = -\frac{1}{\omega} \dot{E}_0 \{\gamma \sin \theta_2 + j\alpha (\cos \theta_2 - 1)\} \\ \dot{I}_{FT2}(z) = \frac{c}{\omega} \dot{E}_0 \{j\gamma (1 - \cos \theta_2) - \alpha \sin \theta_2\} \end{cases} \quad (21)$$

と表現できる。波長に比べて長さが短いときは  $\theta_1, \theta_2$  が小さく、 $1 - \cos$  の項は2次の量なので、線電荷密度の誘導量は長さに比例することが確認できる。これらより  $\dot{\Lambda}(z), \dot{I}(z)$  を求めると、

$$\dot{\Lambda}(z) = \frac{1}{\omega} \dot{E}_0 \left( \frac{\cos \theta_2 - \cos \theta_1 + \tan \theta_2 \sin \theta_2 - \tan \theta_1 \sin \theta_1}{\tan \theta_2 - \tan \theta_1} \gamma - j\alpha \right) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}(z) = -j\frac{c}{\omega} \gamma \dot{E}_0 \left[ 1 + \frac{1}{\tan \theta_2 - \tan \theta_1} \{ -\cos \theta_1 \tan \theta_2 \right. \\ \left. + \cos \theta_2 \tan \theta_1 + \tan \theta_1 \tan \theta_2 (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

が得られる。 $\alpha$  の項は位置によらず一定の電荷密度を与える不自然なものになり、 $\alpha = 0$  が妥当であることがわかる。

### 4.2 電磁界解析との比較

$z$  軸を中心に長さ  $L = 50\text{mm}$  半径  $r = 0.01\text{mm}$  の円柱状完全導体に対し、振幅  $1\text{V/m}$  の電界が  $z$  軸に並行にかかるように、導体に対して垂直に平面波を入射させた場合について電磁界解析との比較を行う。 $\gamma$  は入射電界に対して誘導される電荷密度の量を示すパラメータであり、半径が決まれば定まる定数と考えられる。しかし、電磁界解析との比較において実際に誘導される量の評価は放射の影響と組み合わせて評価する必要があるため、この例では電磁界解析の結果から  $\gamma$  の値を定めるこ

とにする。

まず、周波数を変化させた時の  $|\gamma|$  の変化を図 5 に示す。3GHz で極端に  $\gamma$  が小さくなるのは、共振のために極端に振幅が大きくなり、放射量が大きくなるためと考えられるが、それ以外の周波数では比較的变化は少なく、モデルの妥当性が確認できる。

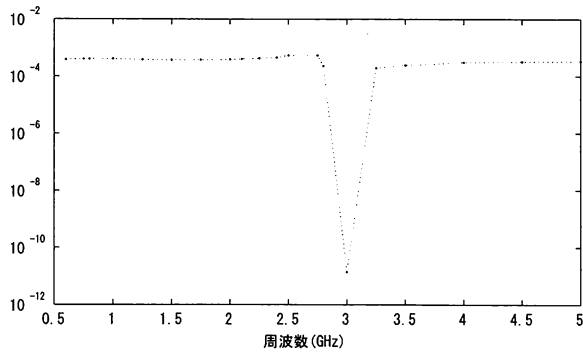


図 5:  $|\gamma|$  の周波数依存性

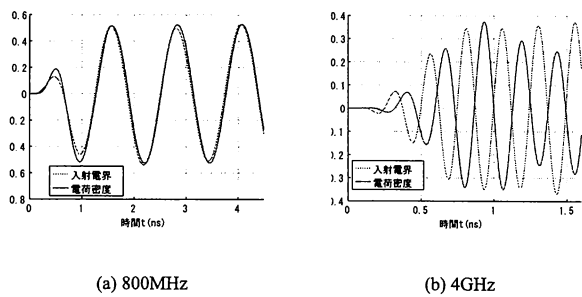


図 6: 入射電界, 電荷密度の時間変化 ( $z > 25\text{mm}$ )

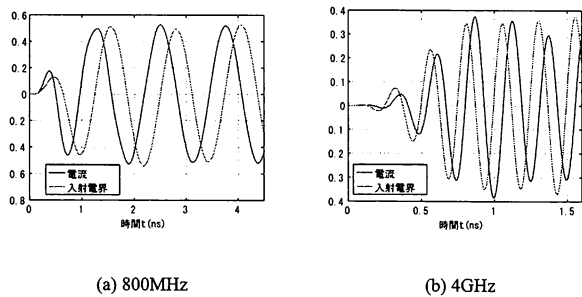


図 7: 入射電界, 電流の時間変化 ( $z = 25\text{mm}$ )

