Title	日本国債市場におけるレジームスイッチングモデルを用いた実質金利・期待インフレ率・インフレリスクプレミアムの推定 (不確実・不確定環境下における数理的意思決定とその周辺)
Author(s)	岩井, 邦紘; 宮崎, 浩一
Citation	数理解析研究所講究録 (2012), 1802: 235-241
Issue Date	2012-07
URL	http://hdl.handle.net/2433/194332
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

数理解析研究所講究録
第 1802 巻 2012 年 235-241

日本国債市場におけるレジームスイッチングモデルを用いた 実質金利・期待インフレ率・インフレリスクプレミアムの推定[1]

電気通信大学　岩井　邦紘 (Kunihiro Iwai)　宮﨑　浩一 (Koichi Miyazaki)
University of Electro-Communications

1. はじめに

一般に取引されている国債の金利は名目金利であり，実質金利，期待インフレ率，インフレリスクプレミアムの3つの要素に分解される．名目金利を構成するこれらの大きさを推定することができれば，経済政策を立案する際の有益な情報が得られる．先行研究Ang, Bekaert and Wei(2008)では，名目金利を実質金利，インフレ率，リスクプレミアムの3つのファクターで構成するモデルを提案（各ファクターの従う確率過程として，パラメータが状態に応じて異なる値をとるレジームスイッチングモデルを利用）したうえで，米国債市場を対象に実証分析を行っている．実証分析では，1年，3年，5年の米国債利回りと消費者物価指数CPIを用いてモデルのパラメータを推定し，5年米国債に内在するインフレリスクプレミアムをモデルから導出している．彼らのモデルは適切に利用すれば極めて有用であると考えられるが，利用する際には注意すべき点がある．推定に利用する米国債の年限に応じて推定されるパラメータ値が異なるため，モデルが与える5年米国債に内在するインフレリスクプレミアムも異なったものとなる．よって，どのような年限の米国債利回りのセットに基づいてパラメータ推定を行えば適切であるかについて確認する必要がある．この点に関する検証は先行研究では行われていない．

本研究では，日本国債市場における実質金利や期待インフレ率，インフレリスクプレミアムの本格的なモデル化の足掛かりとして，Ang, Bekaert and Wei(2008)のモデルを日本国債市場に適用することを試み，推定に利用する利回りの年限によって，上記の 3 つに関するモデルの推定値がどの程度の影響を受けるか明確に提示することを目的とする．また，実質金利に関するモデル値が妥当なものか判断するために，物価連動国債の利回り（実質金利）を取り上げ，利回りの比較を行う．

本論文の構成は，以下の通り．次節では，Ang, Bekaert and Wei(2008)の提案するレジームスイッチングモデルを用いた国債の金利モデルに関して手短にまとめる．第三節では，モデルのパラメータ推定法における注意点と物価連動国債利回りの利用法について述べる．第四節では，実証分析結果とその考察を与える．最終節では，まとめと結語を付す．

2. 国債の金利モデル

2. 1　名目金利の構成要素

フィッシャー方程式は，名目金利が式(1)のような 3 つの要素から構成されることを示唆している．

$$\text{名目金利} = \text{実質金利} + \text{期待インフレ率} + \text{インフレリスクプレミアム} \tag{1}$$

ここで，実質金利とは，インフレやデフレといった物価変動が発生しない世界を想定した場合の金利のことである．また，期待インフレ率とは，投資家が想定する将来のインフレ率の期待値のことであり，インフレリスクプレミアムとは，将来のインフレ率の不確実性に対して投資家が要求するプレミアムのことである．

