



面圧分布の変動を考慮したブレーキ鳴き低減のための ディスクブレーキの構想設計法*

松 島 徹** 泉 井 一 浩*** 西 脇 眞 二***

A Conceptual Design Method of Disc Brake Systems for Reducing Brake Squeal Considering Pressure Distribution Variations

Toru MATSUSHIMA, Kazuhiro IZUI and Shinji NISHIWAKI

This paper proposes a design optimization method for disc brake systems that specifically aims to reduce brake squeal, with robustness against changes on contact surface pressure distribution, based on the concept of First Order Analysis. First, a simplified analysis model is constructed in which a pressure distribution parameter is introduced, and the relationships between the occurrence of brake squeal and the characteristics of various components is then clarified, using the simplified model. Next, a new design performance measure that takes pressure distribution changes over the contact surfaces into account is proposed for evaluating brake squeal performance, and an optimization problem is formulated in which this performance measure is used as a constraint condition, with maximization of the brake-pad contact area as the objective function. The optimization problem is solved using a genetic algorithm. The proposed method is then applied to design problems and a disc brake system is constructed based on an optimal solution. Finally, experimental studies are conducted to confirm that the proposed method can yield optimal designs that minimize brake squeal and are robust against pressure distribution changes.

Key words: conceptual design, design optimization, first order analysis, CAE, numerical analysis, disc brake, minimizing brake squeal

1. 緒 言

機械製品の構想設計の充実を図る方法として、First Order Analysis (FOA)¹⁾が提案され、実際の機械部品の設計・開発に広く適用されつつある。FOAは、設計者に設計要因と性能を、力学的に筋道を立てて理解可能な物理量を提供し、構想設計段階における意思決定を支援することを目的とする。FOAは、単なる現象解明ではなく、機能が力学的に明確で、構造的意味や設計指針が得やすい簡易力学モデルによる評価と、設計指針を与える設計評価尺度の構築を基本とする。

本研究では、自動車に多用されているディスクブレーキの設計を対象に、上で述べたFOAの概念に基づき、ブレーキの基本性能の一つであるブレーキ鳴きの低減を目的に構想設計法を開発している。このブレーキ鳴きは、ブレーキディスク（以下、ディスクと略す）とパッドに間に生じる摩擦力が、ある臨界値を越えた状態において発生すると考えられ、ディスクとパッド間の摩擦係数の変化に着目した多くの現象解明^{2)~5)}がされているが、これらは現象の解明だけに留まっている。

これらの現象解明に対して、Millner⁶⁾は、自励振動現象の観点から、固有値に基づく安定判別により、ブレーキ鳴きの発生有無を判別する方法を提案している。このMillnerの考え方に基づき、理論解析^{7)~16)}や詳細な有限要素モデルを用いた数値解析^{17)~19)}によりブレーキ鳴きの現象解明と性能評価を可能とする方法が幾つか提案されている。特に、有限要素法に基づく方法は、構成部品の詳細設計案の評価を可能とし、ブレーキシステムの性能評価に多用されている。しかし、この方法は、構成

部品の詳細形状を表現した有限要素モデルを必要とするため、通常、設計諸元が決定された詳細設計段階でのみ利用可能な方法に留まっている。さらに、モデル自体の自由度が過度に多いため、性能の本質的な理解を行うことが難しく、それゆえに、抜本的に設計変更指針も得ることは困難である。

他方、Millnerの考え方に基づき、簡易な力学モデルを用いた力学解析も多く行われている^{8)~14)}。前報では、構想設計を充実するための基本的な考え方であるFOAの考え方のもと、このような簡易な力学モデルを用いたブレーキ鳴き低減を目指した構想設計法を提案した。すなわち、簡易モデルによりブレーキ鳴きの現象を解明するとともに、摩擦面の摩擦係数と接触剛性の両方の変動を考慮した新しい設計評価尺度²⁰⁾を構築し、それによりブレーキの構想設計法の開発した。これにより、摩擦面の摩擦係数と接触剛性の変動が生じて、ブレーキ鳴きが生じない構想設計の方策を提言できるようになった。

しかしながら、ディスクとパッド間の面圧分布の変動に関しては、摩擦面の接触剛性の変動を生じさせ、ブレーキ鳴きの発生に大きく影響を与える因子であるにも関わらず、過去の研究事例や前報では考慮されていない。すなわち、実際のディスクブレーキでは、ディスクとパッド間の面圧分布は、ディスクブレーキの使用条件、すなわちパッドをディスクに押付ける力、ディスクとパッド間の摩擦力、ディスクとパッドの温度、パッドの摩耗などによって変動することは、多くの実験によりわかっているうえ、文献¹¹⁾¹²⁾¹⁴⁾²¹⁾²²⁾において報告されているが、それに関する考察結果は皆無に近い。しかし、このような変動のブレーキ鳴きを与える影響は大きく、構想設計時に想定した面圧分布ではブレーキ鳴きの発生しない摩擦面の摩擦係数と接触剛性の設定であっても、面圧分布が変動することによりブレーキ鳴きを生じることがある。このような問題を解決するためには、

* 原稿受付 平成22年10月15日
** 正会員 トヨタ自動車(株) (静岡県裾野市御宿1200)
*** 正会員 京都大学大学院 (京都府京都市左京区吉田本町)

面圧分布の変動によって生じる接触剛性分布の変動に対して、ブレーキ鳴き性能が変化しないロバスト性の高いブレーキシステムを開発することが必要となる。

そこで、本論文では、FOA の考え方のもと、従来の研究事例では、考慮されていなかったディスクとパッド間の面圧分布の変動に対するブレーキ鳴き性能のロバスト性を考慮した、新しいブレーキシステムの最適構想設計法を開発する。以下2章では、まずディスクとパッド間の面圧分布の変動を検討するため、面圧分布の変動に対する摩擦面の接触剛性の変動勾配を表す係数 η を新たに提案し、不均一な面圧分布を考慮可能な簡易モデルを用いたブレーキ鳴き解析のための定式化を行う。3章では、2章の定式化に基づくブレーキ鳴き解析法を用いて、不確定因子たる摩擦係数と、接触剛性、さらに面圧分布の変動により生じる接触剛性分布の変動と、ブレーキ鳴き性能の関係を考察する。さらに、その考察結果に基づき、面圧分布の変動に対するロバスト性を考慮した新しい設計評価尺度を構築するとともに、それに基づき最適設計問題を定式化する。4章では、具体的な設計例に対して、最適設計問題を解き最適解を求めるとともに、実験結果との比較を行うことにより、方法論の妥当性と有効性を検証する。

2. ブレーキ鳴き解析法

2.1 簡易力学モデル

ここでは、FOA の考え方に基づき、設計指針を与える簡易モデルを構築する。本研究でブレーキ鳴き解析に用いる簡易モデルは、基本的には前報²⁰⁾にて構築したモデルと同様で、ブレーキ鳴きの振動数が 5kHz 以下で、振動モードが、ディスクは面外方向の曲げ変形、パッドは剛体運動である、低周波数鳴きと呼ばれるブレーキ鳴きを対象としている。図1に、本研究で用いる簡易モデルを示す。同図に示したように、簡易モデルは、ディスク、アウターパッド、インナーパッド、マウンティングブラケットで構成される。なお、マウンティングブラケットを支持するサスペンションブラケット