次に、電流・電荷と入射電界との位相関係を図 6, 7 に示す。共振前の 800MHz では、電荷密度が電界と同相、電流は 90 度進む。共振前後では位相は 180 度変化するが、式 (22),(23) の括弧内の符号も共振前後で変化し、 $\gamma$  は正の実数が妥当と言える。

図 8, 9 に電流と電荷の分布を電磁界シミュレーションと比較した様子を示す。ここでも  $|\gamma|$  は各周波数ごとに定めている。電流分布は  $z = L/2$  に対して偶関数、電荷密度分布は  $z = L/2$  に対して奇関数になる。電磁界シミュレーションでは端に電荷が蓄積されるのに対して、回路モデルでは、両端を単純に全反射

しておくため、両端においては異なるが、概形は十分類似しており、モデルの妥当性が確認できる。

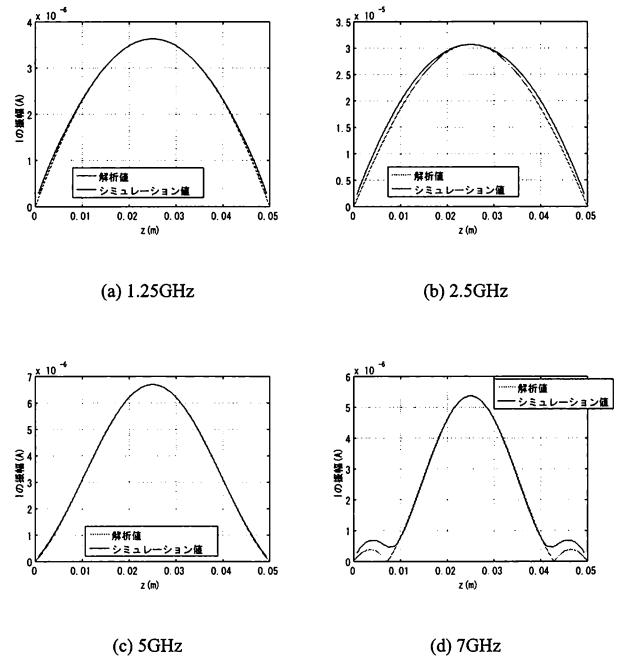


図 8: 電流の振幅分布

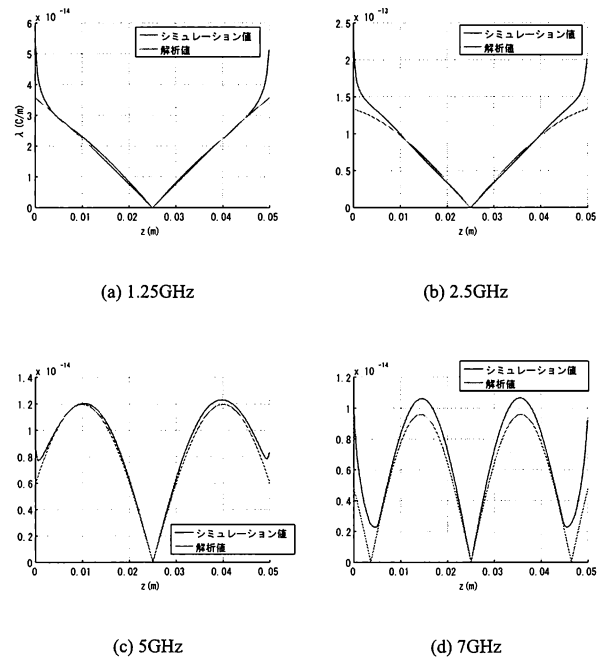


図 9: 電荷の振幅分布

## 5. ループ状導体への励振

### 5.1 解の表現

次に単純な例として、ループ状完全導体への外部電磁界の誘導を考える。図 10 のように、単導体をつなげて辺の長さが  $L_1, L_2$  の長方形ループを作り、そこに図のような角度  $\phi$  で平面

波を入射する。磁束を用いて単純に考えると、 $\phi = \pi/2$  では磁束がループを貫かないため、電流は誘導されないように見えるが、電界のみの境界条件で考える単導体線路や電磁界解析を用いて検証を行う。