---

[1] 本研究は科研費（22510143）の助成を受けたものである．

2．2　**国債の金利モデル**（Ang，Bekaert and Wei(2008)）

ここでは，先行研究にある国債の金利モデルについて手短にまとめる．モデルの詳細に関しては先行研究を参照されたい．国債の名目金利は，ファクター$\mathbf{X}_t$に依存する形で与えられる．$\mathbf{X}_t$は，リスクプレミアムのファクターq_t，金利のファクターf_t，インフレ率π_tで表され，状態s_tに依存するレジームスイッチングモデルを用いて式(2)のように表す．

$$\mathbf{X}_{t+1} = \begin{pmatrix} q_{t+1} & f_{t+1} & \pi_{t+1} \end{pmatrix}' = \boldsymbol{\mu}(s_{t+1}) + \boldsymbol{\Phi}\mathbf{X}_t + \boldsymbol{\Sigma}(s_{t+1})\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\mu}(s_t) = \begin{bmatrix} \mu_q \\ \mu_f(s_t) \\ \mu_\pi(s_t) \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_{qq} & 0 & 0 \\ \Phi_{fq} & \Phi_{ff} & 0 \\ \Phi_{\pi q} & \Phi_{\pi f} & \Phi_{\pi\pi} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\Sigma}(s_t) = \begin{bmatrix} \sigma_q & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_f(s_t) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\pi(s_t) \end{bmatrix}$$

ここで，$\boldsymbol{\mu}(s_t)$はファクター$\mathbf{X}_t$のドリフトを表すベクトル，$\boldsymbol{\Phi}$はファクターの自己回帰係数を表す行列，$\boldsymbol{\Sigma}(s_t)$はファクター$\mathbf{X}_t$の分散共分散行列，$\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}$は時点$t+1$と時点$t$のファクター$\mathbf{X}_t$の誤差項である．また状態$s_t$は，2つの状態をとるものとする．

ファクター$\mathbf{X}_t$を用いて，残存期間がn期間の国債の時点tにおける名目金利y_t^nと実質金利$\hat{y}_t^n$は，それぞれ式(3)，式(4)のように表現される．

$$y_t^n(s_t) = -\frac{1}{n}\left(A_n(s_t) + \mathbf{B}_n\mathbf{X}_t\right) \tag{3}$$

$$\begin{aligned} A_n(s_t = i) = &-\left(\delta_0 + B_{(n-1)q}\sigma_q\gamma_0\right) + \log\sum_j p_{ij}\exp\{A_{(n-1)}(s_{t+1} = j) + \left(\mathbf{B}_{(n-1)} - \mathbf{e}_3'\right)\boldsymbol{\mu}(s_{t+1}) \\ &-\left(\mathbf{B}_{(n-1)x} - \mathbf{e}_2'\right)\boldsymbol{\Sigma}_x(s_{t+1})\boldsymbol{\lambda}(s_{t+1}) + \frac{1}{2}\left(\mathbf{B}_{(n-1)} - \mathbf{e}_3'\right)\boldsymbol{\Sigma}(s_{t+1})\boldsymbol{\Sigma}(s_{t+1})'\left(\mathbf{B}_{(n-1)} - \mathbf{e}_3'\right)'\} \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}_n = -\boldsymbol{\delta}_1' + \left(\mathbf{B}_{(n-1)} - \mathbf{e}_3'\right)\boldsymbol{\Phi} - B_{(n-1)q}\sigma_q\gamma_1\mathbf{e}_1'$$

$$\hat{y}_t^n(s_t) = -\frac{1}{n}\left(\hat{A}_n(s_t) + \hat{\mathbf{B}}_n\mathbf{X}_t\right) \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_n(s_t = i) = &-\left(\delta_0 + \hat{B}_{(n-1)q}\sigma_q\gamma_0\right) + \log\sum_j p_{ij}\exp\{\hat{A}_{(n-1)}(s_{t+1}) + \hat{\mathbf{B}}_{(n-1)}\boldsymbol{\mu}(s_{t+1}) \\ &-\hat{\mathbf{B}}_{(n-1)x}\boldsymbol{\Sigma}_x(s_{t+1})\boldsymbol{\lambda}(s_{t+1}) + \frac{1}{2}\hat{\mathbf{B}}_{(n-1)}\boldsymbol{\Sigma}(s_{t+1})\boldsymbol{\Sigma}(s_{t+1})'\hat{\mathbf{B}}_{(n-1)}'\} \end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{B}}_n = -\boldsymbol{\delta}_1' + \hat{\mathbf{B}}_{(n-1)}\boldsymbol{\Phi} - \hat{B}_{(n-1)q}\sigma_q\gamma_1\mathbf{e}_1'$$