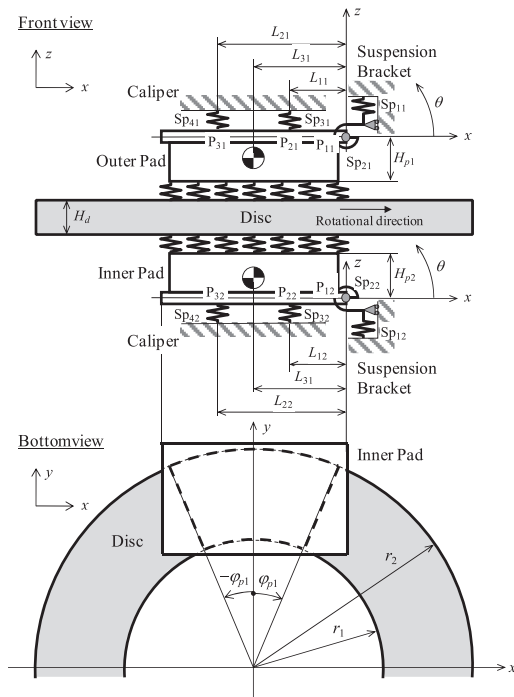


Fig. 1 Simplified brake analysis model

トについては、ブレーキ鳴き発生時の振幅が、マウンティングブラケットの振幅と比較し十分小さいことから、このモデルでは考慮していない。

また、ディスクは、図2に示のように、モデルの簡易化ため一様厚さで、内周($r=r_1$)が完全固定され、外周($r=r_2$)が自由端の弾性体の円板とし、ディスクとアウターパッド、インナーパッドは間の面接触は分布ばねで表現する。また、車両外側に配置されるアウターパッドは点 P_{11} で、並進および回転方向の支持剛性を表現する二つのばね要素 Sp_{11} 、 Sp_{21} で表現した、マウンティングブラケットに支持される。同様に、車両内側に配置されるインナーパッドは点 P_{12} で、並進および回転方向の支持剛性を表現する二つのばね要素 Sp_{12} 、 Sp_{22} で表現した、マウンティングブラケットに支持される。そして、アウターパッドとインナーパッドとも、それぞれの支持点を中心に、 z 方向に並進、 θ 方向に回転する剛体運動をするものとする。さらに、アウターおよびインナーパッドが z 方向にキャリパで支持されている状況を表現するため、アウターパッドをばね要素 Sp_{31} 、 Sp_{41} 、インナーパッドをばね要素 Sp_{32} 、 Sp_{42} で支持する。なお、本簡易モデルの解析自由度は、後述するように5自由度もつことになる。

通常、安定したブレーキ性能を得るために、キャリパは、パッドをディスクに均一な面圧で押付けるように設計されることが多い。しかし、制動時にパッドに作用する摩擦力を支持するパッドの支持位置は、摩耗によるパッド厚さの減少を考慮し、摩擦面に対して z 方向に H_{p1} 、 H_{p2} だけオフセットしている。この位置でパッドは支持されるため、モーメントに関する釣り合い条件から実際にはパッドには摩擦力による回転モーメントが図3(a)のように作用する。この結果、ディスクとパッド間の接触面圧は、 x 方向に関して不均一で、リーディング側が高くなり、パッドのリーディング側の摩耗量が増加する。この偏摩耗が大きくなると、ピストンとパッド接触位置はトレーリング側に移動し、図3(b)のように、ディスクとパッドの接触面圧は、トレーリング側が高くなり、トレーリング側の摩耗量が増加する。さらに、トレーリング側の摩耗量が増加すると、ピストンとパッドの接触位置は、リーディング側に移動し、再びリーディング側の接触面圧が高くなり、リーディング側の摩耗量が増加する。以上のように、ディスクとパッド間の面圧分布はパッドの摩耗により大きく変動する。本研究では、この面圧分布と変動を表現可能な簡易モデルの運動方程式を定式化する。

2.2 面圧分布を考慮した簡易モデルの運動方程式

図2に示すように、ディスクの中心を原点とし、半径方向を r 、円周方向を ϕ 、面外方向を z とした座標系を設定する。ディスクの内径は r_1 、外径を r_2 とし、内径上の境界を完全固定する。ディスクの厚さを H_d 、質量密度を ρ 、ヤング率を E 、ポアソン比を ν 、面外方向の変位を w_d とし、ディスクの運動エネルギー T_d と、ポテンシャルエネルギーを V_d を求めれば、それぞれ次

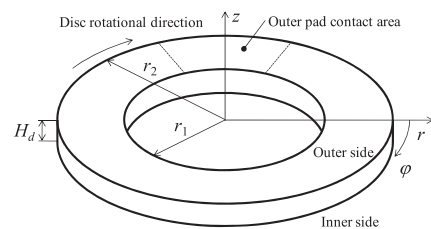
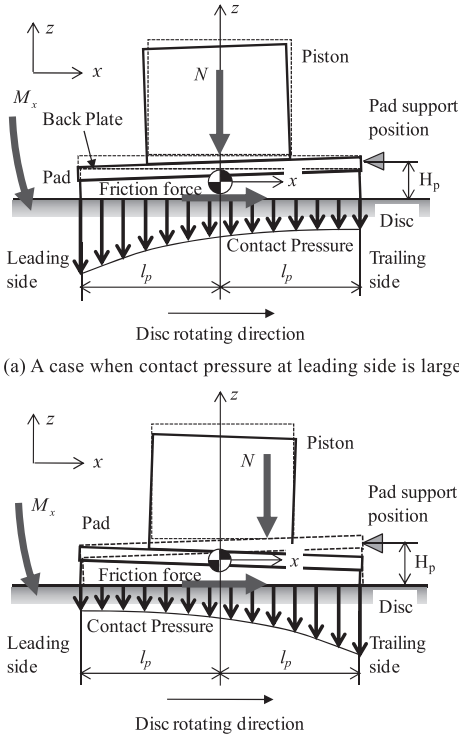


Fig. 2 Coordinate system and disc dimensions



(a) A case when contact pressure at leading side is large

(b) A case when contact pressure at trailing side is large

Fig. 3 Non-uniform contact pressure distribution

式となる.

$$T_d = \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \rho H_d \dot{w}_d^2 r dr d\varphi \quad (1)$$

$$V_d = \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} D \left[(\nabla^2 w_d) - 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w_d}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_d}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_d}{\partial \varphi^2} \right) + 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_d}{\partial \varphi} \right) \right\}^2 \right] r dr d\varphi \quad (2)$$

ここで,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (3)$$

D はディスクの曲げ剛性で、次式で求められる.

$$D = \frac{EH_d^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4)$$

いま、ディスクの変位 w_d を次式のように、半径方向 r 、円周方向 φ 、時間 t に関して変数分離する.