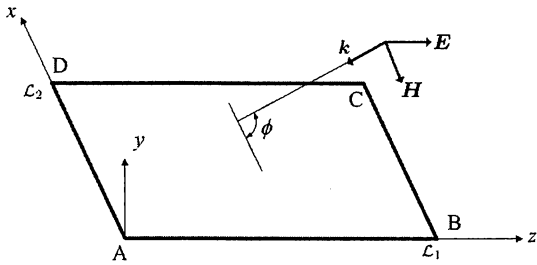


図 10: 入射角  $\phi$  で平面電磁界が入射する角度長方形ループ状導体

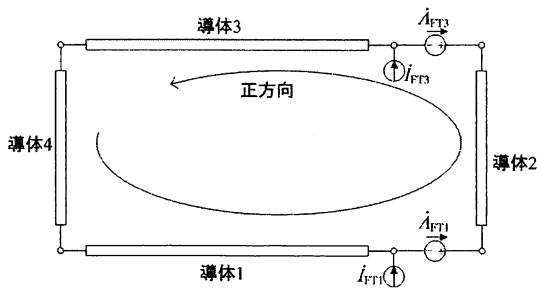


図 11: 分布定数単導体線路としてみた長方形ループ状導体

まず入射電界は

$$\vec{E}^i(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{E}_0 e^{-jk \cos \phi x} \quad (24)$$

と表現できる。したがって、電界と並行な導体 AB, CD にのみ誘導が発生し、AD, BC には誘導は発生しない。したがって等価回路は図 11 のようになる。このとき、電源は次のように表現できる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\Lambda}_{FT1} \\ \dot{I}_{FT1} \end{bmatrix} = \frac{\gamma}{\omega} \dot{E}_0 \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\omega}{c} L_1\right) \\ -jc \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\omega}{c} L_1\right) \right\} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\Lambda}_{FT3} \\ \dot{I}_{FT3} \end{bmatrix} = \frac{\gamma}{\omega} \dot{E}_0 \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\omega}{c} L_1\right) \\ -jc \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\omega}{c} L_1\right) \right\} \end{bmatrix} e^{-jk L_2 \cos \phi} \quad (26)$$

つまり、線路 3 への誘導は位相差のために  $e^{-jk L_2 \cos \phi}$  がかかる。ただし、 $\phi = \pi/2$  の場合は位相差が無くなり、線路 1 への誘導と完全に一致するため、打ち消しあう。

線路の接続点は透過係数 1 と考えて回路を解くと、線路 1 上の線電荷密度分布と電流分布は次のように求められる。

$$\begin{aligned} \dot{\Lambda}(z) &= \frac{|\gamma|}{2\omega} \dot{E}_0 \left[ M(z) \cos(k L_2 \cos \phi) + N(z) - j M(z) \sin(k L_2 \cos \phi) \right] \\ \dot{I}(z) &= -\frac{c}{2\omega} |\gamma| \dot{E}_0 \left[ O(z) \sin(k L_2 \cos \phi) + j \{ O(z) \cos(k L_2 \cos \phi) + P(z) \} \right] \\ M(z), N(z), O(z), P(z) &\in \mathbf{R} \end{aligned} \quad (27)$$

ただし、

$$\begin{aligned} M(z) &= \frac{1}{1 - \cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2})} \left[ (\cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) - 1) \right. \\ &\quad + \left. \left\{ \cos \theta_3 \sin \theta_{L_1} - \sin \theta_3 (1 - \cos \theta_{L_1}) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \sin 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) \left\{ \sin \theta_3 \sin \theta_{L_1} + \cos \theta_3 (1 - \cos \theta_{L_1}) \right\} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} N(z) &= \frac{1}{1 - \cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2})} \left[ (\cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) - 1) \right. \\ &\quad + \left. \left\{ -\sin \theta_1 + \sin \theta_2 \cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) - (1 - \cos \theta_2) \sin 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) \right\} \right. \\ &\quad + \sin 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) \left\{ -(1 - \cos \theta_1) + \sin \theta_2 \sin 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) \right. \\ &\quad \left. + (1 - \cos \theta_2) \cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) \right\} \left. \right] \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} O(z) &= \frac{1}{1 - \cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2})} \left[ -\sin 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) \left\{ \cos \theta_3 \sin \theta_{L_1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sin \theta_3 (1 - \cos \theta_{L_1}) \right\} + (\cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) - 1) \left\{ \sin \theta_3 \sin \theta_{L_1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \cos \theta_3 (1 - \cos \theta_{L_1}) \right\} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{1}{1 - \cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2})} \left[ -\sin 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) \left\{ -\sin \theta_1 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) \sin \theta_2 - \sin 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) (1 - \cos \theta_2) \right\} \right. \\ &\quad + (\cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) - 1) \left\{ -(1 - \cos \theta_1) + \sin 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) \sin \theta_2 \right. \\ &\quad \left. \left. + \cos 2(\theta_{L_1} + \theta_{L_2}) (1 - \cos \theta_2) \right\} \right] \end{aligned} \quad (31)$$