ここで，δ_0，$\boldsymbol{\delta}_1'$はそれぞれ$n=1$における実質金利$\hat{y}_t^1(s_t) = \delta_0 + \boldsymbol{\delta}_1'\mathbf{X}_t$の定数項及びファクターの感応度を表現している．$\boldsymbol{\lambda}_t(s_t) = \begin{pmatrix}\gamma_0 + \gamma_1 q_t & \boldsymbol{\lambda}(s_t)\end{pmatrix}' = \begin{pmatrix}\gamma_0 + \gamma_1 q_t & \lambda_f(s_t) & \lambda_\pi(s_t)\end{pmatrix}'$は時点$t$におけるリスクの市場価格のベクトル，$\gamma_0$と$\gamma_1$はそれぞれリスクプレミアムのファクターに関するリスクの市場価格の定数項及びリスクプレミアムのファクターq_tの感応度，p_{ij}は状態s_tがiからjへ遷移する確率，$\mathbf{e}_1' = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}$，$\mathbf{e}_2' = \begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix}$，$\mathbf{e}_3' = \begin{pmatrix}0 & 0 & 1\end{pmatrix}$である．$\mathbf{B}_n$と$\boldsymbol{\Sigma}_x(s_t)$は$\mathbf{B}_n = \begin{pmatrix}B_{nq} & \mathbf{B}_{nx}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}B_{nq} & B_{nf} & B_{n\pi}\end{pmatrix}$，$\hat{\mathbf{B}}_n = \begin{pmatrix}\hat{B}_{nq} & \hat{\mathbf{B}}_{nx}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\hat{B}_{nq} & \hat{B}_{nf} & \hat{B}_{n\pi}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\Sigma}_x(s_t) = \begin{bmatrix}\sigma_f(s_t) & 0 \\ 0 & \sigma_\pi(s_t)\end{bmatrix}$で表すことができる．

名目金利(式(3))中の$A_n(s_t = i)$，$\mathbf{B}_n$と実質金利(式(4))中の$\hat{A}_n(s_t = i)$，$\hat{\mathbf{B}}_n$の違いとしてインフレ率の影響を考慮するかどうかの違いが考えられる．具体的にどこの部分でインフレ率の影響が生じているのかを見るために，時点tにおける，状態$s_t = i$，残存期間nの名目債券価格$P_t^n(s_t)$と実質債券価格$\hat{P}_t^n(s_t)$の

導出に注目する．$P_t^n(s_t)$ と $\hat{P}_t^n(s_t)$ は，共に時点 $t+1$ における，状態 $s_{t+1}=j$，残存期間が $n-1$ 期間の名目債券価格 $P_{t+1}^{n-1}(s_{t+1})$，実質債券価格 $\hat{P}_{t+1}^{n-1}(s_{t+1})$ を時点 t に割引くことで式(5)，式(6)のように導出することができる．

$$P_t^n(s_t)=\sum_j p_{ij}E_t\left[P_{t+1}^{n-1}(s_{t+1})M_{t+1}\mid s_{t+1}=j\right]=\exp(A_n(s_t)+\mathbf{B}_n\mathbf{X}_t) \tag{5}$$

$$\hat{P}_t^n(s_t)=\sum_j p_{ij}E_t\left[\hat{P}_{t+1}^{n-1}(s_{t+1})\hat{M}_{t+1}\mid s_{t+1}=j\right]=\exp\left(\hat{A}_n(s_t)+\hat{\mathbf{B}}_n\mathbf{X}_t\right) \tag{6}$$