$$w_d(r, \varphi, t) = w_{dr}(r) w_{d\varphi}(\varphi) q_d(t) \quad (5)$$

なお、円周方向の成分 $w_{d\varphi}(\varphi)$ に関しては、次式が成り立つとする.

$$w_{d\varphi}(\varphi) = \cos N\varphi \quad (6)$$

ここで、 N は対象としている振動モードにおける節直径の数である。上式を式(1)、式(2)に代入すれば、次式となる.

$$T_d = \frac{1}{2} \rho H_d \left(\int_{r_1}^{r_2} r (w_{dr}(r))^2 dr \int_0^{2\pi} (w_{d\varphi}(\varphi))^2 d\varphi \right) (\dot{q}_d(t))^2 \quad (7)$$

$$V_d = \frac{1}{2} D \left\{ \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} \left((w_{dr}'(r))^2 + 2\nu r w_{dr}'(r) w_{dr}''(r) + r^2 (w_{dr}''(r))^2 \right) dr \right. \\ \times \int_0^{2\pi} (w_{d\varphi}(\varphi))^2 d\varphi + 2(1-\nu) \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^3} (w_{dr}(r) - r w_{dr}'(r))^2 dr \\ \times \int_0^{2\pi} (w_{d\varphi}'(\varphi))^2 d\varphi + \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^3} (w_{dr}(r))^2 dr \int_0^{2\pi} (w_{d\varphi}''(\varphi))^2 d\varphi \\ \left. + \int_{r_1}^{r_2} \frac{2}{r^2} w_{dr}(r) (w_{dr}'(r) + \nu r w_{dr}''(r)) dr \right. \\ \left. \times \int_0^{2\pi} w_{d\varphi}(\varphi) w_{d\varphi}''(\varphi) d\varphi \right\} (q_d(t))^2 \quad (8)$$

次に、アウターパッドの運動エネルギー T_{p1} とポテンシャルエネルギーを定式化する。アウターパッドの質量を m_{p1} 、慣性モーメントを I_{p1} とし、図1に示す z と θ 方向の変位を w_{p1} 、 θ_{p1} とする。さらに、ばね要素 Sp_{11} 、 Sp_{21} 、 Sp_{31} 、 Sp_{41} のばね定数を k_{b11} 、 k_{b21} 、 k_{c11} 、 k_{c21} とすると、アウターパッドの運動およびポテンシャルエネルギー T_{p1} 、 V_{p1} は、次式となる.

$$T_{p1} = \frac{1}{2} m_{p1} \dot{w}_{p1}^2 + \frac{1}{2} (m_{p1} L_{31}^2 + I_{p1}) \dot{\theta}_{p1}^2 \quad (9)$$

$$V_{p1} = \frac{1}{2} D_{op1} w_{p1}^2 - D_{op2} w_{p1} \theta_{p1} + \frac{1}{2} D_{op3} \theta_{p1}^2 \quad (10)$$

ここで,

$$D_{op1} = k_{b11} + k_{c11} + k_{c21} \quad (11)$$

$$D_{op2} = k_{c11} L_{11} + k_{c21} L_{21} \quad (12)$$

$$D_{op3} = k_{b21} + k_{c11} L_{11}^2 + k_{c21} L_{21}^2 \quad (13)$$

同様に、インナーパッドの z と θ 方向の変位を w_{p2} 、 θ_{p2} 、質量を m_{p2} 、慣性モーメントを I_{p2} 、ばね要素 Sp_{12} 、 Sp_{22} 、 Sp_{32} 、 Sp_{42} のばね定数を k_{b12} 、 k_{b22} 、 k_{c12} 、 k_{c22} とすると、インナーパッドの運動およびポテンシャルエネルギー T_{p2} 、 V_{p2} は、次式となる.

$$T_{p2} = \frac{1}{2} m_{p2} \dot{w}_{p2}^2 + \frac{1}{2} (m_{p2} L_{32}^2 + I_{p2}) \dot{\theta}_{p2}^2 \quad (14)$$

$$V_{p2} = \frac{1}{2} D_{ip1} w_{p2}^2 - D_{ip2} w_{p2} \theta_{p2} + \frac{1}{2} D_{ip3} \theta_{p2}^2 \quad (15)$$

ここで,

$$D_{ip1} = k_{b12} + k_{c12} + k_{c22} \quad (16)$$

$$D_{ip2} = k_{c12} L_{12} + k_{c22} L_{22} \quad (17)$$

$$D_{ip3} = k_{b22} + k_{c12} L_{12}^2 + k_{c22} L_{22}^2 \quad (18)$$

次に、ディスクとパッド間の面圧分布の変動の定式化について考える。上で述べたようにディスクとパッド間の面圧分布の変動は、摩擦面の接触剛性を変動させる。文献 21) によれば、パッドの z 方向の圧縮変形量 h_p と接触面圧 p の関係は次式で表される.

$$p = k_0 h_p + k_1 h_p^2 \quad (19)$$

ここで、 k_0 、 k_1 はともにパッドの材料物性で決まる定数²¹⁾²²⁾である。さらに、圧縮変形量 h_p と接触面圧 p の変化量をそれぞれ Δh_p 、 Δp とし、 Δh_p は h_p に比べて十分に小さいとすると、 Δh_p とブレーキ鳴き発生の原因である摩擦力変動を生じさせる Δp の関係は次式となる.

$$\Delta p = (k_0 + 2k_1 h_p) \Delta h_p = k_p \Delta h_p \quad (20)$$

ここで、上式において k_p を次式のように定義している。

$$k_p = k_0 + 2k_1 h_p \quad (21)$$

上式より、 k_p は、ブレーキ鳴き発生時の接触剛性を表しており、パッドの圧縮変化量 h_p に伴い変化することがわかる。

他方、パッドは、ディスクと接触する摩擦材と、その摩擦材を固定する裏金で構成されている。乗用車用ディスクブレーキでは、裏金は厚さ 5mm 程度の冷間圧延鋼板を用い、摩擦材ヤング率は、裏金の 1/8 程度である。また、安定した制動力を発生させるために、キャリパは、パッドをディスクに押付ける際に、摩擦材の全面が接触し、かつ裏金の z 方向の曲げ変形を極力小さくするように設計されている。このため、図 3 で示すように、裏金は剛体運動し、それにより摩擦材が z 方向に圧縮されるため、パッドの変形量 h_p は、 x 方向に変化し、その変化は線形となるように拘束されることになる。これに対して、図 1 で示すパッドの y 方向の接触面圧は、図 3 で示す摩擦力モーメント M_x の影響を受けないため均一とする。

