

氏名	徳岡辰雄 とく おか たつ お
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	論 工 博 第 8 号
学位授与の日付	昭 和 37 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	<b>Fundamental Equations in Viscoelasticity</b> (粘弾性論における基礎方程式)
論文調査委員	(主 査) 教 授 国井修二郎 教 授 藤本武助 教 授 山田彦児

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は粘弾性論の基礎方程式となっているフォクト型およびマックスウェル型の三次元一般応力-歪関係式を現象論的立場に立って統一的に誘導し、さらにフォクト型およびマックスウェル型物体が満足すべき力学的基本条件を明らかにしたものであって、全編4章よりなっている。

第1章は有限変形の一般理論をのべたものである。すなわち、連続物体の任意の有限変形における一般化歪には、ラグランジュ表示とオイラー表示とがあり、また一般化応力にも同様に2種の表示があるが、これらの両表示間に成り立つべき数学的關係について説明し、さらに進んで有限変形の場合におけるダランベールの意味での平衡方程式を求めている。そして、微小変形の場合においては、これらはそれぞれ従来材料力学などで使用されている歪、応力および平衡方程式に全く一致することが示されている。

第2章では、一般的な粘弾性体の力学を論ずるときには弾性的可逆的エネルギー蓄積過程と粘性的非可逆的エネルギー散逸過程とが同時に共存するものと考えねばならぬことを指摘し、かような一般的な場合に対するハミルトンの原理をのべている。

第3章では、弾性ポテンシャル $\Phi$ が歪成分のみの関数であり、散逸関数 $\Psi$ が歪成分と歪速度成分のみの関数である場合について前章の一般化ハミルトンの原理を適用し、その結果第1章でのべたダランベールの意味での平衡方程式を導くと同時に、応力成分が $\Phi$ の歪成分に関する導関数（すなわち内部弾性応力）と $\Psi$ の歪速度成分に関する導関数（すなわち内部粘性応力）との和で与えられること、換言すれば粘弾性体はフォクト型のものであることを証明している。次に、その特別な場合として等方性のフォクト型粘弾性体を取り扱い、このとき得られる応力-歪関数は比較的簡単な行列形式で表示されることを見だし、さらに変形が微小であるとみなされる場合には、この関係は従来よく知られている一次元フォクト型粘弾性体についての応力-歪関係を三次元にそのまま拡張したものであることを確かめている。

第4章では、弾性ポテンシャル $\Phi$ が応力成分のみの関数であり、散逸関数 $\Psi$ が応力成分と応力速度成分のみの関数である場合について第2章の一般化ハミルトンの原理を適用し、変形が微小であることおよ

び第1章でのべたダランベールの意味での平衡方程式が成り立つことを仮定すれば、歪成分が $\Phi$ の応力成分に関する導関数（すなわち内部弾性歪）と $\Psi$ の応力速度成分に関する導関数（すなわち内部粘性歪）との和で与えられること、換言すれば粘弾性体はマックスウエル型のものであることを証明している。さらに、特別な場合として等方性のマックスウエル型粘弾性体を取り扱い、このとき得られる応力-歪関係は比較的簡単な行列形式で表示されることを見だし、この関係は従来よく知られている一次元マックスウエル型粘弾性体についての応力-歪関係を三次元にそのまま拡張したものであることを確かめている。

### 論文審査の結果の要旨

前世紀の後半において、マックスウエルおよびフォクトは弾性と粘性を併有する物質が存在することを指摘し、その力学的挙動を説明するため、弾性バネと粘性ダッシュポットとが直列（マックスウエル）または並列（フォクト）に連結された模型を考案した。これら両氏の説は久しくかえりみられなかったのであるが、近時高分子物質に対する研究ならびに利用が発達するにつれ、その材料力学的取り扱いが大きな問題となるに及んで、再び世の注目をひくことになったのである。1953年グロスはマックスウエル模型とフォクト模型との両概念を別々に物理的な基礎としてとり、一次元線形粘弾性論を数学的に完成した。これと前後してアルfrey、ビオー、ツイーグラ、オルスザーク、ペルチナ、山本、瀬川などは三次元非線形粘弾性理論に関する種々な研究を発表しているが、それらの研究の多くは一次元線形理論の形式的拡張であり、力学的な統一性において欠けるところがあるように考えられるのである。本論文の著者は、この点に想いをいたし、有限変形に対する歪および応力解析の数学的理論と力学の最深最高の原理と考えられているハミルトンの原理とを結合することによって粘弾性体の力学理論を一般的かつ統一的な形において樹立することに成功したものである。すなわち、ハミルトンの原理を表わす変分方程式中にあらわれる弾性ポテンシャルが歪成分のみの関数であり、散逸関数が歪成分と歪速度成分のみの関数である場合には、この原理から三次元有限変形に対する粘弾性体の運動方程式が導かれると同時に粘弾性体は一般的なフォクト型のものであることが示され、さらに等方性と微小変形とを仮定すれば従来の三次元フォクト型粘弾性理論における基礎式が得られるのである。また、弾性ポテンシャルが応力成分のみの関数であり、散逸関数が応力成分と応力速度成分のみの関数である場合には、微小変形と運動方程式の成立とを仮定することによって、ハミルトンの原理から粘弾性体は一般的なマックスウエル型のものであることが示され、さらに等方性を仮定すれば従来の三次元マックスウエル型粘弾性理論における基礎式が得られるのである。

このように本論文は有限変形に対する数学的理論とハミルトンの原理とを結合することによって粘弾性体の力学理論を一般的かつ統一的な形において得ることに成功したものであって、学術上寄与するところが大きく、工学博士の学位論文として価値あるものと認める。