ここで，M_{t+1} と $\hat{M}_{t+1}$ は名目債券価格と実質債券価格のプライシングカーネルであり，式(7)と式(8)で表現される．

$$M_{t+1}=\exp\left(-\hat{y}_t^1-\frac{1}{2}\boldsymbol{\lambda}_t(s_{t+1})'\boldsymbol{\lambda}_t(s_{t+1})-\boldsymbol{\lambda}_t(s_{t+1})'\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}-\mathbf{e}_3'\mathbf{X}_{t+1}\right) \tag{7}$$

$$\hat{M}_{t+1}=\exp\left(-\hat{y}_t^1-\frac{1}{2}\boldsymbol{\lambda}_t(s_{t+1})'\boldsymbol{\lambda}_t(s_{t+1})-\boldsymbol{\lambda}_t(s_{t+1})'\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}\right) \tag{8}$$

式(7)と式(8)を比較すると、異なる部分は最後の項にインフレ率($\mathbf{e}_3'\mathbf{X}_{t+1}=\pi_{t+1}$)の項が含まれているかどうかである．実質債券価格(式(6))に式(8)を代入し、計算すると，$\hat{A}_n(s_t=i)$ と $\hat{\mathbf{B}}_n$ の項の中には，$A_n(s_t=i)$ と $\mathbf{B}_n$ の中に見られる $\mathbf{e}_2'$，$\mathbf{e}_3'$ を持つ項が含まれない形で表すことができる．つまり，インフレ率の影響を想定していないプライシングカーネル $\hat{M}_{t+1}$ から，実質債券価格の値を求めているために，名目金利の中の $A_n(s_t=i)$，$\mathbf{B}_n$ と実質金利の中の $\hat{A}_n(s_t=i)$，$\hat{\mathbf{B}}_n$ との間で式(3)と式(4)のような違いが生じる．また，本研究の金利モデルでは，名目金利，実質金利ともに，各年限に共通する $\mathbf{X}_t$ の項で金利の推移を表現し，それぞれの年限における金利の水準を調整するものとして $A_n(s_t)$，$\hat{A}_n(s_t)$，$\mathbf{B}_n$，$\hat{\mathbf{B}}_n$ を用いている．

式(2)の第 3 項に関して期待値をとることで，時点 t において状態が i である場合に時点 $t+1$ の期待インフレ率は式(9)で表されることがわかる．

$$E_t(\pi_{t+1}\mid s_t=i)=\left(\sum_{j=1}^2 p_{ij}\mu_\pi(s_{t+1})\right)+\mathbf{e}_3'\boldsymbol{\Phi}\mathbf{X}_t \tag{9}$$

インフレリスクプレミアムは式(3)，(4)，(9)で求めた実質金利，期待インフレ率を名目金利から引くことで推定できる．

3. パラメータ推定における注意点と物価連動国債

3. 1　パラメータ推定法

2 つの異なる年限の名目金利(式(3))をセットとしたものを $\mathbf{y}_t^a$ とし，$\mathbf{y}_t^a$ とインフレ率をセットとしたベクトル $\mathbf{Z}_t$ を式(10)として与える．さらに式(10)の $\mathbf{X}_t$ に式(2)，式(11)を代入したものを式(12)に示した．式(12)では各年限の名目金利のダイナミックスを表す $\mathbf{Z}_t$ は，ファクターのダイナミックスを表現する $\mathbf{X}_t$ ではなく，それ自体のラグ項で表現される．これにより，各年限ごとの名目金利のデータを用いて，名目金利のモデル値を構成するパラメータを推定することが可能となる．本研究では，推定に利用する国債年限のセットに応じて，3 つの要因への分解が異なったものとなることに注意を喚起するため，式(10)の $\mathbf{y}_t^a$ として①残存期間 1，3 年の名目金利，②残存期間 3，5 年の名目金利，の 2 通りに対して，残存期間 1，3，5，7，10 年のうち①，②で利用しない名目金利のセットを $\mathbf{y}_t^b$ (式(13))として①，②の各々と合わせて国債利回りのセットを構築して推定を行い，推定結果を比較検討する．

$$\mathbf{Z}_t=\begin{pmatrix}\mathbf{y}_t^a & \pi_t\end{pmatrix}'=\mathbf{A}_{a,\pi}(s_t)+\mathbf{B}_{a,\pi}\mathbf{X}_t \tag{10}$$