以上の考察より、図 1 に示す簡易モデルでは、パッドの接触面形状が、 y 軸に対して対称であることから h_p は次式で表されることになる。

$$h_p = A_h x + \bar{h}_p \quad (22)$$

ここで、図 4 に示すように、 \bar{h}_p は均一接触面圧時のパッドの z 方向変形量、 A_h は x 方向のパッド変形量の変動勾配を表す定数である。よって、接触剛性 k_p は、式 (21)、(22) より次式となる。

$$k_p = k_0 + 2k_1 (A_h x + \bar{h}_p) = A_k x + \bar{k}_p \quad (23)$$

ここで、

$$A_k = 2k_1 A_h \quad (24)$$

$$\bar{k}_p = k_0 + 2k_1 \bar{h}_p \quad (25)$$

としている。上式より、 A_k は k_p の x 方向の変動勾配、 \bar{k}_p はパッド変形量 \bar{h}_p における接触剛性を表している。また、裏金の動きは、図 3 に示すように変動するため、接触面の範囲を $-l_p \leq x \leq l_p$ とすると、 A_k は以下の範囲で変動する。

$$-\frac{\bar{k}_p}{l_p} \leq A_k \leq \frac{\bar{k}_p}{l_p} \quad (26)$$

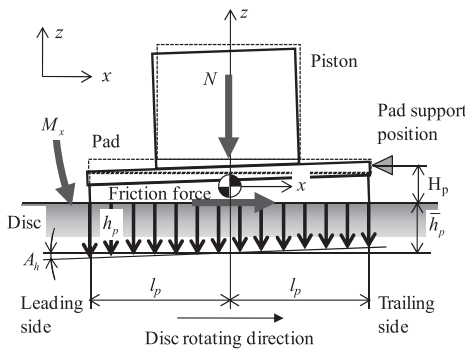


Fig. 4 Deformation at applying friction force

ここで、設計変数と摩擦面の接触剛性の変動勾配の関係を明確化するため、設計諸元に依存しない正規化された設計評価尺度として、接触剛性の変動勾配を表す係数 η を新たに提案し、 A_k を以下のように表わす。

$$A_k = \eta \frac{\bar{k}_p}{l_p}, \quad -1 \leq \eta \leq 1 \quad (27)$$

これにより、 $\eta = 0$ で接触剛性が均一、つまり接触面圧が均一な状態を、 $\eta = 1$ でパッドのリーディング側端部の接触剛性が 0、つまり、リーディング側端部の接触面圧は 0 の状態を、 $\eta = -1$ で逆にトレーリング側端部の接触面圧が 0 の状態を表すことができる。また、以上の結果から k_p は η の関数として表現できることがわかる。

次に、ブレーキ鳴きの発生要因となるディスクとパッド間の摩擦係数変化を表現する式を導く。いま、単位面積当たりの接触剛性を、それぞれ、 k_{p1} 、 k_{p2} とし、それぞれの、接触剛性の変動勾配係数を $\eta_i (i=1,2)$ と表す。このとき、アウターパッド、インナーパッドとディスクの接触面の z 方向の相対変位によって生ずる接触面圧の変動 \bar{F}_{zp1} 、 \bar{F}_{zp2} は、次式となる。

$$\bar{F}_{zp1} = -k_{p1} (s_1 - w_d) \quad (28)$$

$$\bar{F}_{zp2} = -k_{p2} (s_3 - w_d) \quad (29)$$

ここで、

$$s_1 = w_{p1} - (L_{31} - r \sin \varphi) \theta_{p1} \quad (30)$$

$$s_3 = w_{p2} - (L_{32} - r \sin \varphi) \theta_{p2} \quad (31)$$

この接触面圧の変動により摩擦力の変化が生じ、これにより、アウターパッド、インナーパッドに摩擦係数モーメント $\bar{M}_{\theta p1}$ 、 $\bar{M}_{\theta p2}$ が作用する。いま、ディスクとアウターパッド、インナーパッド間の摩擦係数を、それぞれ μ_{p1} 、 μ_{p2} とすると、 $\bar{M}_{\theta p1}$ 、 $\bar{M}_{\theta p2}$ は次式となる。

$$\bar{M}_{\theta p1} = -H_{p1} \mu_{p1} \bar{F}_{zp1} \cos \varphi \quad (32)$$

$$\bar{M}_{\theta p2} = -H_{p2} \mu_{p2} \bar{F}_{zp2} \cos \varphi \quad (33)$$

したがって、簡易モデルにおける自由度 w_{p1} 、 θ_{p1} 、 w_{p2} 、 θ_{p2} 、 w_d に関する一般化力 Q_{1nc} 、 Q_{2nc} 、 Q_{3nc} 、 Q_{4nc} 、 Q_{5nc} は、それぞれ次式となる。

$$Q_{1nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left(\bar{F}_{zp1} \frac{\partial s_1}{\partial w_{p1}} \right) r d\varphi dr \quad (34)$$

$$Q_{2nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left(\bar{F}_{zp1} \frac{\partial s_1}{\partial \theta_{p1}} + \bar{M}_{\theta p1} \right) r d\varphi dr \quad (35)$$

$$Q_{3nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left(\bar{F}_{zp2} \frac{\partial s_3}{\partial w_{p2}} \right) r d\varphi dr \quad (36)$$

$$Q_{4nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left(\bar{F}_{zp2} \frac{\partial s_3}{\partial \theta_{p2}} + \bar{M}_{\theta p2} \right) r d\varphi dr \quad (37)$$

$$Q_{5nc} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-\varphi_{p1}}^{\varphi_{p1}} \left(\bar{F}_{zd} \right) r d\varphi dr \quad (38)$$

式(7)～(10)、式(14)、(15)より、次式に示すラグランジュア

Table 1 Design parameter values

Design parameter	Value	Design parameter	Value
L_{11}, L_{12}	0.0265 m	I_{p1}, I_{p2}	$5.57 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
L_{21}, L_{22}	0.0825 m	k_{b11}, k_{b12}	$3.33 \times 10^7 \text{ N/m}$
L_{31}, L_{32}	0.0595 m	k_{b21}, k_{b22}	$1.53 \times 10^4 \text{ N m/rad}$
H_{p1}, H_{p2}	0.0175 m	k_{c11}, k_{c12}	$3.20 \times 10^6 \text{ N/m}$
$\varphi_{p1}, \varphi_{p2}$	25 deg	k_{c21}, k_{c22}	$3.20 \times 10^6 \text{ N/m}$
m_{p1}, m_{p2}	0.47 kg	N	3
r_1	0.0905 m	E	$1.60 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
r_2	0.167 m	ρ	$7.80 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
H_d	0.0187 m	ν	0.3

ン L を得る.

$$L = T_d + T_{p1} + T_{p2} - V_d - V_{p1} - V_{p2} \quad (39)$$

これに、次式に示すラグランジェの運動方程式に代入して整理すれば、次式の運動方程式を得る.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_p) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (40)$$

ここで、 \mathbf{u} はシステムの変位ベクトル、 \mathbf{M} は質量マトリクス、 \mathbf{K}_s 、 \mathbf{K}_p は剛性マトリクス、 \mathbf{f} は起振力ベクトルである。なお、簡易モデルの自由度は、ディスク変位 w_d を式(5)に示すように変数分離し、定式化したことから全5自由度となる。

