【 32 】

氏　名	渡辺峰子（わたなべみねこ）
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第146号
学位授与の日付	昭和41年6月21日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**Canonical conformal mappings of open Riemann surfaces** (開リーマン面の標準等角写像)
論文調査委員	(主査) 教授 楠 幸男　教授 小堀 憲　教授 溝畑 茂

論文内容の要旨

複素平面上の n 重連結領域 $(1 \leqq n \leqq \infty)$ の標準領域への等角写像に関して，有名な Koebe の定理がある。それによれば，z 平面上の n 重連結領域 D はつねに正則函数 $w=f(z)$ によって一対一かつ等角に，w 平面上から n 個の実軸に平行な線分を除いた領域に写像される。$n=\infty$ の場合，その平行線分は集積するが，その全面積 (Lebesgue 測度) は 0 であることも知られている。

主論文において，著者はこの結果の一般化として D が開 Riemann 面の場合について考察し，Koebe の定理を完全に特別の場合として含む定理を確立している。すなわち，主要定理として，D を示性数 g $(0 \leqq g < \infty)$ の任意の開 Riemann 面とするとき，D は正則函数 $w=f(P)\,(P \in D)$ によってつねに w 平面上 $g+1$ 葉の（被覆）Riemann 面で，その境界がすべて実軸に平行な線分からなるものに一対一等角に写像され，さらに，その平行線分を w 平面上に射影したとき，その全面積 (Lebesgue 測度) は 0 である。

Koebe の定理は $g=0$ の場合としてえられる。

証明には近年えられた二乗可積分な Abel 微分に対する開 Riemann 面上の Riemann-Roch の定理を本質的に用い，それからえられる一つの函数についてその境界における挙動をしらべることによって結論を導いている。

同様な方法を用いて著者はさらに，D の他の標準領域への等角写像，すなわち，D を $g+1$ 葉の（被覆）Riemann 面でその境界がすべて原点からでる半径上の線分，またはすべて同心円弧からなるものに等角写像することができることを示している。特に $g=0$ の場合としてそれぞれに対応する古典的な写像定理がえられる。

参考論文1，2，3においては著者は上にのべた存在定理の証明の基礎を与える開Riemann 面上の Abel 微分の一般論を研究している。すなわち，参考論文1では，任意の開 Riemann 面 R に対して Ahlfors の distinguished differential と楠の canonical differential が本質的に同一のものであることを示し，

また R 上の Riemann の週期関係式について Accola の結果を含む定理をえている。

参考論文2では，compact Riemann 面でよく知られた Weierstrass point (以下 W 点という) に対応することを開 Riemann 面 R の場合について考察し，R の示性数が有限ならば，W 点でない点集合は R 上で稠密であることを証明している。

参考論文3では，境界が比較的に小さい Riemann 面の一つの class O_{KD} (Sario, 1952) に属する Riemann 面に対して Jacobi の逆問題が古典論と同様な形で解けることを示し，また $R \in O_{KD}$ の示性数 g が特に有限ならば，R 上の W 点は高々 $p=(g-1)g(g+1)$ 個であり，さらに，$0 \leqq n \leqq p$ を満たす任意の整数 n に対して丁度 n 個の W 点をもつ Riemann 面が存在することも示されている。

論文審査の結果の要旨

等角写像論においては Riemann の写像定理のように，与えられた領域を単純な標準領域へ一対一かつ等角に写像するという問題は基本的重要なものである。一般な多重連結領域の場合は，Koebe の写像定理によってその領域を実軸に平行な線分を境界とする標準領域へ一対一等角に写像できることが知られている。

Possel は極値法と呼ばれる方法によってその証明を簡易化した。(1933)

このような写像問題はさらに一般な領域である開 Riemann 面の場合に問題とされ，Nehari は示性数 g が有限で境界が有限個の Jordan 曲線からなる開 Riemann 面は高々 $g+1$ 葉の (被覆) Riemann 面でその境界が実軸に平行な線分からなるものに等角写像できることを示した (1950)。しかし，Koebe の定理を完全にその特別の場合として含む写像定理をうるためには，その境界に関する条件を全く落としてしまわなければならない。そのために問題は極めて困難になった。

このような状況において，著者は二乗可積分な Abel 微分に対する Riemann-Roch の定理 (楠，1958～59，Royden, 1960) から導かれる函数に注目し，種々の準備考察の後この困難を克服して，Koebe, Nehari の結果を含む主要定理 (論文内容の項参照) をえたもので，一般的なすぐれた結果である。その証明には Hilbert 空間の方法を用いる Abel 微分の理論をはじめ Ahlfors-Beurling によって導入された極値的長さの概念および Sario 等によって研究された境界の安全性に関する結果等を巧みに用いている。このことは，著者が解析学における広い知識とすぐれた能力をもっていることを示している。

参考論文1は，主論文に劣らず興味深いもので，一般な開 Riemann 面上の Abel 微分の理論を発展させている。distinguished differential と canonical differential の同値性によって，Royden による Riemann-Roch の定理は楠のものと全く同一のものであることが厳密に示されたのは注目される。またやゝ特殊な class (O_{KD}) ではあるが，それに属する Riemann 面上の Abel 微分のなす種々の Hibert 空間について詳細な研究を行なっており，これは今後の問題につながるものと考えられる。

参考論文2，3は主として Weierstrass point の研究で，これは主論文と密接な関係があるのみならず，それ自身古典的定理の拡張としての意義をもっている。

よって，渡辺峰子の申請論文は理学博士の学位論文としての価値があるものと認める。