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{B}_{a,\pi}^{-1}\left(\mathbf{Z}_t - \mathbf{A}_{a,\pi}(s_t)\right) \tag{11}$$

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{c}(s_t, s_{t-1}) + \mathbf{\Psi}\mathbf{Z}_{t-1} + \mathbf{\Omega}(s_t)\mathbf{\varepsilon}_t \tag{12}$$

$$\mathbf{c}(s_t, s_{t-1}) = \mathbf{A}_{a,\pi}(s_t) + \mathbf{B}_{a,\pi}\mathbf{\mu}(s_t) - \mathbf{B}_{a,\pi}\mathbf{\Phi}\mathbf{B}_{a,\pi}{}^{-1}\mathbf{A}_{a,\pi}(s_{t-1})$$
$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{B}_{a,\pi}\mathbf{\Phi}\mathbf{B}_{a,\pi}^{-1}$$
$$\mathbf{\Omega}(s_t) = \mathbf{B}_{a,\pi}\mathbf{\Sigma}(s_t)$$

$$\left(\mathbf{y}_t^b\right)' = \mathbf{A}_b(s_t) + \mathbf{B}_b\mathbf{X}_t + \mathbf{u}_t \tag{13}$$

式(10), (13)を比較すると，式(13)には名目金利の推定値とデータとの間に生じる誤差項$\mathbf{u}_t$が含まれているのに対して，式(10)には含まれていないことが分かる．これはモデルの特徴であり，①，②で用いた名目金利とインフレ率は，$\mathbf{X}_t$を用いて，誤差項を含まない形式で表している．よって，$\mathbf{X}_t$は①，②それぞれの名目金利とインフレ率から逆算されるものであり，得られた$\mathbf{X}_t$と①，②で利用していない年限の名目金利（7，10年の名目金利）を合わせてパラメータの推定を行う．

推定を行う際には，式(12)，(13)の$\mathbf{\varepsilon}_t$，$\mathbf{u}_t$がそれぞれ N(0，1)，N(0，$\mathbf{V}$)($\mathbf{V}$は名目金利$\mathbf{y}_t^b$の分散共分散行列(対角行列)である)に従うと仮定し，$\mathbf{Z}_t$と$\mathbf{y}_t^b$が従う多変量正規分布の確率密度関数を与え，尤度関数を最大にするようにパラメータを推定する．

3.2　パラメータ推定における注意点と物価連動国債

パラメータ推定における問題点は，データセットとして①残存期間 1，3 年の名目金利と②残存期間 3，5 年の名目金利を利用する場合でパラメータ推定値が異なるが，どちらのデータセットを利用するのが適切であるかについて判断をするのが難しい点である．そこで，本研究では，一つの判断方法として物価連動国債の利回りデータを利用することを提案する．物価連動国債の利回りは式(1)における実質金利のみで構成されるものであるから，国債市場が織り込む実質金利に相当する．よって，推定パラメータを式(4)に用いて得られる実質金利のモデル値が物価連動国債の利回りに近ければ，モデルのパラメータが適切に推定されていることを支持する材料になると考えられる．

4. 実証分析

4.1　データ

本研究では 2000 年 4 月から 2009 年 12 月までの残存期間 1，3，5，7，10 年国債利回りデータ，CPI データ，2004 年 4 月から 2008 年 8 月までの残存期間 10 年の物価連動国債利回りデータ，2007 年 4 月から 2008 年 8 月までの残存期間 7 年の物価連動国債利回りデータを用いる．

