

氏名	大 矢 勇 次 郎 おお や ゆう じ ろ う
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 169 号
学位授与の日付	昭 和 42 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	<b>Le problème de Cauchy pour les équations hyperboliques à caractéristique multiple</b> (重複特性根を持つ双曲型方程式に対するコーシー問題)
論文調査委員	(主 査) 教 授 小 堀 憲 教 授 小 松 醇 郎 教 授 楠 幸 男

### 論 文 内 容 の 要 旨

偏微分方程式

$$(1) \quad \mathcal{L}[u] = \frac{\partial^m}{\partial t^m} u(x, t) + \sum_{\substack{i+|k| \leq m \\ i \leq m-1}} a_{k,i}(x, t) \left( \frac{\partial}{\partial x_1} \right)^{k_1} \cdots \left( \frac{\partial}{\partial x_n} \right)^{k_n} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^i u(x, t) \\ = f(x, t).$$

の特性方程式

$$(2) \quad p(x, t; \xi, \lambda) = \lambda^m + \sum_{i+|k|=m} a_{k,i}(x, t) \xi^k \lambda^i = 0$$

が、実根だけしか持たない場合の研究であるが、この実根  $\lambda_i(x, t; \xi)$  が、ことごとく異なる場合については、Leray, Gårding および Mizohata によって研究されてきたが、特性方程式 (2) が重複根を持つ場合についての研究は、あまりなされていない。申請者が取り上げたのは、この場合についてである。

問題がむづかしいので、申請者は、重複根の重複度が不変である場合だけを取り扱った。この場合に、「双曲性」の概念を拡張するために、「影響領域」を導入して、これによって「双曲性」を特徴づけることをやった。

方程式 (2) の重複根の重複度が不変であるときには、偏微分方程式 (1) は「形式的双曲型」であると定義しているが、このときに、特性方程式 (2) に付随した特異積分作用素  $L$  を用いて、

$$\mathcal{L} = p + q, \quad p - L = S, \quad S + q = -M$$

と置いて、方程式

$$L(u) = f + M[u]$$

が解を持つことを証明し、これを利用して、偏微分方程式 (1) の解が存在することを示した。さらに、Cauchy の条件を満足する解の単独性を、証明した。

## 論文審査の結果の要旨

双曲型偏微分方程式に対する Cauchy 問題の基本的な研究は、Jacques Hadamard から始まり、そのときに導入された概念を根幹として、いろいろの学者によって研究されたが、それらの研究のうち、Mizohata のものは、高く評価されている。

しかし、特性方程式の係数が変数の場合には、これらの諸研究は修正されねばならない。特に、特性方程式の根が異なる実根だけであるといっても、このことは、解が存在するための必要条件であることはわかるが、十分条件になっているかどうかは、わからない。したがって、特性方程式が、実根だけしか持たないが、重複根があるという場合には、いままでの方法では、どうにもならない。それで申請者は、「影響領域」という概念を導入して、これによって、「双曲性」を特徴づけることを企てたのである。

申請者は、重複根の重複度に条件を与えているけれども、重複根を許した場合を取り扱ったものとしては、最初のものである。これだけでも、この方面の研究に対する貢献は大きい。

さらに、この主論文において、「重複度は一定である」という条件を取り去ることが可能であることを予想し、それに対する有力な方針を示唆している。このことは、この方面の研究に対して、一つの礎石を置いた、ということができるであろう。

参考論文第1部においては、主論文において得た成果を、Waelbroeck の着想を利用して、ある種の非線型系における Cauchy の問題を解いている。

参考論文第2部においては、電磁流体力学の分野で Lichnerowicz および Bruhat によって提起された問題を、肯定的に解決したものであるが、この結果は、幾何学の分野において、「Riemann 多様体を Euclid 空間へうずめる問題」といわれているものの一部を、解決することに役立つことが考えられる。

以上のことから、申請者大矢勇次郎の論文は、理学博士の学位論文としての価値があるものと認める。