$$\theta_1 = \frac{\omega}{c} z, \quad \theta_2 = \frac{\omega}{c} (z - L_1), \quad \theta_3 = \frac{\omega}{c} (z + L_2),$$

$$\theta_{L_1} = \frac{\omega}{c} L_1, \quad \theta_{L_2} = \frac{\omega}{c} L_2$$

である。

## 5.2 電磁界解析との比較

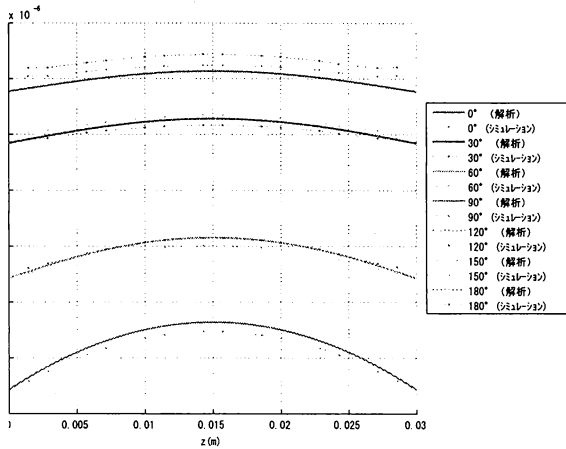
長さ  $L_1 = L_2 = 30\text{mm}$ 、半径  $r = 0.01\text{mm}$  の単導体線路でループを構成し、周波数 500MHz(波長 600mm) の平面波を入射角  $\phi$  で加えた場合について考える。誘導の大きさを決める  $\gamma$  については、今回は  $\phi = 120$  度の時を基準として  $\gamma = 1.98 \times 10^{-4} \text{Am/V}$  とした。線路 1 上の電流分布を電磁界シミュレーションと比較した結果を図 12 に示す。図 12(a) から電流の分布はほぼ一緒になっていることがわかる。電荷分布は示していないが、発生していない。

また、電流の平均値の  $\phi$  に対する依存性を示すと図 12(b) のようになる。貫く磁束で考えると、単純に  $|\cos \phi|$  の形になるように考えられるが、導体 AB だけで見ると、 $\phi = \pi/2$  においてもある程度の電流が流れる。

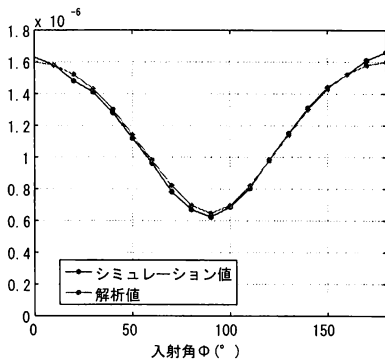
この妥当性を見るために、より小さな正方形ループについて計算した結果を図 13 に示す。ループを小さくすると  $|\cos \phi|$  に近づくことから、大きさが影響していることが分かる。ループが大きいと  $\phi = \pi/2$  においても打ち消しあいに時間差が発生し、部分的に電流が流れることを示している。

次に、ループを大きくした場合の振る舞いについて、単導体線路モデルで考える。導体長  $L_1, L_2$  の一方を 50mm に固定し、もう一方を変化させた時の電流の誘導量の変化を図 14 に示す。図 (a) を見ると、十分小さい場合は面積に比例することが確認