4.2　パラメータ推定結果とその考察

データセットとして①残存期間 1，3 年の名目金利と②残存期間 3，5 年の名目金利を利用する場合のパラメータ推定結果をそれぞれ表 1，表 2 にまとめた．表 1 と表 2 を比較して最も大きく異なる点は，インフレリスクの市場価格λ_πに関する推定値である．データセット①を用いた場合には，状態 1，2 におけるインフレリスクの市場価格は，それぞれ 0.97，1.20 と，データセット②を用いた場合の-0.26，0.015 と比較して極めて大きく推定されている．このような結果が得られた要因として，データ期間の大部分においてゼロ金利政策が行われていたため，残存期間 1，3 年の名目金利が低位安定しており，ここから推定される金利ファクターを用いて残存期間が 7 年や 10 年の名目金利のダイナミックスを表現するのが困難であり，本来は金利ファクターを用いて説明すべきものがインフレファクターによって表現されていることが考えられる．事実，金利リスクの市場価格λ_fは，データセット①を用いた場合には，状態 1，2

において，2.26，2.74 と，データセット②を用いた場合の 4.56，4.40 と比較して極めて小さく推定されている．

また，先に述べたように残存期間 1，3 年の名目金利が低位安定していたことから，状態の遷移確率 P_{ij} に関しても現在の状態に留まる確率が状態 1，2 でそれぞれ，0.95，0.99 と高く，残存期間が 7 年や 10 年の名目金利のダイナミックスを表現しづらいことが伺える．データセットとして①と②を利用する場合の状態確率の遷移をそれぞれ図 1，図 2 に示した．状態遷移確率にあるように，データセット①を用いた場合には，何れかの状態に留まる傾向が強いことが読み取れる．

表 1　データセット①のパラメータ推定値

	ファクターのドリフト項			ファクターの分散			リスクの市場価格		
状態	μ_q	μ_f	μ_π	σ_q	σ_f	σ_π	γ_1	λ_f	λ_π
1	0.00031	-0.0082	0.00081	0.00068	0.00033	0.00034	-39.67	2.26	0.97
2		-0.0083	0.00076		0.00027	0.0012		2.74	1.2

	ファクターの自己回帰係数			遷移確率		
	q	f	π		St=1	St=2
q	0.97			St=1	0.95	0.01
f	0.098	0.58		St=2	0.05	0.99
π	-0.058	0.025	0.63			

表 2　データセット②のパラメータ推定値

	ファクターのドリフト項			ファクターの分散			リスクの市場価格		
状態	μ_q	μ_f	μ_π	σ_q	σ_f	σ_π	γ_1	λ_f	λ_π
1	0.00032	-0.0076	0.00024	0.00082	0.00027	0.0013	-34.55	4.56	-0.26
2		-0.0068	0.00089		0.00039	0.0015		4.4	0.015

	ファクターの自己回帰係数			遷移確率		
	q	f	π		St=1	St=2
q	0.97			St=1	0.73	0.11
f	0.098	0.58		St=2	0.27	0.89
π	-0.113	-0.015	0.27			

