氏　　　　名　庵原謙治（いおはら　けんじ）

学位(専攻分野)　博　士(理　学)

学 位 記 番 号　理　博　第1856号

学位授与の日付　平成 9 年 3 月 24 日

学位授与の要件　学位規則第 4 条第 1 項該当

研究科・専攻　理学研究科数学・数理解析専攻

学位論文題目　Bosonic representations of Yangian Double $DY\hbar(g)$ with $g=gl_N$, sl_N
　（二重ヤンギアン $DY\hbar(g)$ ($g=gl_N$, sl_N) のボゾン表現）

論文調査委員　（主　査）教 授 神保道夫　教 授 上野健爾　教 授 柏原正樹

論 文 内 容 の 要 旨

数理物理学の研究において，無限次元の対称性がしばしば本質的に役割を果たすことは良く知られている。例えば，ソリトン方程式と呼ばれる一連の非線形微分方程式においては，無限個の保存量や豊富な厳密解の存在など様々の著しい現象を，アフィン・リー代数の言葉によって統一的に把握することが可能になった。また2次元の共形場理論においては，ヴィラソロ代数など無限次元リー代数による対称性が理論の核心であり，その表現論によって臨界指数や相関関数などの物理量が統制される。

共形場理論は質量0の量子場や臨界的な統計系の普遍的な記述に成功をおさめた。現在重要な研究動向の一つとして，共形場理論の思想を非臨界的な場合に拡張することがあげられる。ここでは対称性はあからさまには見えず，リー代数の「変形」として現れる。Bernard, Smirnov らは，可積分な有質量の場の模型に，ヤンギアンと呼ばれる代数の対称性があることを発見した。また申請者を含むグループの研究により，XXZ 模型など可解格子模型の状態空間が量子アフィン代数の無限次元表現を用いて記述されることが明らかにされている（参考論文［1］)。ここでは最高ウエイト表現の間の intertwiner である頂点作用素が中心的な役割を果たし，それを用いて模型の相関関数が計算されている。

XXZ 模型を退化させて得られる XXX 模型も，物理的に興味のある可解格子模型である。しかしながら，この退化過程は代数のレベルでは自明ではない。アフィン・リー代数は，有限次元単純リー代数 g を係数に持つローラン多項式環 $g[t, t^{-1}]$ の中心拡大として実現される。量子アフィン代数はその包絡環の q 変形である。中心拡大を考えないとき，量子アフィン代数は上の極限でヤンギアンに退化することが知られている。しかし，ヤンギアンはアフィンリー代数の「半分」，すなわち g 係数の多項式環 $g[t]$ の包絡環の変形であって，自然な無限次元表現を考えることができない。XXX 模型のように退化した模型の状態空間を記述するには，ローラン多項式環全体に対応する，ヤンギアンより大きな代数が必要とされる。このような代数は二重ヤンギアンと呼ばれ，サイン・ゴルドン模型の退化である $SU(2)$ Thirring 模型を記述するために導入された。しかし従来の文献では中心拡大を考えておらず，有限次元表現の考察にとど

まっていた。

申請者は無限次元表現を採り入れるため，本申請論文において，$g=gl_N$，sl_N の場合に二重ヤンギアンの中心拡大 $DYh(g)$ を導入した。$N=2$ の場合は先に参考論文［6］において考察されている。この代数は量子アフィン代数のような三角分解を持たないために，最高ウエイト表現などの一般論を展開することは現在の所困難である。申請者は，最も簡単な最高ウエイト表現（基本表現）の類似と思われる表現とその頂点作用素を，ボゾンを用いて直接に構成することに成功した。（なお sl_N の頂点作用素の構成には，gl_N の場合に比べて微妙な新しい困難が現れる。）sl_N の場合のレベル 1 の表現とその頂点作用素は，量子アフィン代数において知られているものの自然な対応物と考えられ，今後 $SU(2)$ Thirring 模型の形状因子や XXX 模型の相関関数の記述に基本的な役割を果たすことが期待される。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

