

## 浅海域における極大波の出現と非線形干渉の関係

(独) 港湾空港技術研究所 加島寛章

Hiroaki Kashima

Port and Airport Research Institute

### 1. 序 論

外洋における漁船等の海難事故の原因の 1 つに挙げられる突発波浪は Freak Wave と呼ばれ、北海油田の開発にかかわるヨーロッパの国々において精力的に研究が行われてきた。その結果、深海域では、3 次の非線形干渉の影響が顕著になると、kurtosis が増加し、これに伴って Freak Wave のような極大波の出現確率が增大することが報告されている (たとえば, Janssen, 2003)。Mori and Janssen (2006) は、極大波を有義波高の 2 倍を超える最高波と定義し、4 波準共鳴相互作用を考慮した非線形理論のもとに、深海域における極大波の予測理論を提案している。この予測理論の考え方は、スペクトル形状から kurtosis ( $\mu^4$ ) を求め、これと波列の長さ ( $N$ ) から最高波高 ( $H_{\max}$ ) を推定するものである。

$$P_m(H_{\max}) = \frac{N}{4} H_{\max} \exp\left\{-\frac{H_{\max}^2}{8}\right\} [1 + (\mu_4 - 3) A_H(H_{\max})] \times \exp\left\{-N \exp\left\{-\frac{H_{\max}^2}{8}\right\} [1 + (\mu_4 - 3) B_H(H_{\max})]\right\} \quad (1)$$

ここで、 $A_H$  および  $B_H$  は最高波高についての多項式である。このように、深海域における極大波の出現特性やその予測について明らかになりつつある。しかしながら、水深の影響を含む浅海域における極大波の振る舞いについては、ほとんど検討されていない。

そこで本研究では、深海域や浅海域、深海域から汀線までを伝播する一方向不規則波列を対象に断面水路実験を行い、極大波の出現と非線形干渉の関係について明らかにする。

### 2. 断面模型実験

実験は、長さ 35 m、幅 0.6 m、高さ 1.3 m の断面水路内に、図-1 に示すような深海域から汀線までを想定した海底地形 (一様水深地形、1/20 一様勾配斜面地形) を模型により再現し、一方向不規則波列を造波して水路内の波形変化を計測した。

実験に用いた一方向不規則波列は、ピーク周波数 ( $f_p$ ) を 1.0 Hz に固定し、JONSWAP 型スペクトルのスペクトル尖鋭度 ( $\gamma_i$ ) や入射波高 ( $H_i$ ) に対する波形勾配 ( $H/L_p$ )、造波水深 ( $h_i$ ) を変化させて合計 11 ケースと設定した (表-1)。表中の  $k_p$  および  $L_p$  は、 $f_p = 1.0$  Hz の深海波に対する波数および波長を表している。統計的変動性を抑制するために 10000 波以上の波を造波し、サンプリング周波数 20 Hz で 15~22 地点の水面波形を計測した。また、1 波列中に存在する波の数 ( $N$ ) を 200 に設定し、解析データ数に相当する 10000 波をその波の数で分割した 50 波列を対象に、各地点で計測された水面変位から波の

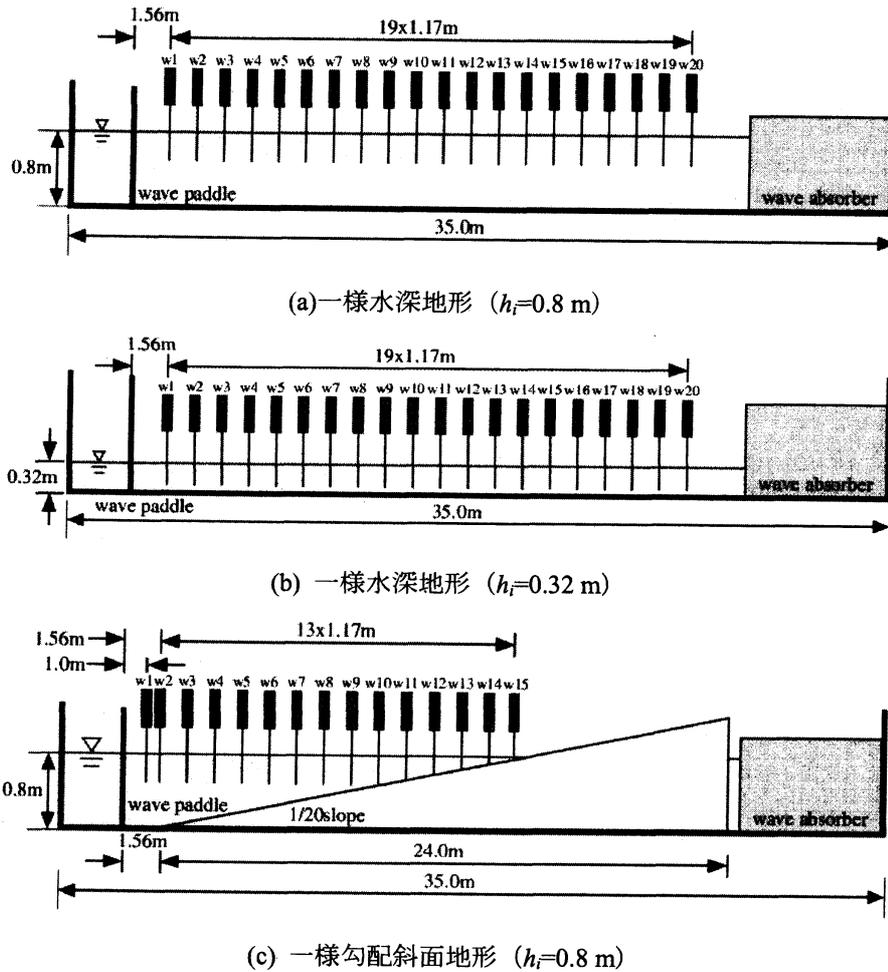


図-1 海底地形の断面図 (w : 容量式波高計)