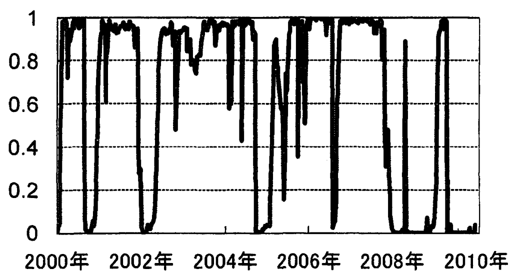

図 1　データセット①の状態遷移確率

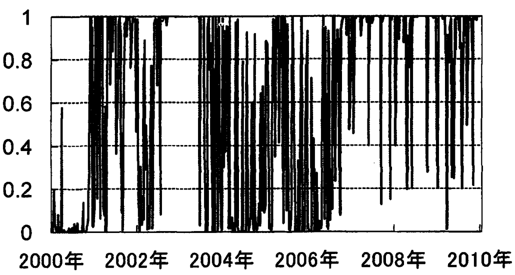

図 2　データセット②の状態遷移確率

4. 3　名目金利の推定結果とその考察

データセットとして①と②を利用する場合に推定される残存期間 7 年と 10 年のモデル名目金利と実データとの比較をそれぞれ図 3，図 4 に示した．残存期間 7 年と 10 年の何れの場合においても，データセット①から推定される名目金利は，2002 年から 2004 年にかけての急低下する局面を捉えられていないのに対して，データセット②から推定される名目金利はこの低下局面においても適切に推定できていることがわかる．この理由として，図 4 に合わせて掲載した残存期間 1 年の名目金利が 2002 年から 2006 年にかけて概ね 0 に近かったことが考えられる．このように，推定される名目金利を実際の名目金利と比較するだけでも，ある程度までどちらのデータセットを利用するのが適切であるかを判断することができるが，名目金利を分解して得られる実質金利，期待インフレ率，インフレリスクプレミアムのモデル値を利用すればより明確な判断が可能となる．

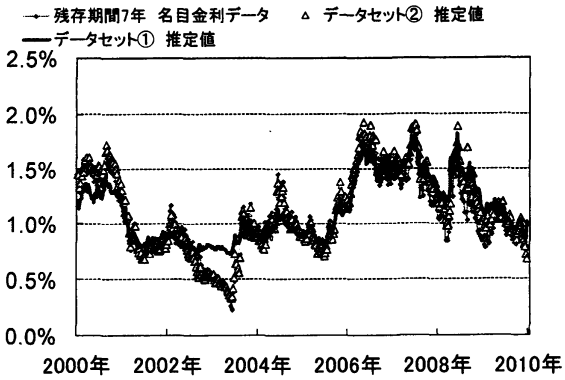

図 3　残存期間 7 年名目金利

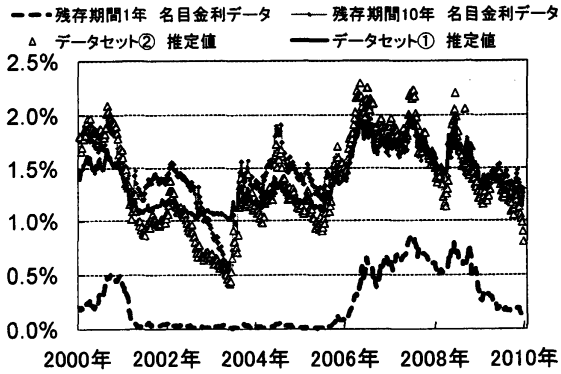

図 4　残存期間 10 年名目金利

4. 4　期待インフレ率と実質金利の推定結果とその考察

インフレリスクプレミアムは，式(1)を用いると名目金利から，実質金利と期待インフレ率を差し引くことで得られるから，ここでは，期待インフレ率と実質金利に焦点を当てた分析を行う．
データセットとして①と②を利用する場合に推定される期待インフレ率と実際の CPI データを図 5 に示した．期待インフレ率の推定値は何れのデータセットを採用した場合でも実際の CPI データの推移と類似の推移となっていることが確認される．

次に，データセットとして①と②を利用する場合に推定される残存期間 7 年の実質金利と残存期間 7 年の物価連動国債の利回りの推移を図 6 に，残存期間が 10 年に関するものを図 7 に示した．残存期間 7 年に関してみると，①のデータセットを用いて推定した場合には，実質金利は－1.0%~－0.5%の間で推移しており，物価連動国債の利回り推移（0.5%~1.0%程度）から大きく乖離していることがわかる．これに対して，②のデータセットを用いて推定した場合には，実質金利は少し低めに推定されるものの，概ね物価連動国債の利回り推移を捉えていることがわかる．残存期間 10 年に関しても確認すると，①のデータセットを用いて推定した場合には，実質金利は－1.0%~－0.3%の間で推移しており，物価連動国債の利回り推移（0.4%~1.5%程度）から大きく乖離していることがわかる．これに対して，②のデータセットを用いて推定した場合には，2006 年や 2008 年において一時的に実質金利が物価連動国債の利回りから乖離する場面がみられるものの概ねその推移を捉えていることがわかる．

