代数幾何学シンポジウム記録
1985年度 pp.66-79

土橋カスプ特異点の無限小変形

東北大理 尾形庄悦

§0 序

(V, p) を $n\ (\geq 2)$ 次元正規孤立特異点とする。ここでは (V, p) が，特に"カスプ"と呼ばれるものについて考察する。最初は，カスプ特異点といえば Hilbert modular 曲面上の商特異点ではない孤立特異点のことであった。つまり，H を上半平面 $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} z > 0\}$ とし，G をある離散群として，$V \setminus \{p\}$ が H^2/G の形のものであった。土橋氏はこれを一般化して，tube 領域 $\mathcal{D}$ とある離散群 G とを使って，$V \setminus \{p\} \cong (\mathcal{D}/G)$ となるような"土橋カスプ特異点"を構成した[土橋1]。

ところで，tube 領域は第一種 Siegel 領域とも呼ばれる。そこで，$V \setminus \{p\}$ が第二種 Siegel 領域のある離散群による商になっている時も"カスプ"と呼ぶことを提案したい。本来，有界対称領域の離散群による商のコンパクト化に現われる境界成分を広い意味でカスプと呼んだのだから，孤立特異点の中でカスプと呼ばれる類を上のように広げるのは自然であろう。

次に，(V,p) が n 次元 Hilbert modular カスプ特異点のとき，Freitag と Kiehl により，$n \geq 3$ ならば (V,p) は"rigid"，つまり，変形が自明であることが示された[FK]。以来，その一般化である土橋カスプ特異点も $n \geq 3$ ならば rigid であろうと考えられてきた。ここでは，$n=3$ のとき土橋カスプ特異点は一般に rigid でないという結果を報告する。また，中村氏により指摘された命題(3.2)の証明の不備が回復できたので，合わせて報告する。

§1 カスプ特異点の構成

1.1 第二種Siegel領域

はじめに例を述べる。

例. 有界対称領域 $I_{p,q} := \{Z \in M_{p,q}(\mathbb{C}) \mid 1_q - {}^t\bar{Z}Z > 0\}$ $(p \geq q \geq 1)$ を考える。この上には，$SU(p,q)$ が作用して，$I_{p,q}$ は $SU(p,q)/S(U_p \times U_q)$ と同型である。$I_{p,q}$ の第二種Siegel領域としての表現を考える。

$$\mathcal{D} := \{(Z,u) \in \mathcal{H}_q(\mathbb{C}) \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C} \times M_{p-q,q}(\mathbb{C}) \mid \operatorname{Im} Z - {}^t\bar{u}u \in \mathcal{P}_q(\mathbb{C})\}$$

とおく，ここに $\mathcal{H}_q(\mathbb{C}) = \{Z \in M_q(\mathbb{C}) \mid {}^t\bar{Z} = Z\}$, $\mathcal{P}_q(\mathbb{C}) = \{Z \in \mathcal{H}_q(\mathbb{C}) \mid Z > 0\}$ である。

注意 1. $q=1$ のときは，$I_{p,1}=B^p:=\{(z_i)\in\mathbb{C}^p \mid \sum_{i=1}^{p}|z_i|^2<1\}$ であり，$\mathfrak{D}=\{(z,u_1,\cdots,u_{p-1})\in\mathbb{C}^p \mid \operatorname{Im} z-\sum_{i=1}^{p-1}|u_i|^2>0\}$ である。

2. $p=q$ のときには，$\mathfrak{D}$ は tube 領域 $\mathcal{H}_p(\mathbb{C})+\sqrt{-1}\,\mathcal{P}_p(\mathbb{C})$ になる。

この例を念頭において，構成要素を抽出しよう。

$r\geq 1$, $m\geq 0$, $n=r+m\geq 2$ を整数として，N を階数 r の自由 $\mathbb{Z}$-加群とする。$C\subset N_{\mathbb{R}}=N\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{R}$ を開凸錐で $C\cap(-C)=\{0\}$ なるものとする。$H:\mathbb{C}^m\times\mathbb{C}^m\longrightarrow N_{\mathbb{C}}=N\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{C}$ をエルミート形式で

(i) $H(\lambda_1u_1+\lambda_2u_2,v)=\lambda_1H(u_1,v)+\lambda_2H(u_2,v)$, $\lambda_i\in\mathbb{C}$, $u_i,v\in\mathbb{C}^m$,

(ii) $\overline{H(u,v)}=H(v,u)$, $\overline{}$ は複素共役を表わす,

(iii) $H(u,u)\in\overline{C}$, $u\in\mathbb{C}^m$, $\overline{C}$ は C の $N_{\mathbb{R}}$ における閉包,