できる。しかし、その後は飽和や共振 (250mm) が現れることが分かる。



(a) 導体 AB に誘導される電流振幅の分布



(b) 導体 AB に誘導される電流振幅の平均値

図 12: 各  $\phi$  における導体 AB に誘導される電流の振幅

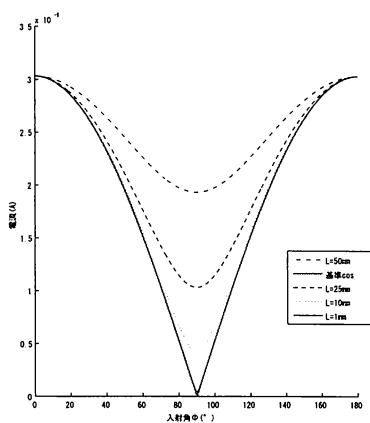
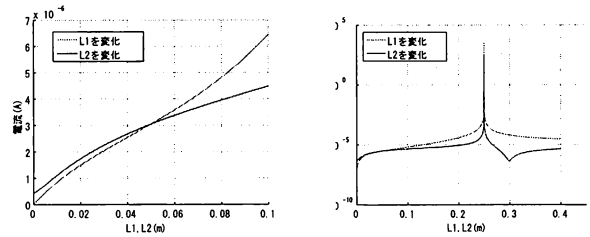


図 13:  $L$  の長さ と電流振幅の波形の関係

## 6. おわりに

本稿では電荷密度と電流を変数とすることにより、新しい単



(a) 100mm まで変化

(b) 400mm まで変化

図 14:  $L_1, L_2$  の一方を 50mm に固定し、もう一方を変化させた場合の線路上の電流振幅の平均

導体線路の回路モデルを提案した。また、有限長直線導体とループ状導体について外部電磁界による励振を解析し、電磁界解析の結果と比較することにより、提案モデルの妥当性を評価した。今後は、誘導の量を表す  $\gamma$  や放射の影響のモデル化、回路としての境界条件の与え方などの検討を行う予定である。

**謝辞** 本研究の一部は JSPS 科研費 24560456 及び文部科学省新学術領域研究 22109004 の補助を受けた。

## 文 献

- [1] A. Sommerfeld, "Über die Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen längs eines Drahtes," Annalen der Physik und Chemie, Vol.67, pp. 233-290, 1899.
- [2] G. Goubau, "Single conductor surface wave transmissionlines," Proc. IRE, Vol.39, Issue 6, pp.619-624, 1951.
- [3] M. Sato and R. Sasto, "Analysis of transient responses between coupled dipole antennas by using a simple equivalent circuit," IEEE Trans. Antennas & Propagat., Vol.AP-33, No.9, pp.1015-1020, 1985.
- [4] 中村隆, 小田啓介, 横川泉二, "線状アンテナの等価分布定数線路とその放射機構," 信学論 B, Vol. J71-B, No.9, pp.1028-11036, 1988.
- [5] K. Wang and D.M. Mittleman, "Metal wires for terahertz wave guiding," Nature, Vol. 432, pp. 376-379, 2004.
- [6] U. Paoletti, T. Suga and H. Osaka, "Equivalent circuit for Sommerfeld wave," IEICE Electronics Express, Vol. 8, No. 19, pp.1590-1595, 2011.
- [7] R. Holland and R.S. John, "EM Pickup and Scattering by a Wire," IEEE Trans. Electromagn. Compat., Vol.42, No. 4, pp. 461-469, 2000.
- [8] T.E. Roberts Jr., "Theory of the Single Wire Transmission Line," J. Appl. Phys., Vol. 24, pp. 57-67, 1953.
- [9] R.B. Marks and D.F. Williams, "A General Waveguide Circuit Theory," J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol., Vol. 97, No. 5, pp. 533-562, 1992.
- [10] T. Sokooshi, T. Hisakado, U. Paoletti, O. Wada, "Analysis of Current Propagation on Single Conductor Line Using Point Charges and Propagating Line Currents," Proc. PIERS Moscow 2009 pp.1562-1566, 2009.
- [11] T. Hisakado, N. Takayama, O. Wada, "Reflection and Transmission Analysis on Single Conductor Line," Proc. EMC'09/Kyoto, pp.481-484, 2009.
- [12] G.S. Smith, Teaching Antenna Radiation from a Time-Domain Perspective, Am. J. Phys., Vol. 69, No.3, 2001.
- [13] G.S. Smith, Teaching Antenna Reception and Scattering from a Time-Domain Perspective, Am. J. Phys., Vol. 70, No.8, 2002.
- [14] C. R. Paul: Analysis of Multiconductor Transmission Lines, 7 章, Wiley, 1994.