【 33 】

氏　名	大　西　英　一（おお　にし　ひで　かず）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	論　理　博　第147号
学位授与の日付	昭和41年6月21日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**Quelques propriétés locales des domaines intérieurement ramifiés**（内分岐をもつ領域の或る種の局所的性質）
論文調査委員	（主　査）教　授　小　堀　　憲　　教　授　小松醇郎　　教　授　溝　畑　　茂

論　文　内　容　の　要　旨

フランスの Henri Cartan は，1938年に，$n\geqq 3$ として，n 個の複素数 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ の空間において，環状領域

$$\underline{\Delta}_1=\{x_1|\rho_1<|x_1|<r_1\}\cdot\prod_{i=2}^{n}\{x_i||x_i|<r_i\}$$

$$\underline{\Delta}_2=\{x_1||x_1|<r_1\}\cdot\{x_2|\rho_2<|x_2|<r_2\}\cdot\prod_{j=3}^{n}\{x_j||x_j|<r_j\}$$

$$\underline{\Delta}_3=\prod_{k=1}^{2}\{x_k||x_k|<r_k\}\cdot\{x_3|\rho_3<|x_3|<r_3\}\cdot\prod_{l=4}^{n}\{x_l||x_l|<r_l\}$$

を考える。$\Delta_{ij}=\underline{\Delta}_i\cap\underline{\Delta}_j$ と置き，Δ_{ij} において正則な函数 $g_{ij}(x)$ が与えられていて，$\bigcap_{k=1}^{3}\underline{\Delta}_k$ において $g_{12}(x)+g_{23}(x)+g_{31}(x)=0$ であるとすると，$\underline{\Delta}_k$ には正則な函数 $h_k(x)$ が

Δ_{23} において $g_{23}(x)=h_2(x)-h_3(x)$

Δ_{31} において $g_{31}(x)=h_3(x)-h_1(x)$

Δ_{12} において $g_{12}(x)=h_1(x)-h_2(x)$

となるように存在することを，$\underline{\Delta}_0=\underline{\Delta}_1\cup\underline{\Delta}_2\cup\underline{\Delta}_3$ が単葉である場合について証明した。しかし，その後 $\underline{\Delta}_0$ が単葉でない場合，すなわち領域 $\underline{\Delta}_0$ が多葉である場合については，全然研究されていなかった，というよりは，これが多葉の場合に，成りたつか，または，成りたたないか，については，まったくわかっていなかった。

申請者は，この主論文において，上記の問題が，多葉の場合にも成りたつかどうかを検討し，多葉である場合には，この定理が成りたたないことを示す例題を構成した。そして，それを，つぎの定理として，まとめ上げた：

n 個の複素数 $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ の空間において，円筒領域

$$\underline{\Delta}=\prod_{i=1}^{n}\{x_i||x_i|<r_i\}$$

上に，内分岐を持つ，ν 枚の多葉域 $\varDelta$ が与えられているとし，$\varDelta$ から $\underline{\varDelta}$ への射影を π とするとき，m 個の環状領域

$$\underline{\varDelta}_j=\prod_{j=1}^{n}\{x_j|\rho_j<|x_j|<r_j\}\cdot\prod_{i=1}^{n}\{x_i||x_i|<r_i\},\ (i\neq j),$$

を考えて，$\varDelta$ の部分領域 $\varDelta_j=\pi^{-1}\underline{\varDelta}_j$ について

$$\varDelta_{ij}=\varDelta_i\cap\varDelta_j,\ \varDelta_{ijk}=\varDelta_i\cap\varDelta_j\cap\varDelta_k,\ (i,j,k=1,2,\cdots\cdots,m)$$