(iv) $H(u,u)=0$ ならば $u=0$,

を満たすものとする。このとき

$$\mathfrak{D}=\mathfrak{D}(H,C):=\{(z,u)\in N_{\mathbb{C}}\times\mathbb{C}^m \mid \operatorname{Im} z-H(u,u)\in C\}$$

とおいて，これを H と C に付随した第二種 Siegel 領域という。

群 $N(\mathfrak{D}):=\{(a,c)\in N_{\mathbb{R}}\times\mathbb{C}^m\}$ が $\mathfrak{D}$ 上

$$(a,c)(z,u)=(z+a+2\sqrt{-1}H(u,c)+\sqrt{-1}H(c,c),\ c+u)$$

として作用することに注意しておく。

1.2 Data of lattices

$L\subset\mathbb{C}^m$ を階数 $2m$ の自由 $\mathbb{Z}$-加群で，商 $\mathbb{C}^m/L$ がコンパクトとする。

$\Gamma \subset \mathrm{Aut}(N)$ を C を保つ部分群で，更に次の条件を満たすものとする。

a) Γ は $D := C/\mathbb{R}_{>0}$ 上に固有不連続かつ固定点なしに作用する，

b) 商 D/Γ はコンパクト，

c) 群準同型 $\Gamma \ni g \longmapsto \tilde{g} \in GL(m, \mathbb{C})$ で
$gH(u,u) = H(\tilde{g}u, \tilde{g}u)$ かつ $\tilde{g}L = L$ なるものがある，

d) すべての $\ell, \ell' \in L$ に対し，$H(\ell,\ell') - H(\ell',\ell) \in \sqrt{-1}N$.

1.3 構成

$T_N := N \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{C}^*$ を r 次元代数的トーラスとする。N, L を $N(\mathfrak{S})$ の部分群とみて

$$\begin{tikzcd}
\mathfrak{S}/N \arrow[d] & \subset & T_N \times \mathbb{C}^m \arrow[d] \\
\mathfrak{S}/N \rtimes L & \subset & (T_N \times \mathbb{C}^m)/L
\end{tikzcd}$$

を考える。$(T_N \times \mathbb{C}^m)/L$ はアーベル多様体 $A := \mathbb{C}^m/L$ 上の T_N-束になっている。その *transition function* は，$u \in \mathbb{C}^m$, $\ell \in L$ に対し

$$\exp(2\pi(2H(u,\ell) + H(\ell,\ell))) \in T_N$$

である。但し，$\exp : N_{\mathbb{C}} \longrightarrow T_N = N_{\mathbb{C}}/N$ とおいた。

今，$C \cup \{0\}$ の Γ-admissible r.p.p. 分割 Δ で

$\hat{\Delta}\bmod\Gamma$ が有限となるものをとる。このとき

$$\begin{array}{ccc} T_N\times\mathbb{C}^m & \subset & T_N\,\mathrm{emb}(\hat{\Delta})\times\mathbb{C}^m \\ \downarrow & & \downarrow \\ (T_N\times\mathbb{C}^m)/L & \subset & (T_N\,\mathrm{emb}(\hat{\Delta})\times\mathbb{C}^m)/L \end{array}$$

となる。

Γ の作用による商をとるために、"うまい"作用域をとりたい。そのため、実解析的写像 $(T_N\times\mathbb{C}^m)\ni(t,u)\longmapsto \mathrm{ord}(t)-H(u,u)\in N_R$ を拡張して、$\Phi:(T_N\,\mathrm{emb}(\hat{\Delta})\times\mathbb{C}^m)\longrightarrow M_c(N,\hat{\Delta})$ を作る。これは L-不変だから、$(T_N\,\mathrm{emb}(\hat{\Delta})\times\mathbb{C}^m)/L\longrightarrow M_c(N,\hat{\Delta})$ が誘導される。これも同じ Φ で表わす。この Φ は Γ-同変である。今、

$\tilde{V}:=\Phi^{-1}$（C の $M_c(N,\hat{\Delta})$ 内での閉包の内部）

$\tilde{Y}:=\tilde{V}\setminus\Phi^{-1}(C)$

とおく。Γ は $\tilde{V}$, $\tilde{Y}$ 上に固有不連続かつ固定点なしに作用するから、その商を $V:=\tilde{V}/\Gamma$, $X:=\tilde{Y}/\Gamma$ とおく。

X を contract して正規孤立特異点を作りたい。そのため、$\mathfrak{D}$ の核函数を利用する。$(z,u)\in\mathfrak{D}$ に対し

$$\Psi(z,u):=\int_{C^*}\exp(-\langle \mathrm{Im}\,z-H(u,u),t\rangle)\det\Theta(t)\,\phi_{C^*}(t)^{-1}dt$$