非線形性を表すパラメータであるskewness ( $\mu_3$ ) やkurtosis ( $\mu_4$ ), 最高波高の確率密度分布 ( $p(H_{\max}/\eta_{rms})$ ), 最高波高の期待値 ( $\langle H_{\max}/H_{1/3} \rangle$ ) を算出した. なお, skewnessおよびkurtosisはそれぞれ, 以下の式(2)および式(3)で与えられる.  $\eta_m$ および $\eta_{rms}$ はそれぞれ, 水面変位の平均および標準偏差であり,  $n$ はデータ数である.

$$\mu_3 = \frac{1}{\eta_{rms}^3} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\eta_i - \eta_m)^3 \quad (2)$$

$$\mu_4 = \frac{1}{\eta_{rms}^4} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\eta_i - \eta_m)^4 \quad (3)$$

### 3. 結果と考察

#### 3.1 深海域における極大波の出現特性

まず, 図-2 に深海域を対象とした case 1~5 の全計測データから算出された skewness と kurtosis の空間変化である. 横軸は深海波の波長で無次元化した造波板からの距離 ( $x/L_p$ ) を表している. 図中の記

表-1 入射波条件

case	$H_i$ (cm)	$h_i$ (m)	$k_p h_i$	$H_i/L_p$	$\gamma_i$	地形断面
1	6.24	0.8	3.235	0.04	1.0	一様水深地形 (深)
2	6.24	0.8	3.235	0.04	3.3	一様水深地形 (深)
3	6.24	0.8	3.235	0.04	10.0	一様水深地形 (深)
4	3.12	0.8	3.235	0.02	10.0	一様水深地形 (深)
5	4.68	0.8	3.235	0.03	10.0	一様水深地形 (深)
6	6.24	0.32	1.294	0.04	10.0	一様水深地形 (浅)
7	6.24	0.8	3.235	0.04	1.0	一様勾配斜面地形
8	6.24	0.8	3.235	0.04	3.3	一様勾配斜面地形
9	6.24	0.8	3.235	0.04	10.0	一様勾配斜面地形
10	3.12	0.8	3.235	0.02	10.0	一様勾配斜面地形
11	4.68	0.8	3.235	0.03	10.0	一様勾配斜面地形

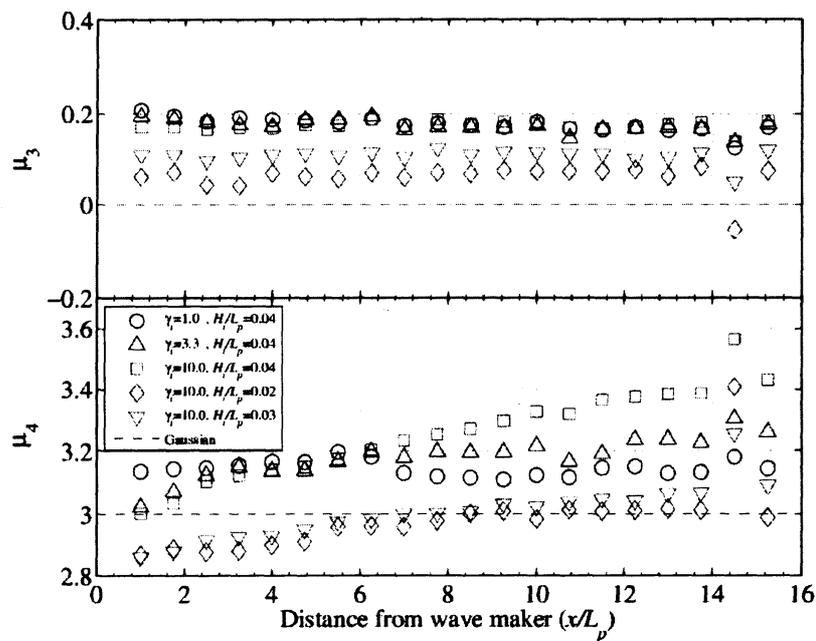


図-2 深海域におけるskewnessとkurtosisの空間変化

号は、深海域を対象としたcase 1～5の実験結果を表し、一点破線はGaussian分布による値 ( $\mu_3=0$ ,  $\mu_4=3$ ) を表している。なお、実験結果は1波列の波の数 ( $N$ ) を200と設定して10000波を分割した50波列の平均値であり、これ以降の解析では、特段の断りがない限り、50波列のアンサンブル平均値を用いるものとする。図-2より、skewnessは伝播距離に依存せず、各波形勾配に応じた値でほぼ一定であり、 $\gamma_i=10.0$  において  $H_i/L_p=0.02$ ,  $0.03$ ,  $0.04$  に対する skewness の空間平均値 ( $\mu_3$ )<sub>sm</sub> はそれぞれ、 $0.06$ ,  $0.11$ ,  $0.18$  である。一方、深海域における skewness は、Longuet-Higgins (1963) による Stokes 展開の2次近似理論より、式(4)のように推定することができる。