と置き，$\varDelta_{ij}$ において正則な函数 $g_{ij}(P)$ が

$$P\in\varDelta_{ijk}\ \text{において}\ g_{ij}(P)+g_{jk}(P)+g_{ki}(P)=0$$

を満足するならば，$\varDelta_j$ で正則な函数 $h_j(P)$ が

$$P\in\varDelta_{ij}\ \text{において}\ g_{ij}(P)=h_i(P)-h_j(P)$$

となるように定められる。

この定理を利用して，$\varDelta_0=\bigcup_{k=1}^{m}\varDelta_k$ が多葉の場合には，解かれていない問題を，解決することを企てた。そして，この目的のために，n 次元の多葉域 $\varDelta$ で正則な函数 $\eta(P)$ を用いて作られた $(n+1)$ 次元空間 $(x_1, x_2,\cdots, x_n, y)$ の n 次元の曲面

$$\Sigma:\qquad y=\eta(P),\ P\in\varDelta$$

を考えた。しかし，このままでは，Σ の特異性が複雑であるので，Σ として，Σ から $\underline{\varDelta}$ への射影を π_0 とするとき，Σ の $n-1$ 次元特異多様体 T が

1°. T のほとんどすべての点が Σ の通常重複点であって，そこにおいて，Σ は2つの異なる接平面を持つ。

2°. $\pi_0^{-1}(\pi_0(T))$ は $\pi_0(T)$ 上の ν-1 葉の内分岐を許す被覆面である。

という2つの条件を満足するものを選ぶ。そうすると，この Σ は $\varDelta$ の内分岐のしかたに由来する特性を失わない。そして，この多様領域 $\varDelta$ を，この曲面 Σ で表わすことができることを証明した。

さらに，この Σ の型を分類して，問題解決のための判定条件を求め，それを利用して

i) $\varDelta_0$ が多葉であるとき，ここにおける Cousin の問題を解き，さらに，

ii) $\varDelta_0$ が単葉のときに樹立された岡潔の定理を，$\varDelta_0$ が多葉である場合にも，成りたつことを示した。

以上が，主論文の内容である。さらに，申請者は，参考論文において，主論文のための準備となる諸定理を導き出し，主論文に現われる概念が明確となるように用意している。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

多変数の函数の研究は，函数の存在領域の研究が，重要なものとなっているが，単葉領域の場合には，Cartan, 岡，Serre 等によって，研究が進められていた。しかし，多葉領域となると，まだ，初期時代の域を出ない程度である。

単葉領域の場合に解かれた問題が，多葉領域の場合にも成立することを証明しようと企てた研究者も，あったけれども，ことごとく失敗している。それに，このような多葉領域の場合への可能性に対する検討すらなされていなかったので，研究者は暗中模索しているのが実情であった。

主論文で，申請者は，このような拡張が可能なのであるか，どうかについて検討し，反例を構成して，このような拡張が不可能であることを，例示した。これによって，この方面の研究者は，無駄な努力を避けることができ，多葉領域を対象とする場合には，単葉の場合とは，全然異なる方法を，導入しなければならないことを，明らかにした。このような結論に到達することに役立った反例は，すぐれた直観力と，綿密な思考力と，卓越した解析力の結集である。ここに，申請者がすぐれた解析学者であることがわかる。

この反例を作ることに成功してからは，申請者の研究は，多葉領域と取り組んでいた。しかし，一般の場合を対象とすることは，問題を複雑なものとするだけであるので，「内分岐を持つ場合」に限った。そして，単葉領域について示されているものが，この内分岐を持つ領域の場合へ拡げることができるかどうかを調べた。

論文内容の要旨を述べたところで示したように，曲面

$$\Sigma: \quad y=\eta(P),\ P\in\Delta$$

が，この主論文の主定理を樹立するための「鍵」となったものであるが，Σ の構造が複雑なものであるから，これを非常に高い次元の空間へはめこむという手段が考えられたのであるが，申請者は，その方法によらないで，$n+1$ 次元空間にはめこむことを考えた。そのために，大きな困難に出会っているが，この着想は，高く評価されてもよい。

申請者は，困難を克服して，新しい結論に到達したのであるから，その解析力を賞賛してよかろう。さらに，Σ を検討して，型に分け，この型を問題の解決の判定に用いた。これも高い評価を与えてよいものである。

参考論文においても，申請者の解析的方法における力量が，よく現われている。また，着想も非凡であることが，はっきりと示されている。

以上のことから，申請者大西英一は，多変数解析函数の分野において，重要な問題を解決し，この方面の研究に大きな進歩をもたらせた。ゆえに，本論文は理学博士の学位論文として価値があるものと認める。