とおく，ここに，$C^*:=\{y\in N_R^*\mid\langle x,y\rangle>0\ \forall x\in\bar{C}\setminus\{0\}\}$ は C の双対錐で，ϕ_{C^*} は C^* の特性関数[V]である。$\Theta(t)\in M_m(\mathbb{C})$ は $\mathbb{C}^m$ の内積 $(\ ,\ )$ を固定したとき，

$$\langle H(u,v),t\rangle=(v,\Theta(t)u)\quad\forall u,v\in\mathbb{C}^m,\ t\in N_R^*$$

で定義され，エルミート対称である。更に，$t\in C^*$のときには正定値になる。Φは$\mathcal{D}$上正値で，そのHessianは正定値であり，N, Lで不変，更に$g\in\Gamma$に対し

$$\Phi(gz,\tilde{g}u)=|\det g|^{-2}|\det\tilde{g}|^{-2}\Phi(z,u)$$

である。従って，Φは$\tilde{V}\setminus X$上の関数と考えられる。X上で$\Phi\equiv 0$と定めると，Φは$\tilde{V}$上 plurisubharmonic かつ$\tilde{V}\setminus X$上 strictly plurisubharmonic となるので，Xを contract することができる：$\pi:(\tilde{V},X)\longrightarrow(V,p)$。

例．Fをν次総実代数体，F'をFの総虚二次拡大，Bを第二種 involution をもつF'上のd次 central division 代数とし，hを$M_\mu(B)$内のエルミート行列でWitt指数1，すなわち

$$h\sim\left(\begin{array}{c|c}\begin{matrix}0&1\\1&0\end{matrix}&0\\\hline 0&*\end{array}\right)$$

とする。$G_{\mathbb{Q}}=R_{F/\mathbb{Q}}(SU(h,B/F'/F))$とおくと，

$$G_{\mathbb{R}}=\prod_{i=1}^{\nu}SU(p_i,q_i),\quad p_i+q_i=\mu,\ p_i\geq q_i$$

となり，$q_i=d$のとき　$K\backslash G_{\mathbb{R}}/G_{\mathbb{Z}}$の佐武コンパクト化に現われる境界成分は0-次元となり，その孤立特異点が上のカスプ特異点の例になる。

§2 結果

定理(2.1)　(V,p) は孤立 du Bois 特異点である，すなわち，

$$R^i\pi_*\mathcal{O}_{\tilde{V}} \xrightarrow{\sim} H^i(X,\mathcal{O}_X) \quad (i\geqq 1).$$

2.2　無限小変形について

ここでは，(V,p) の変形とは，複素解析空間の芽の間の平坦射 $f:(\mathcal{V},0)\longrightarrow(T,0)$ と同型 $(V,0)\xrightarrow{\sim}(f^{-1}(0),0)$ の組を意味する。(V,p) の一次無限小変形とは，(V,p) の変形 $f:(\mathcal{V},0)\longrightarrow(T,0)$ であって $T=\operatorname{Spec}\mathbb{C}\{\varepsilon\}/(\varepsilon^2)$ のこととする。我々の興味があるのは $T_V^1:=\operatorname{Ext}^1_{\mathcal{O}_V}(\Omega^1_V,\mathcal{O}_V)$ である。これは (V,p) の一次無限小変形の分類空間になっている。これを調べるために Schlessinger による次の定理が有効である。

比較定理[S]　$(V,p)\hookrightarrow(\mathbb{C}^d,0)$ を closed embedding とするとき，

$$0\longrightarrow T_V^1\longrightarrow H^1(V\setminus\{p\},\Theta_V)\longrightarrow H^1(V\setminus\{p\},\Theta_{\mathbb{C}^d}|_V)$$

は完全列である。

定理(2.2)　$n\geqq 3$ のとき，

$$H^1(\tilde{V},\Theta_{\tilde{V}}(-\log X))\xrightarrow{\sim}T_V^1\xrightarrow{\sim}H^1(V\setminus\{p\},\Theta_V).$$

ここに，$\Theta_{\tilde{V}}(-\log X)$ は X に沿って対数的零をもつ正則接層，すなわち，$X=\bigcup_i X_i$ と既約分解したとき，$N_{X_i/\tilde{V}}$ を X_i の $\tilde{V}$ における

法層として，$\Theta_V(-\log X) = \mathrm{Ker}(\Theta_V \longrightarrow \oplus_i N_{X_i/V})$ である。