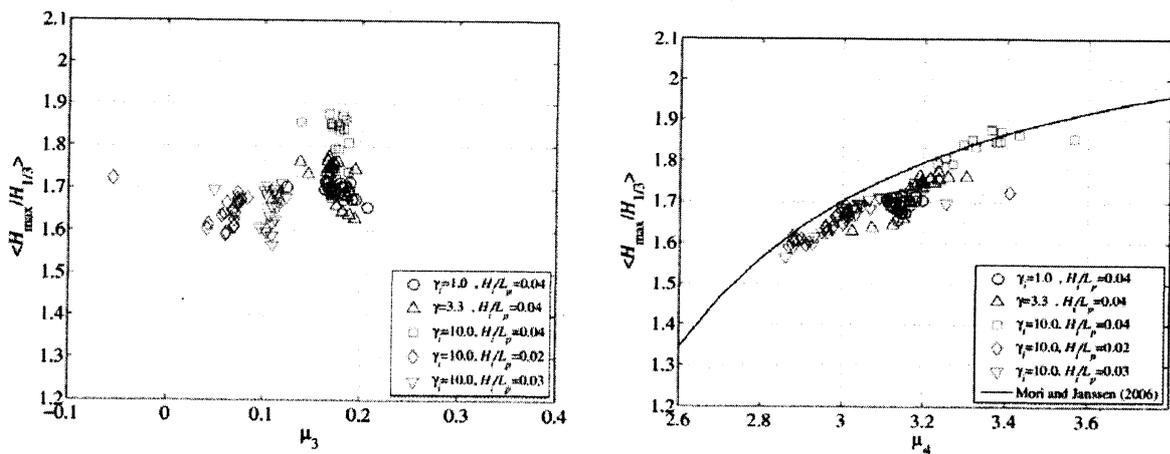
$$\mu_3^{(2)} = 3k_p \sqrt{m_0} = 3\varepsilon \tag{4}$$

ここで、 $\varepsilon$ は波形勾配、 $m_0$ は水面変位の分散である。式(4)により推定された各波形勾配に対するskewness ( $\mu_3^{(2)}$ ) はそれぞれ、0.09、0.12、0.16であり、実験結果はStokes展開の2次近似理論値にほぼ一致することがわかる。一方、kurtosisは伝播に従って単調増加し、同一の波形勾配 ( $H_i/L_p=0.04$ ) に対してスペクトル尖鋭度が大きいほど、その増加傾向が顕著となる。また、同一のスペクトル尖鋭度 ( $\gamma_i=10.0$ ) に対して波形勾配が大きいほど、造波直後のkurtosisが大きい。特に、スペクトル尖鋭度が大きく、波形勾配が大きいcase 3 ( $\gamma_i=10.0, H_i/L_p=0.04$ ) では、他のケースに比べて伝播距離に対するkurtosisの増加率が大きい ( $\mu_4=3.0\sim 3.4$ )。深海域における2次の非線形干渉によるkurtosis ( $\mu_4^{(2)}$ ) は、skewnessと同様に、Longuet-Higgins (1963) によるStokes展開の2次近似理論により式(5)で推定される。

$$\mu_4^{(2)} = 3 + 24k_p^2 m_0 = 3 + \frac{8}{3}\varepsilon^2 \tag{5}$$

式(5)により推定された各波形勾配に対するkurtosis ( $\mu_4^{(2)}$ ) は3.02~3.04であるが、実験で得られた深海域におけるkurtosisは、2次の非線形干渉の範囲を超えて空間発達する。このように、深海域におけるkurtosisは、Janssen (2003) やMori and Yasuda (2001) による結果と同様に、4波準共鳴相互作用による3次の非線形干渉の影響を受けて発達することが推察される。

次に、最高波高に及ぼす非線形性の影響を確認するため、skewnessやkurtosisと最高波高の期待値  $\langle H_{\max}/H_{1/3} \rangle$  の関係を図-3に示す。図-3(b)に示す実線は、式(1)で表される4波準共鳴相互作用を考慮した非線形理論 (Mori and Janssen, 2006) に基づくkurtosisと最高波高の期待値の関係であり、Rayleigh分布はMori and Janssen (2006) による非線形理論の値の $\mu_4=3$ に対する値に相当し、波列中の波の数 ( $N$ ) を100~200と仮定した場合、 $\langle H_{\max}/H_{1/3} \rangle=1.6$ となる。図-3(a)より、入射波浪の波形勾配に応じてskewness