数理物理学の研究において，無限次元の対称性がしばしば本質的な役割を果たすことは良く知られている。例えば，ソリトン方程式と呼ばれる一連の非線形微分方程式においては，無限個の保存量や厳密解の存在など様々の著しい現象を，アフィン・リー代数の言葉によって統一的に把握することが可能になった。また 2 次元の共形場理論においては，ヴィラソロ代数など無限次元リー代数による対称性が理論の核心であり，その表現論によって臨界指数や相関関数などの物理量が統制される。

共形場理論は質量 0 の量子場や臨界的な統計系の普遍的な記述に成功をおさめた。現在重要な研究動向の一つとして，共形場理論の思想を非臨界的な場合に拡張することがあげられる。ここでは対称性はあからさまには見えず，リー代数の「変形」として現れる。Bernard，Smirnov らは，可積分な有質量の場の模型に，ヤンギアンと呼ばれる代数の対称性があることを発見した。また申請者を含むグループの研究により，XXZ 模型など可解格子模型の状態空間が量子アフィン代数の無限次元表現を用いて記述されることが明らかにされている（参考論文［1］)。ここでは最高ウエイト表現の intertwiner である頂点作用素が中心的な役割を果たし，それを用いて模型の相関関数が計算されている。

XXZ 模型を退化させて得られる XXX 模型も，物理的に興味のある可解格子模型である。しかしながら，この退化過程は代数のレベルでは自明ではない。アフィン・リー代数は，有限次元単純リー代数 g を係数に持つローラン多項式環 $g[t,\ t^{-1}]$ の中心拡大として実現される。量子アフィン代数はその包絡環の q 変形である。中心拡大を考えないとき，量子アフィン代数は上の極限でヤンギアンに退化することが知られている。しかし，ヤンギアンはアフィンリー代数の「半分」，すなわち g 係数の多項式環 $g[t]$ の包絡環の変形であって，自然な無限次元表現を考えることができない。XXX 模型のように退化した模型の状態空間を記述するには，ローラン多項式環全体に対応する，ヤンギアンより大きな代数が必要とされる。このような代数は二重ヤンギアンと呼ばれ，サイン・ゴルドン模型の退化である $SU(2)$ Thirring 模型を記述するために導入された。しかし従来の文献では中心拡大を考えておらず，有限次元表現の考察にとどまっていた。

申請者は無限次元表現を採り入れるため，本申請論文において，$g=gl_N$，sl_N の場合に二重ヤンギアンの中心拡大 $DYh(g)$ を導入した。$N=2$ の場合は先に参考論文［6］において考察されている。この代数

は量子アフィン代数のような三角分解を持たないために，最高ウエイト表現などの一般論を展開することは現在の所困難である。申請者は，最も簡単な最高ウエイト表現（基本表現）の類似と思われる表現とその頂点作用素を，ボゾンを用いて直接に構成することに成功した。（なお sl_N の頂点作用素の構成には，gl_N の場合に比べ微妙な新しい困難が現れる。）sl_N の場合のレベル１の表現とその頂点作用素は，量子アフィン代数において知られているものの自然な対応物と考えられ，今後 $SU(2)$ Thirring 模型の形状因子や XXX 模型の相関関数の記述に基本的な役割を果たすことが期待される。

このように本申請論文は二重ヤンギアンの中心拡大を導入し，その最も基本的と考えられる表現を構成し，付随する頂点作用素の具体形を決定したものとして高く評価でき，退化した量子可解模型を扱う上で今後の研究に大きく貢献するものと思われる。

申請者の業績は，この分野における顕著な寄与であり，大学院在学５年未満ではあるが，特例として博士（理学）の学位を授与するに十分であると考えられる。

よって，本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

平成９年１月20日，主論文および参考論文に報告されている研究業績を中心として，これに関連した研究分野について口頭試問した結果，合格と認めた。