式(40)の固有値 λ を求めると、固有値 λ が複素数となる。その λ の実部を α 、 ω を虚部とする。 λ の実部 α が正となる場合、ブレーキシステムにおいて、角振動数 ω とする自励振動、すなわちブレーキ鳴きが発生する。

3. ブレーキ鳴き低減のための最適設計法

3.1 不確定因子のブレーキ鳴き性能への影響

実際のブレーキ鳴きの発生状況は、ブレーキの使用条件等で変化する。特に、ディスクとアウターおよびインナーパッド間の摩擦係数 μ_{pi} ($i=1,2$) と、接触剛性を表わす単位面積当たりのばね定数 k_{pi} ($i=1,2$)、さらに、接触剛性の変動勾配係数 η_i ($i=1,2$) は、ディスクに加えられる制動力や、パッドの温度、摩擦の度合いにより変化し、それぞれを特定の値に設定することは非常に困難であるにもかかわらず、ブレーキ鳴きの発生状況に影響を及ぼすと考えられる。このことから、以下に示す解析では、摩擦係数 μ_{pi} 、接触剛性 k_{pi} 、接触剛性の変動勾配係数 η_i の変化しうる値に対して、ブレーキ鳴き性能の頑健性を評価し、設計する手法を考える。

まず、前章で示した簡易モデルを用い、後述の最適設計問題の定式化の考察の基礎として、これらの変動パラメータのブレーキ鳴き性能への影響について確認する。ここでは、アウターパッドとインナーパッドの材質は同一、アウターパッドとインナーパッドの摩擦状態が等しくなる対向型キャリパを用いたブレーキシステムを対象とし、アウター側とインナー側のパッドの摩擦係数、接触剛性、接触剛性の変動勾配係数は等しいとする。表1に数値解析に必要な設計パラメータの値を示す。

最初に、摩擦係数 μ_{pi} の変動がブレーキ鳴き性能に及ぼす影響を確認する。接触剛性を $k_{pi} = 4.0 \times 10^{10} \text{ N/m}$ 、接触剛性の変動勾配係数を $\eta_i = 0.93$ の一定値とし、摩擦係数 μ_{pi} を変化した場合の複素固有値 λ_j ($j=1,2,\dots,5$) の変化を図5に示す。なお、この簡易モデルを用いて固有値解析を行うと、5つの固有値が得られるが、ここでは、固有値の虚部 ω_j の大きい順に固有値の順番付け

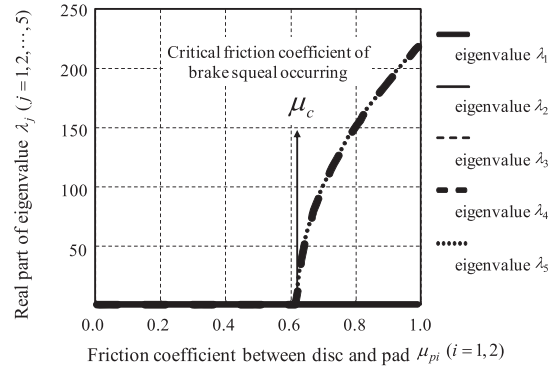


Fig. 5 Relationship between μ_{pi} and real part of eigenvalue

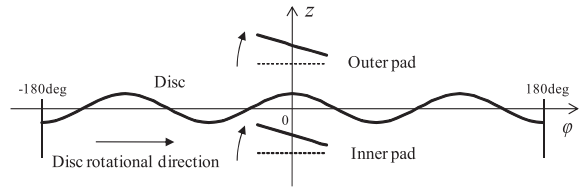


Fig. 6 Disc and pads vibration modes

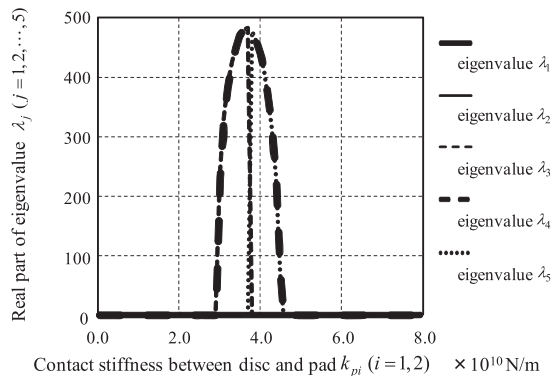


Fig. 7 Relationship between k_{pi} and real part of eigenvalue

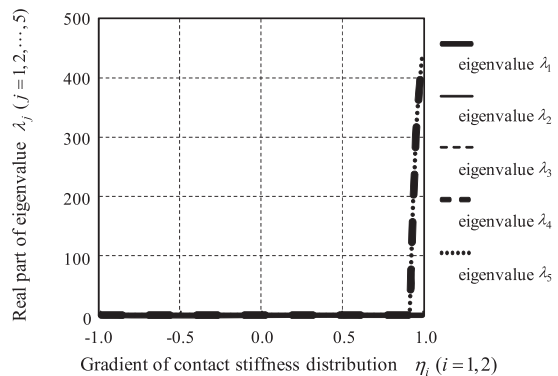


Fig. 8 Relationship between η_i and real part of eigenvalue

をすることにする。図5から、5つの固有値 λ_j の実部 α_j は、摩擦係数が小さいときはゼロで、摩擦係数 μ_{pi} が 0.62 を超えたときに λ_4 、 λ_5 の実部 α_4 、 α_5 が正となり、ブレーキ鳴きが発生する。図6に摩擦係数 μ_{pi} が 0.7 ときの λ_4 および λ_5 の振動モードの実部を示す。同図より、ブレーキ鳴きが、ディスクが3次曲げ、アウ

ターおよびインナーパッドは主に剛体回転モードで発生することがわかる。

次に、接触剛性 k_{pi} の変動がブレーキ鳴き性能に及ぼす影響を確認する。摩擦係数を $\mu_{pi} = 0.7$ 、接触剛性の変動勾配係数を $\eta_i = 1.0$ とし、接触剛性 k_{pi} を変化させた場合の、複素固有値 λ_j の実部 α_j の変化を図7に示す。図7から、 λ_3, λ_4 の実部 α_3, α_4 は、 \bar{k}_{pi} が $3.0 \times 10^{10} \text{ N/m} \sim 3.7 \times 10^{10} \text{ N/m}$ の範囲で正となり、 λ_4, λ_5 の実部 α_4, α_5 は、 \bar{k}_{pi} が $3.8 \times 10^{10} \text{ N/m} \sim 4.5 \times 10^{10} \text{ N/m}$ の範囲で正となり、接触剛性については、 \bar{k}_{pi} が $3.0 \times 10^{10} \text{ N/m} \sim 4.5 \times 10^{10} \text{ N/m}$ の範囲においてのみブレーキ鳴きが発生することがわかる。