(a) skewnessと最高波高の期待値の関係

(b) kurtosisと最高波高の期待値の関係

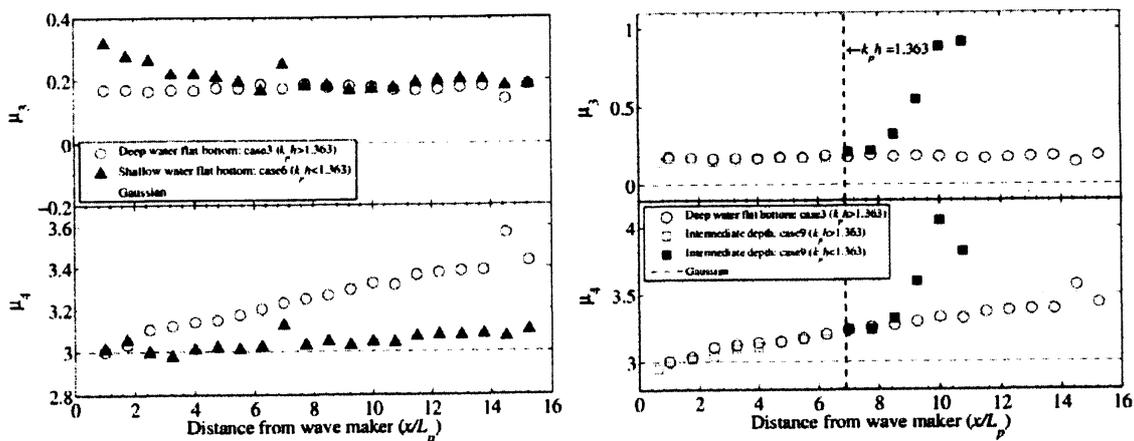
図-3 深海域におけるskewnessおよびkurtosisと最高波高の期待値の関係

の値に違いはみられるものの、最高波高の期待値はskewnessに独立して分布することがわかる。これは、最低次の非線形補正では、skewnessは最高波高に直接的な影響を与えないためである。一方、kurtosisは3次の非線形補正として波高分布に直接影響を与えるため、図-3(b)に示すように最高波高の期待値とkurtosisの間には良い相関が見られる。また、図中の実線で示したMori and Janssen (2006) による非線形理論は、狭帯域スペクトルを持つ非線形不規則波を対象に導出されたものであるため、スペクトル尖鋭度や波形勾配が大きいcase 3 ( $\gamma_i=10.0$ ,  $H_i/L_p=0.04$ ) の実験結果に対して、Mori and Janssen (2006) による非線形理論の値がおおむね一致し、それ以外では過大評価している。このように、深海域では、波が伝播するほど4波準共鳴相互作用下における3次の非線形干渉によりkurtosisが増大し、その変化に依存して極大波の出現確率が大きくなるとともに、最高波高が大きくなる。また、初期のスペクトル尖鋭度や波形勾配が大きいほどこれらの傾向が顕著となることが、Mori and Janssen (2006) による非線形理論のみならず実験結果から確認された。

3.2 浅海域における極大波の出現特性

(a) 浅海域における非線形量の特性

図-4に同一の波浪条件 ( $\gamma_i=10.0$ ,  $H_i/L_p=0.04$ ) であるcase 3やcase 6, case 9に対するskewnessとkurtosisの空間変化を示す。図-4(b)の縦破線は $k_p h=1.363$ に相当するラインであり、これよりも $x/L_p$ が小さくなると $k_p h$ が大きく水深が深くなり、 $x/L_p$ が大きくなると $k_p h$ が小さく水深が浅くなることを意味する。なお、図中の○印は、比較対象としてプロットした深海域を想定したcase 3に対する結果である。また、case 6に対する造波直後 ( $x/L_p < 2.5$ ) のskewnessの様な減少は、造波直後の乱れた波形が伝播とともに安定したことによるものと考え、これ以降では、これらのデータを除いて考察を行う。図-4(a)より、浅海域の一樣水深海域を想定したcase 6では、skewnessは空間変化を伴わず一定であり ( $(\mu_3)_{sm}=0.19$ )、深海域における空間分布に類似する。また、kurtosisは $\mu_4=3.0$ から $\mu_4=3.1$ まで増大するが、深海域を想定したcase 3のような顕著な増大 ( $\mu_4=3.0\sim 3.4$ ) は見られず、kurtosisの増加率に対する伝播距離の影響が小さいと考えられる。これらの実験結果は、Janssen and Onorato (2007) やYuen and Lake (1982) が述



(a) 深海域(case 3)と浅海域(case 6) (b) 一樣水深地形(case 3)と一樣勾配斜面地形(case 9)

図-4 3つの異なる海域におけるskewnessとkurtosisの空間変化

べているように、 $k_p h < 1.363$ の海域では、3次の非線形干渉による非線形エネルギー輸送が減少し、その結果として高波の出現が抑制され、深海域で確認される波形の特異性がなくなることをよく表している。このように、 $k_p h < 1.363$ の浅海域の一樣水深海域を波が伝播する場合、kurtosis変化に対応する極大波の出現確率が深海域ほど増大しないことが推察される。

一方、図-4(b)より、深海域から汀線までの遷移海域を対象としたcase 9では、skewnessおよびkurtosisの振る舞いが一樣勾配斜面の中腹 ( $x/L_p = 6.9$ ) に相当する $k_p h = 1.363$ となる海域を境に大きく変化する。 $k_p h > 1.363$  ( $x/L_p < 6.9$ ) となる海域では、skewnessは伝播距離に依存せずに一定で、kurtosisは波の伝播とともに増大し、深海域におけるこれらの非線形指標の発達過程と合致する。しかしながら、 $k_p h < 1.363$  ( $x/L_p > 6.9$ ) となる海域では、skewnessは0.2から1.0まで、kurtosisは3.2から4.0まで急激に増大する。なお、 $x/L_p = 10.8$ におけるkurtosisの減少は、安田ら (1994) で確認されるように砕波の影響によるものと考えられる。これらの詳細については後述するが、このような $k_p h < 1.363$ となる海域におけるkurtosisの急激な増大は、浅水効果を伴う2次の非線形干渉の影響を受けたskewness変化に依存するものである。