このように，残存期間 7 年の場合でも 10 年の場合でも，①のデータセットを用いて推定した実質金利が物価連動国債の利回りを大きく下回ることは，推定されたインフレリスクプレミアムが大きすぎることを意味する．これは，節 4．2 において確認したインフレリスクの市場価格に関する分析結果と整合的である．

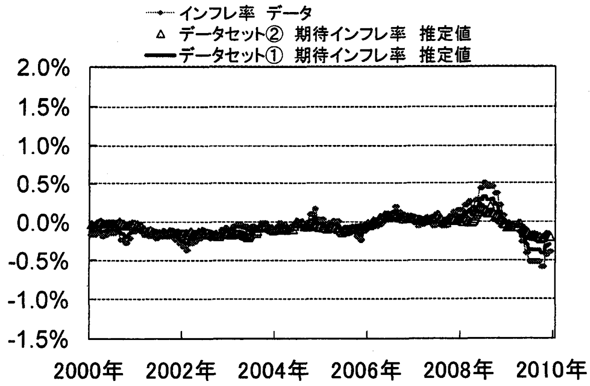

図 5 CPI データと期待インフレ率の比較

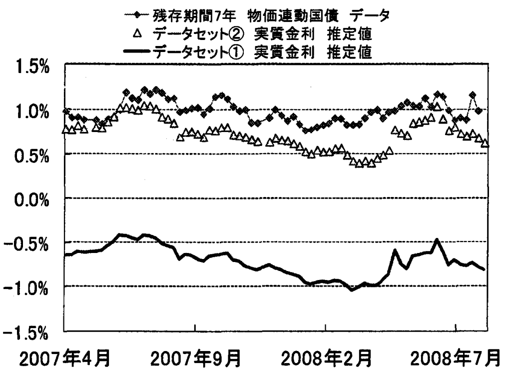

図 6 残存期間 7 年の実質金利

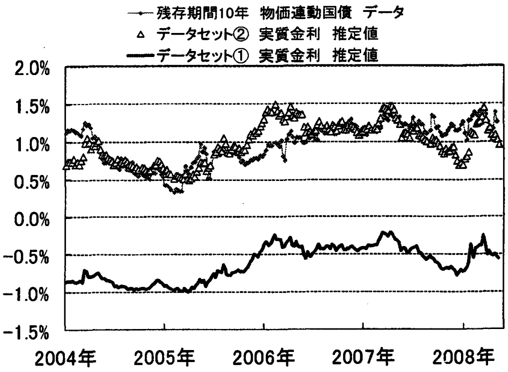

図 7 残存期間 10 年の実質金利

5. まとめと結語

本研究では，先行研究 Ang，Bekaert and Wei(2008)で導入されたレジームスイッチングモデルを用いた国債の金利モデルを実データから推定する際に用いるべきデータセットについて，物価連動国債の利回りを参考にして検討した．

実証分析結果から，ゼロ金利政策下では，残存期間 1 年の名目金利は殆ど 0 に張り付いているため，このような利回りデータを含むデータセットを用いると，インフレリスクプレミアムの推定にしわ寄せが生じ，金利ファクターのパラメータ値が正しく推定されず，残存期間が長い国債の名目金利を実質金利，期待インフレ率，インフレリスクプレミアムへと適切に分解できないことがわかった．

6. 参考文献

[1] Andrew Ang, Geert Bekaert and Min Wei. : “Term Structure of Real Rates and Expected Inflation,” The Journal of Finance,63,(2008),797-849.

[2] 内山朋規．：“実質金利，期待インフレ率，インフレリスクプレミアム，”経済論叢,175(2),(2005),153-171.

[3] 北村伸行．：“物価連動債の市場価格より得られる情報:米国財務省物価連動債の評価，”IMES Discussion Paper Series, 2004-J-7.

[4] Hamilton. J. D. : “Modeling Times Series with Changes in Regime,” Time Series Analysis Princeton University Press,(1994),677-703.