最後に、接触剛性の変動勾配係数 η_i の変動がブレーキ鳴き性能に及ぼす影響を確認する。摩擦係数を $\mu_{pi} = 0.7$ 、接触剛性を $\bar{k}_{pi} = 4.0 \times 10^{10} \text{ N/m}$ とし、接触剛性の変動勾配係数 η_i を変化させた場合の複素固有値 λ_j の実部 α_j の変化を図8に示す。図8から λ_j の実部 α_j は、接触剛性の変動勾配係数 η_i が小さいときはゼロで、接触剛性の変動勾配係数 η_i が 0.92 を超えたときに、 λ_4, λ_5 の実部 α_4, α_5 が正となり、ブレーキ鳴きが発生している。

以上の結果から、これらの不確定なパラメータの変動に対して頑健性の高いブレーキ鳴き最適設計法を構築する。

3.2 最適設計問題の定式化

環境要因などの不確定因子の変動に対してロバスト性の高いシステムを導出するための最適設計の考え方として、ロバスト最適設計法²³⁾がある。ロバスト最適設計の方法には、不確定因子の変動の確率分布を仮定して、性能の劣化の確率を規定する方法や、性能の不確定因子に対する感度を最小化することで、不確定因子の変動による性能の劣化を抑制する方法等があり、問題に応じて適切な定式化を行うことが求められる。

ブレーキシステムの構想設計では、図5, 7, 8で確認したように、摩擦係数 μ_{pi} 、接触剛性 k_{pi} 、接触剛性の変動勾配係数 η_i という、不確定因子がどのように変動しても、ブレーキ鳴きが発生しないことが要求される。そこで、これら不確定因子が取りうるすべての値 $0 < \mu_{pi} \leq \mu_{max}$ 、 $0 \leq k_{pi} \leq k_{p,max}$ 、 $-1 \leq \eta_i \leq 1$ に対して、ブレーキ鳴きが発生しないようロバスト性を表した制約条件による定式化を行う。

まず、摩擦係数 μ_{pi} あるいは接触剛性の変動勾配係数 η_i については、 μ_{pi} 、 η_i が、臨界値 μ_c 、 η_c を超えたときにブレーキ鳴きが発生することから、想定される範囲 $0 < \mu_{pi} \leq \mu_{max}$ 、 $-1 \leq \eta_i \leq 1$ の上限値よりも、ブレーキ鳴きが発生する臨界値が高くなるようにすべきである。それには、 μ_{pi} 、 η_i の上限値における複素固有値の実部をゼロとしなければならない。これに対して、接触剛性については、接触剛性が変動する範囲内 $0 \leq k_{pi} \leq k_{p,max}$ のすべてで、複素固有値の実部 $\alpha_j = \text{Re}(\lambda_j)$ がゼロとなる必要がある。ここではさらに、ディスクの振動モードを示す直径方向の節の数 N に対しても想定される範囲 $N \in N_g$ のすべてで、複素固有値の実部がゼロとする。

以上の理由から、不確定因子の最悪値に対して、ブレーキ鳴きが発生しないような設計解を求めることができるよう、制約条件を以下のように定式化する。

$$h = \max_{\substack{0 \leq k_{pi} \leq k_{p,max} \\ N \in N_g}} \left[\alpha_j = \text{Re}(\lambda_j) \right]_{\mu_{pi} = \mu_{max}, \eta_i = 1} = 0 \quad (41)$$

ここで、 h は等式制約を示し、 N_g は想定される直径方向の節の数 N の集合であり、 $k_{p,max}$ は接触剛性の上限値、 μ_{max} は摩擦係数

の上限値である。

また一方で、ディスクブレーキの制動力とパッドの寿命を確保するため、パッドの寸法は大きくすることが望まれる。そこで、式(41)に示すように、パッドの中心角を表す変数 φ_{pi} ($i=1,2$) を目的関数 f として、支持点 L_{1i} 、 L_{2i} 、そして、キャリパとパッドの接触剛性 k_{b1i} 、 k_{b2i} 、 k_{c1i} 、 k_{c2i} を設計変数とし、 φ_{pi} の最大化を図る。さらに、制約条件として、各設計諸元に上限値と下限値を式(43)から(45)で示すように設け、最適設計問題を、以下のように定式化する。

$$\text{maximize } f = \varphi_{pi} \quad (i=1,2) \quad (42)$$

制約条件：

$$h = \max_{\substack{0 \leq k_{pi} \leq k_{p,max} \\ N \in N_g}} \left[\alpha_j = \text{Re}(\lambda_j) \right]_{\mu_{pi} = \mu_{max}, \eta_i = 1} = 0$$

$$L_{1i}^L \leq L_{1i} \leq L_{1i}^U, \quad L_{2i}^L \leq L_{2i} \leq L_{2i}^U \quad (43)$$

$$k_{b1i}^L \leq k_{b1i} \leq k_{b1i}^U, \quad k_{b2i}^L \leq k_{b2i} \leq k_{b2i}^U \quad (44)$$

$$k_{c1i}^L \leq k_{c1i} \leq k_{c1i}^U, \quad k_{c2i}^L \leq k_{c2i} \leq k_{c2i}^U \quad (45)$$

4. 数値解析

4.1 パッドの大きさを設計変数とした場合

まず、前章で示した最適設計問題を、パッドの大きさを表す扇型形状の中心角 φ_{pi} のみを設計変数として解く。なお、インナー側とアウトター側のパッドは、共に y 軸について対称で同じ中心角 φ_p となることとした。また、最適化手法を適用する際の数値安定性を確保するため、式(41)の制約条件を、次式のように緩和して計算を行った。

$$h' = \max_{\substack{0 \leq k_{pi} \leq k_{p,max} \\ N \in N_g}} \left[\alpha_j = \text{Re}(\lambda_j) \right]_{\mu_{pi} = \mu_{max}, \eta_i = 1} - \varepsilon \leq 0 \quad (46)$$

ここで、 ε は微小な正の値で、ここでは $\varepsilon = 1.0$ とした。また、パッドの中心角 φ_p 以外の設計変数は定数とし表1と同じ値を用いた。

他方、図5, 7, 8に示すように、 α_j の勾配変化は、 α_j が0から実数値に遷移する近傍で急であり、通常の局所探索法では数値的に不安定となりやすいため、最適化は遺伝的アルゴリズムにより行った。このとき、設計変数はグレイコードによって表現し、トーナメント選択法を用いた。その他の設計諸元は、表1に示すものと同じ値を用い、さらに、摩擦係数の上限値 $\mu_{max} = 0.7$ 、接触剛性の上限値 $k_{p,max} = 8.0 \times 10^{10} \text{ N/m}$ 、想定されるディスク振動モ