深海域と浅海域における一方向不規則波列の非線形干渉の発達過程をより詳細に検討するため、図-5に上記で取り上げた3つの異なる海域におけるskewnessとkurtosisの関係を示す。色なしおよび色あり記号はそれぞれ、 $k_p h > 1.363$ および $k_p h < 1.363$ となる海域におけるデータである。実線は2次近似Stokes波のアンサンブル集合に対して水深の影響を考慮した場合におけるskewnessとkurtosisの理論式 (Mori and Kobayashi, 1998) を、一点破線は水深1.4~24.4 mの海浜における現地観測データから導出された経験的な関係式 (Ochi and Wang, 1984) を示している。skewnessとkurtosisがこれらの関係式に従う場合、浅水効果に伴う2次の非線形干渉が支配的なskewnessがkurtosis変化に影響を与えていることを意味し、独立に変化する場合は、4波準共鳴相互作用が支配的であることを意味している。図-5より、 $k_p h > 1.363$ となる海域では、kurtosisのskewness依存は確認されず、4波準共鳴相互作用下における3次の非線形干渉によりkurtosisが変化することがわかる。一方、 $k_p h < 1.363$ となる海域では、kurtosisは2次の非

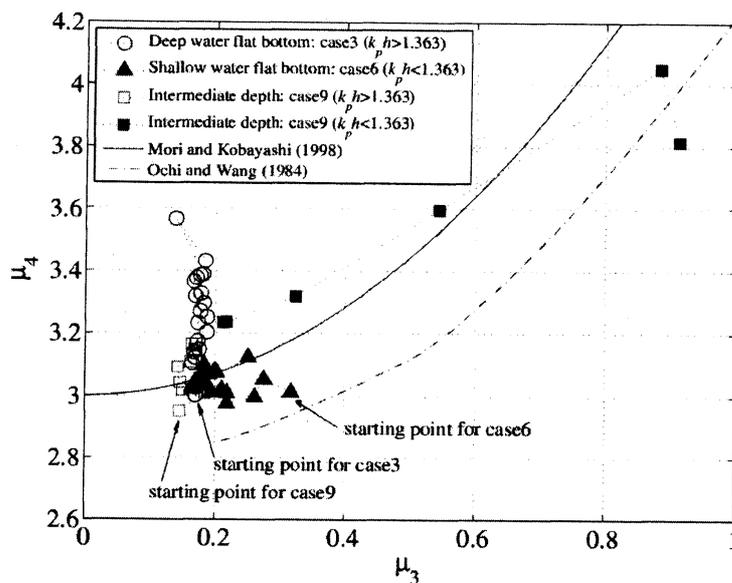


図-5 3つの異なる海域におけるskewnessとkurtosisの関係

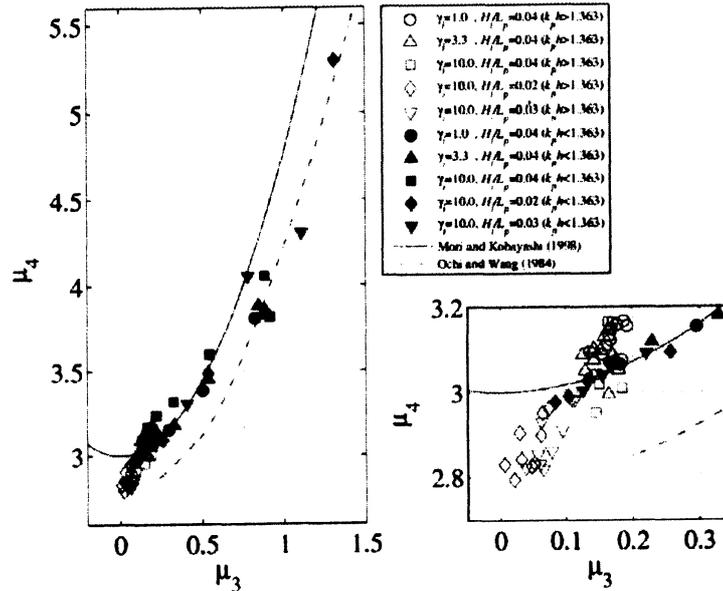


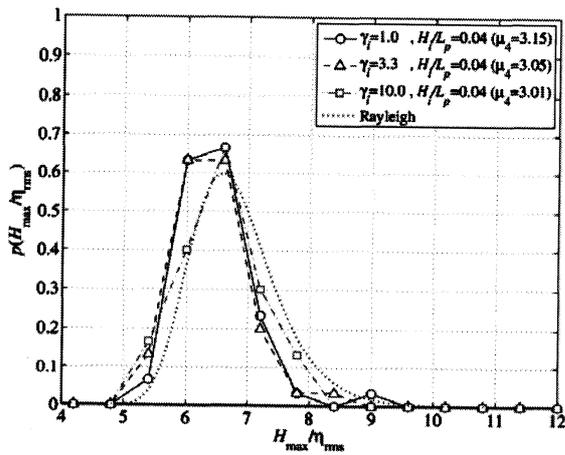
図-6 深海域から汀線までの海域におけるskewnessとkurtosisの関係