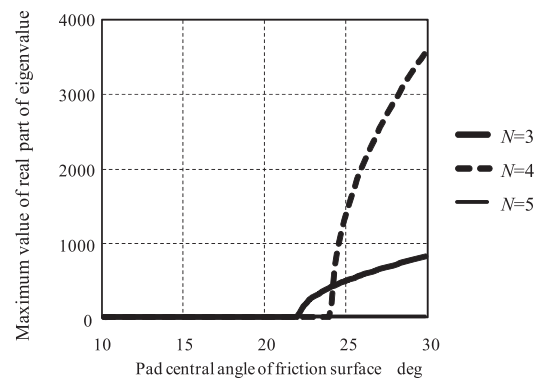


Fig. 9 Maximum value of real part of eigenvalue

ードの直径方向の節の数 $N_g = \{3, 4, 5\}$ とした。

このとき、最適なパッド中心角は、 $\varphi_p = 22.24$ となった。また、 N を 3, 4, 5 としたそれぞれの場合の、パッド中心角の大きさ φ_p と、複素固有値の実部の最大値 g の関係を図 9 に示す。パッド中心角の大きさ φ_p を 22.24 度以上にすると、ディスクが、直径方向に 3 つの節をもつ曲げモードすなわち $N = 3$ で振動するブレーキ鳴きが発生することが図 9 からわかる。

4.2 実験検証

ここでは、提案した簡易モデルと最適設計法の妥当性を検証するために、前節の計算結果と実験結果の比較・検討を行った結果を示す。図 10 に実験装置（明電舎、特注品）を示す。図に示すように、ディスクとキャリパで構成されるブレーキシステムを、実験装置に固定されたサスペンション部品に取り付けた。そして、パッドの中心角 φ_p を 23 度とし、制動前のパッド温度を 40℃ から 200℃ 間で 11 水準、制動時にキャリパに負荷する油圧を 0.2~2.5MPa の間で 10 水準とし、その組合せからなる 110 条件の制動を 54 回繰り返して、ブレーキ

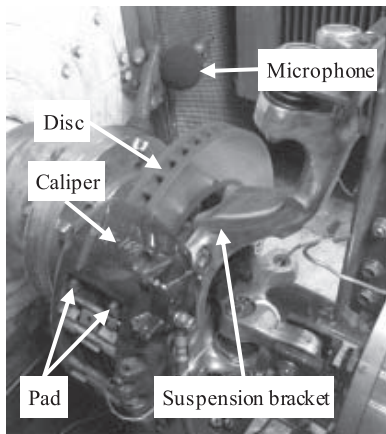


Fig. 10 Experimental system of squeal evaluation

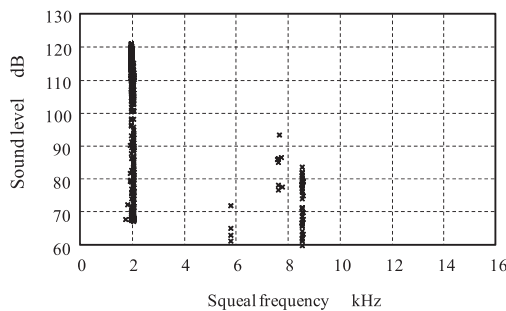


Fig. 11 Squeal evaluation result

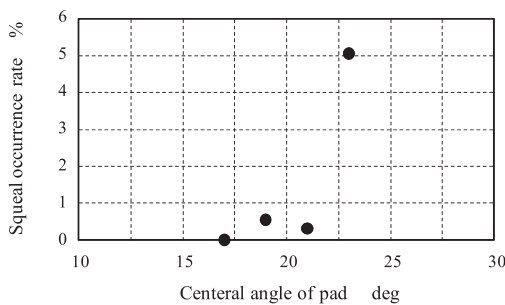


Fig. 12 Squeal occurrence rate for pad central angle

鳴き発生時の音圧と振動数を解析、記録する実験を行った。図 11 に実験結果を示す。図 11 から、ブレーキ鳴きは、1.8~2.0 kHz, 5.8kHz と 7.6~8.5kHz の振動数で発生した。

また、数値解析結果の妥当性を確認するために、ブレーキ鳴き発生時のディスクの面外方向の振動モードを ESPI (Electric Speckle Pattern Interferometry) を用いて計測し、解析した。その結果、1.8~2.0kHz のブレーキ鳴きは、ディスクが直径方向に 3 つの節をもつ曲げモード、すなわち $N = 3$ で振動していることがわかり、図 6 で示した数値解析上のブレーキ鳴き発生時の振動モードと特徴が一致していることから、図 5, 7, 8, 9 で示した数値解析結果は、実験結果と整合することが確認できた。

次に、最適結果の妥当性を確認するために、パッドの中心角 φ_p のブレーキ鳴き性能への影響を確認した。すなわち、ブレーキ鳴きが発生しなくなる方向である、 φ_p が 23 度, 21 度, 19 度, 17 度の 4 水準のパッドを準備し、それぞれについて同様の実験を行った。図 12 に φ_p が 23 度, 21 度, 19 度, 17 度で発生したブレーキ鳴きで、振動数 1.8~2.0kHz の発生確率を示す。

図 12 から、パッドの中心角 φ_p を 23 度にするるとブレーキ鳴きの発生率が増加していることから、ブレーキ鳴きが発生するパッドの中心角 φ_p の臨界値は 23 度であることがわかった。また、図 9 に示すように、最適化により得られたブレーキ鳴きが発生するパッドの中心角の臨界値は、22.24 度で、実験結果とほぼ一致しており、最適化の方法が妥当であることを確認することができた。

4.3 ブレーキシステムの構想設計への展開

次に、アウター側およびインナー側それぞれにおける、パッドの中心角 φ_{pi} 、支持点 L_{11} , L_{21} , L_{12} , L_{22} 、そして、キャリパとパッドの接触剛性 k_{b11} , k_{b12} , k_{b21} , k_{b22} , k_{c11} , k_{c12} , k_{c21} , k_{c22} を設計変数とした場合について最適解を求めた。ただし、すべての変数について、アウター側と、インナー側で同じ値をとることとし、アウター側とインナー側を区別する添え字を省略して φ_p , L_1 , L_2 , k_{b1} , k_{b2} , k_{c1} , k_{c2} と表すこととする。なお、設計変数の側面制約は、表 2 のように設定した。また、4.1 節の数値計算と同様に、 $\mu_{max} = 0.7$, $k_{pmax} = 8.0 \times 10^{10}$ N/m, $N_g = \{3, 4, 5\}$ とし、同じ遺伝的アルゴリズムを用いて最適化を図った。表 3 に最適解を示す。この結果から、設計諸元を調整することで、パッドの中心角 φ_p を 24.48 度まで広げてもブレーキ鳴きを抑制することができることがわかった。さらに、最適解の設計諸元において、 N を 3, 4, 5 と、それぞれ固定したそれぞれの場合の、パッドの中心角 φ_p と、複素固有値の実部の最大値 h の関係を、表 3 で示した設計諸元を用いた場合について図 13 に示す。図 9 と比較すると、図 13 では、ブレーキ鳴きが発生するパッドの大きさの臨界値が高い値に移動して

Table 2 Side constraints

Design variable	Lower limit	Upper limit
L_1	0.02 m	0.04 m
L_2	0.079 m	0.099 m
φ_p	20 deg	30 deg
k_{b1}	1.67×10^7 N/m	6.66×10^7 N/m
k_{b2}	0.765×10^4 N m/rad	3.06×10^4 N m/rad
k_{c1}	1.60×10^6 N/m	6.40×10^6 N/m
k_{c2}	1.60×10^6 N/m	6.40×10^6 N/m