線形干渉が支配的なskewness変化に依存するようになる。このように、 $k_p h = 1.363$ を転移点として、それよりも深い海域では4波準共鳴相互作用の効果による3次の非線形干渉が、それよりも浅い海域では浅水効果に伴う2次の非線形干渉がkurtosis変化に影響を及ぼすことが確認された。

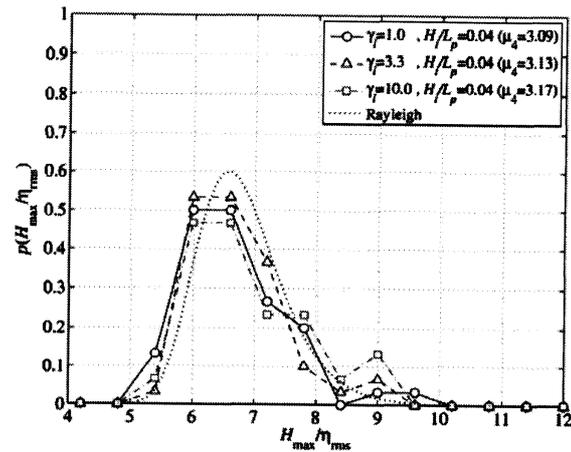
(b) 非線形干渉と極大波出現の関係

これまでの結果を踏まえ、深海域から汀線までの海域を対象に、浅海域における非線形指標の振る舞いに重要な $k_p h$ に着目して極大波の出現特性について検討を行った。まず、図-6に示すskewnessとkurtosisの関係についてみると、 $k_p h < 1.363$ となる海域におけるkurtosisはskewnessに依存し、波形勾配に関係なくMori and Kobayashi (1998) やOchi and Wang (1984) の関係式におおむね従っている。一方、 $k_p h > 1.363$ となる海域では、造波直後のkurtosisが波形勾配により異なるためにkurtosisは何らかの関係式に従うように見えるが、波形勾配ごとにみると深海域と同様にkurtosisのskewness依存は見られない。

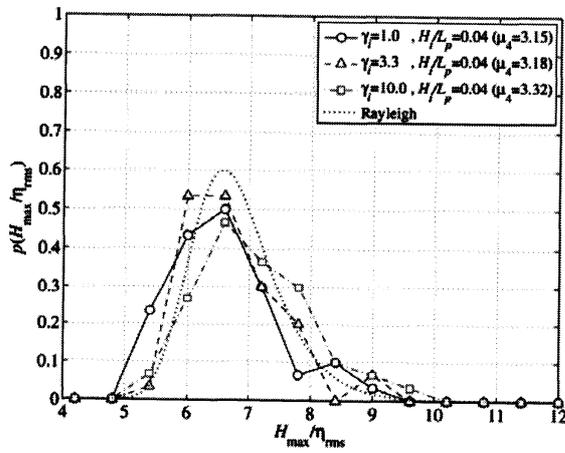
ついで、水深変化 ( $k_p h$ ) が最高波高の確率密度分布の形状や最高波高の期待値に及ぼす影響について検討を行った。図-7にスペクトル尖鋭度を変化させた場合における $k_p h$ による最高波高の確率密度分布を比較した結果を示す。図中の記号は実験結果を表し、一点破線はRayleigh分布 ( $\mu_3=0, \mu_4=3$ ) をもとに導出される最高波高の超過確率分布を表している。なお、これらの図では $\eta_{rms}$ で無次元化した最高波高 $H_{max}$ に対する確率密度分布を示している。図-7(a)に示すように造波直後 ( $x/L_p = 1.0$ ) の $k_p h = 3.235$ では、実験結果はRayleigh分布をもとに導出された最高波高の超過確率分布よりも安全側(図面の左側)に分布している。この結果は、合田・久高 (2005) による線形不規則波に対する数値シミュレーションの結果と類似しており、Rayleigh分布導出時の狭帯スペクトル仮定による差である。また、波の伝播に伴って4波準共鳴相互作用下における3次の非線形干渉の発達により最高波高の出現確率が增大する(図7(b))。しかしながら、 $k_p h$ が1.363を下回る $k_p h = 0.869$ や $k_p h = 0.633$ となる海域では、最高波高の出現確率はRayleigh分布に基づく最高波高の出現確率よりも大きく、スペクトル尖鋭度が大きいほどこの



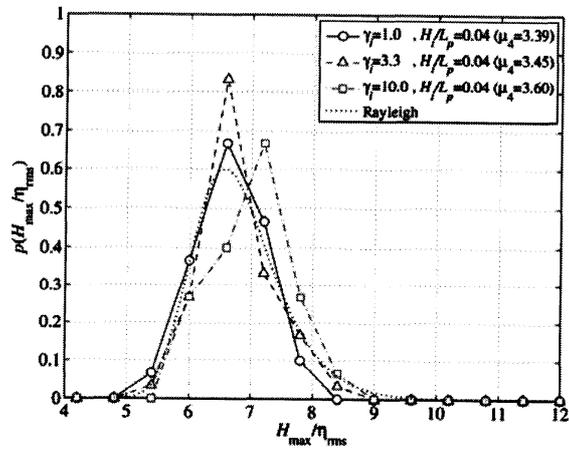
(a)  $k_p h = 3.235$  ( $x/L_p = 1.0$ )