Table 3 Optimum solution

Design variable	Optimum solution
L_1	0.0299 m
L_2	0.0795 m
φ_p	24.48 deg
k_{b1}	1.67×10^7 N/m
k_{b2}	7.65×10^3 N m/rad
k_{c1}	5.83×10^6 N/m
k_{c2}	6.40×10^6 N/m

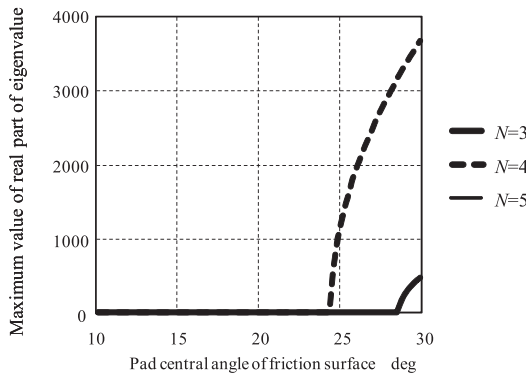


Fig. 13 Maximum value of real part of eigenvalue for optimal design

おり、求めた最適解を用いることで、 $N=3$ の振動モードのブレーキ鳴きを低減できることがわかった。しかし、得られた最適解では、 $N=4$ の振動モードのブレーキ鳴きについては、他の設計変数を検討する必要があることがわかった。さらに、 $N=5$ の振動モードのブレーキ鳴きは発生しないこともわかった。

5. 結 言

本研究では、FOAの考え方にに基づき、ディスクブレーキ鳴き低減を目指した構想設計法について、ディスクとパッドの間の面圧分布の変動を考慮した最適設計法を開発した。得られた結果を以下に示す。

- (1) FOAの考え方のもと、構想設計段階において、ブレーキ鳴きの発生メカニズムが理解でき、設計指針を得ることが容易な簡易モデルを構築した。さらに、新たな設計指針を得るために必要となる尺度として、接触剛性の変動勾配を表す係数 η を提案した。
- (2) 簡易モデルを用いて、数値解析により、不確定因子である摩擦係数、接触剛性、さらに接触剛性の変動勾配係数とブレーキ鳴きの性能の関係を明確化した。
- (3) 不確定因子である摩擦係数、接触剛性、さらに接触剛性の変動勾配係数の変動に関してブレーキ鳴きを発生しないロバストなシステムを得るための最適化問題を定式化した。
- (4) 2つの実設計問題に対して、最適化を図ることより、不確定因子に対して頑健な最適解を得ることができた。さらに、実験検証により、得られた最適解の妥当性を検証した。これらより、本報で提案する方法論は、不確定因子に関してロバストなブレーキシステムの構想設計案を提供できることがわ

かった。

参 考 文 献

- 1) H. Nishigaki et al.: First Order Analysis for Automotive Body Structure Design, Proceedings of DECT'00 ASME2000 Design Engineering Technical Conference and Computer and Information in Engineering Conference, DECT2000/DAC-14533, (2000) 1.
- 2) H. Blok: Fundamental Mechanical Aspects of Boundary Lubrication, SAE Journal, **46**, (1940) 54.
- 3) A. Watari and T. Sugimoto: Vibrations Caused by Dry Friction, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, **29**, 200, (1963-4) 769 (in Japanese).
- 4) GX. Chen et al.: Experimental Investigation into Squeal under Reciprocating Sliding, Tribology International, **36**, 12(2003) 961.
- 5) GX. Chen and Z. R. Zhou: Experimental Observation of the Initiation Process of Friction-induced Vibration under Reciprocating Sliding Condition, Wear, **259**, 1-6(2005) 277.
- 6) N. Millner: An Analysis of Disk Brake Squeal, SAE, **780332**, (1978) 1.
- 7) N. M. Kinkaid, O. M. O'Reilly and P. Papadopoulos: Review Automotive Disc Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration, **267**, 1(2003) 105.
- 8) H. Okamura and M. Nishiwaki: Study on Brake Noise : 1st Report, On Drum Brake Squeal, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **54**, 497, (1988-1) 166 (in Japanese).
- 9) H. Harada et al.: Study of Brake Noise : 2nd Report, On Disc Brake Squeal, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **55**, 512 (1989-4) 932 (in Japanese).
- 10) M. Nishiwaki: Study of Brake Noise : 5th Report, Generalized Theory of Brake Noise, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **56**, 527 (1990-7) 138 (in Japanese).
- 11) A. Sueoka et al.: Squeal of a Disk Brake Floating Type for Cars : 1st Report, Relationship between Occurrence of Squeal and Contact Region between Rotor and Pads in Experiment, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **67**, 658 (2001-6) 1719 (in Japanese).
- 12) A. Sueoka, T. Ryu and K. Shirozu: Squeal of a Disk Brake Floating Type for Car : 2nd Report, Analytical Results, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **67**, 658 (2001-6) 1727 (in Japanese).
- 13) A. Sueoka and T. Ryu: Noise and Vibration in Disk Brake for Automotive, Journal of the Japanese Society of Tribologists, **48**, 1(2003) 36 (in Japanese).
- 14) Y. Nakano, T. Ryu and A. Sueoka: Squeal of Rigid Type Disk Brake for Car, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **70**, 700 (2004-12) 3398 (in Japanese).
- 15) K. Ohta et al.: Study on the Disk Brake Squeal : Simulation Using Modal Analysis Technique and Experiments, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **50**, 457, (1984-6) 1585.
- 16) U. Wagner, D. Hochlenert and P. Hagedorn: Minimal Models for Disk Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration, **302**, 3(2007) 527.
- 17) G. D. Liles: Analysis of Disk Brake Squeal Using Finite Element Methods, SAE, **891150**, (1989) 1.
- 18) I. Kido, T. Kurahachi and M. Asai: A Study on Low-Frequency Brake Squeal Noise, SAE, **960993**, (1996) 1.
- 19) C. Chung et al.: A New Analysis Method for Brake Squeal Part1: Theory for Modal Domain Formulation and Stability Analysis, SAE, **2001-01-1600**, (2001) 1.
- 20) T. Matsushima, K. Izui, S. Nishiwaki: A Conceptual Design Method of Disc Brake Systems for Reducing Brake Squeal -Construction of a Design Criterion Using Simplified Model Based on the Concept of First Order Analysis-, J. Jpn. Soc. Precis. Eng., **76**, 8 (2010) 973 (in Japanese).
- 21) Y. Oura et al.: Surface Contact Analysis Model for Squeal on Disk Brake, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **73**, 731, (2007-7) 0236 (in Japanese).
- 22) Y. Oura, Y. Kurita and Y. Matsumura: Influence of Dynamic Stiffness in Contact Region on Disk Brake Squeal, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, **73**, 731, (2007-7) 0237 (in Japanese).
- 23) H.- G.Beyer, B. Sendhoff: Robust Optimization - A comprehensive survey, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **196**, 33, (2007) 3190.