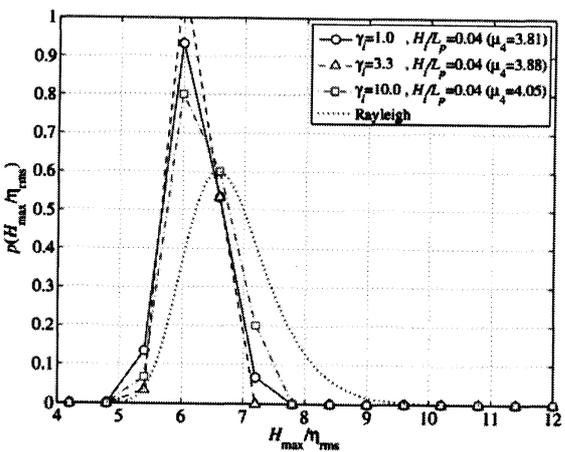
(b)  $k_p h = 1.579$  ( $x/L_p = 6.3$ )



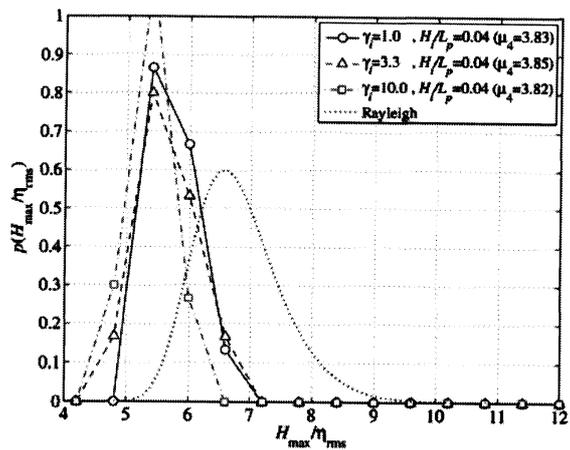
(c)  $k_p h = 0.869$  ( $x/L_p = 8.5$ )



(d)  $k_p h = 0.633$  ( $x/L_p = 9.3$ )



(e)  $k_p h = 0.396$  ( $x/L_p = 10.0$ )



(f)  $k_p h = 0.160$  ( $x/L_p = 10.8$ )

図-7 深海域から汀線までの最高波高の確率密度分布に及ぼすスペクトル尖鋭度の影響

傾向は顕著である (図-7(c)および図-7(d)) . その後, 水深のより浅い海域まで波が伝播すると, スペクトル尖鋭度に関係なく, Rayleigh分布よりも小さな最高波高が出現する確率が増大し, 分布は全体的に安全側に移動し, 分布のピーク位置も安全側に移動する (図-7(e)および図-7(f)) . Rayleigh分布のピーク位置は,  $H_{\max}/\eta_{\text{rms}} \approx 6.5$ であるのに対し,  $k_{ph} = 0.396$ では $H_{\max}/\eta_{\text{rms}} \approx 6.0$ ,  $k_{ph} = 0.160$ では $H_{\max}/\eta_{\text{rms}} \approx 5.5$ である.

図-8および図-9にスペクトル尖鋭度や波形勾配を変化させた場合におけるskewnessおよびkurtosisと最高波高の期待値 $\langle H_{\max}/H_{1/3} \rangle$ の関係に及ぼす影響について調べた結果を示す. 色なしおよび色あり記号はそれぞれ,  $k_{ph} > 1.363$ および $k_{ph} < 1.363$ となる海域におけるデータであり, 黄色で着色された記号は砕波後のデータに相当する. これらの図より,  $k_{ph} > 1.363$ では, 図-3で示したような深海域の分布特性と同様に, 各入射波浪に対して最高波高の期待値のkurtosis依存性を確認することができるとともに, 最高波高の期待値はskewnessに独立して変化する. 一方,  $k_{ph}$ が1.363を下回ると, 最高波高の期待値は

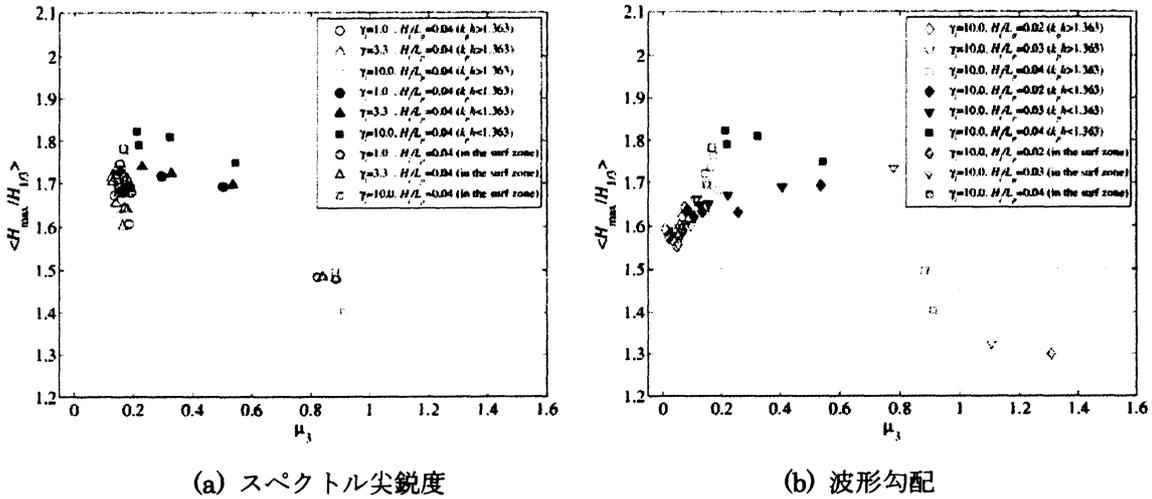


図-8 深海域から汀線までの海域における skewness と最高波高の期待値の関係

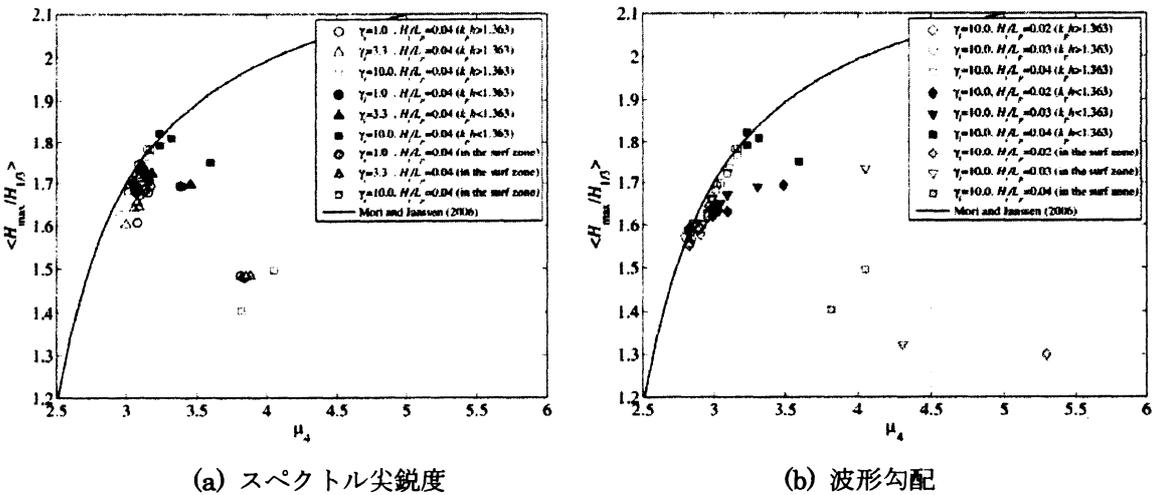


図-9 深海域から汀線までの海域における kurtosis と最高波高の期待値の関係

浅水効果を伴う2次の非線形干渉により急増する skewness や kurtosis に対してほぼ一定値 ( $\langle H_{\max}/H_{1/3} \rangle = 1.6 \sim 1.8$ ) をとるようになり, 最高波高の kurtosis 依存が弱まる. その後, 最高波の砕波により最高波高の期待値はさらに減少する.

このように, 浅海域では, 深海域と同様に, 初期のスペクトル尖鋭度や波形勾配が大きいほど極大波の出現確率が大きくなるが,  $k_p h$  が 1.363 を下回ると最高波高の出現が抑制され, 汀線近傍では砕波の影響によりさらに減少することが確認された.

#### 4. 結 論

本研究では, 十分なサンプル数を有する断面水路実験のデータをもとに, 浅海域における極大波の出現と非線形干渉の関係について検討を行った. 主な結果は以下のとおりである.

- (1)  $k_p h > 1.363$  の海域では, 3次の非線形干渉により kurtosis が増大し, その変化に依存して最高波高が大きくなる.
- (2)  $k_p h$  が 1.363 を下回ると, 浅水効果に伴う2次の非線形干渉の影響を受けて最高波高の kurtosis 依存が弱くなるが, 地形によっては深海域の影響が浅海域まで大きく残る.
- (3)  $k_p h = 1.363$  を転移点とした2つの海域から, 極大波の出現特性を整理することができる.

#### 参考文献

- Janssen, P.A.E.M.: Nonlinear four-wave interactions and freak waves, *Journal of Physical Oceanography*, 33, 4, 863-884, 2003.
- Janssen, P.A.E.M. and M. Onorato: The intermediate water depth limit of the Zakharov equation and consequences for wave prediction, *Journal of Physical Oceanography*, 37, 10, 2389-2400, 2007.
- Longuet-Higgins, M.S.: The effect on non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves, *Journal of Fluid Mechanics*, 17, 459-480, 1963.
- Mori, N. and N. Kobayashi: Nonlinear distribution of nearshore free surface and velocity, *Proc. 26th Int. Conf. of Coastal Engineering*, 1, 189-202, 1998.
- Mori, N. and P.A.E.M. Janssen: On kurtosis and occurrence probability of freak waves, *Journal of Physical Oceanography*, 36, 7, 1471-1483, 2006.
- Mori, N. and T. Yasuda: Effects of high order nonlinear wave-wave interactions on random waves, *Proc. of Rogue Waves 2000*, 229-244, 2001.
- Ochi, M. and W.C. Wang: Non-Gaussian characteristics of coastal waves, *Proc. 19th Int. Conf. of Coastal Engineering*, 1, 516-531, 1984.
- Yuen, H. and B.M. Lake: Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves, *Advances in Applied Mech.*, 22, 67-327, 1982.
- 合田良実・久高将信: 個別波高の分布に及ぼすスペクトル幅および形状パラメータの影響について, *ECOH/YG 技術論文*, 6, 1-14, 2005.
- 安田孝志・森\_\_信人・川口浩二・多田彰秀: 一方向波列の波高分布に及ぼす非線形干渉と砕波の影響について, *海岸工学論文集*, 41, 31-35, 1994.