定理(2.3)　$m=0$ のとき，すなわち (V, p) が土橋カスプ特異点のとき，

$$H^i(V, \Theta_V(-\log X)) \cong H^i(\Gamma, N_{\mathbb{C}}) \quad (i \geq 1).$$

ここに，右辺は $\Gamma \subset \mathrm{Aut}(N)$ の作用による群 cohomology である。

定理(2.4)[O]　錐 C がより低次元の錐の直積に分解するとき，つまり $C = C_1 \times \cdots \times C_s$ $(s>1)$ と書けるとき，

$$H^1(\Gamma, N_{\mathbb{C}}) = 0.$$

定理(2.5)[O]　$r=3$ のとき，

$$3(1-\chi(D/\Gamma)) \geq \dim_{\mathbb{C}} H^1(\Gamma, N_{\mathbb{C}}) \geq -3\chi(D/\Gamma).$$

ここに，$\chi(D/\Gamma)$ は閉曲面 D/Γ の Euler 数である。

注意 1.　(V, p) が土橋カスプ特異点のとき，Hilbert modular カスプでなければ (i.e., D/Γ が実トーラスでないなら)，$\chi(D/\Gamma) < 0$ であることが[土橋1]により判る。従って，その時には定理(2.2)(2.5)より $\dim T_V^1 > 0$，つまり (V, p) が rigid でないことが判る。

2.　最近，土橋氏は (2.5) の精密化 $\dim_{\mathbb{C}} H^1(\Gamma, N_{\mathbb{C}}) = -3\chi(D/\Gamma)$ を示し，土橋カスプ特異点の versal family を構成した[土橋2]。

3. 完全列

$$0 \longrightarrow H^1(\Theta_{\tilde{V}}(-\log X)) \longrightarrow H^1(\Theta_{\tilde{V}}) \longrightarrow \bigoplus_i H^1(N_{X_i/\tilde{V}})$$

より，$H^1(\Theta_{\tilde{V}}(-\log X))$ は $\tilde{V}$ の一次無限小変形でどの X_i も消えないものの分類空間であることが判る[W]。このような $(\tilde{V}, X)$ の変形の versal family が存在すれば，定理(2.2)は (V, p) が equisingular であることを示している。

§3 証明の概略

F を Γ の作用をもつ有限次元複素ベクトル空間とし，$g: \tilde{\tilde{V}} \longrightarrow \tilde{V} = \tilde{\tilde{V}}/\Gamma$ として，$\mathcal{F} := g_*^{\Gamma}(F \otimes_{\mathbb{C}} \mathcal{O}_{\tilde{\tilde{V}}})$ とおく。

命題(3.1) $i > 0$ かつ $k > 0$ に対して

$$H^i(X, \mathcal{F} \otimes_{\mathcal{O}_{\tilde{V}}} \mathcal{O}_X(-kX)) = 0.$$

命題(3.2) $i < n$ に対して

$$H^i_X(\tilde{V}, \mathcal{F}) = 0.$$

3.3 命題(3.1) ⇒ 定理(2.1)

次の定理を使う。

比較定理[BS]　固有射 $\pi : \tilde{V} \longrightarrow V$ に対し

$$(R^i\pi_*\mathcal{O}_{\tilde{V}})^\wedge \xrightarrow{\sim} \varprojlim_k H^i(\tilde{V}, \mathcal{O}_{\tilde{V}}/\mathcal{O}_{\tilde{V}}(-kX)) \quad (i>0),$$

ここに，左辺の $^\wedge$ は (V,p) の極大ideal $\mathfrak{m}$ に関する完備化を表わす。

完全列

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_X(-kX) \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{V}}/\mathcal{O}_{\tilde{V}}(-(k+1)X) \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{V}}/\mathcal{O}_{\tilde{V}}(-kX) \longrightarrow 0$$

と，Γ の自明な作用をもつ $F=\mathbb{C}$ に対する命題(3.2)とから，比較定理を使うことにより，定理(2.1)が示される。

3.4　命題(3.2) $\Rightarrow$ 定理(2.2)

次の完全列

$$0 \longrightarrow \pi_*^\Gamma(N \otimes_{\mathbb{Z}} \mathcal{O}_{\tilde{\tilde{V}}}) \longrightarrow \Theta_{\tilde{V}}(-\log X) \longrightarrow \pi_*^\Gamma(H^0(\Theta_A) \otimes_{\mathbb{C}} \mathcal{O}_{\tilde{\tilde{V}}}) \longrightarrow 0$$

と命題(3.2)より，$i<n$ かつ $k>0$ に対して

$$H_X^i(\Theta_{\tilde{V}}(-\log X)) = 0.$$

長完全列

$$\cdots \longrightarrow H_X^1(\Theta_{\tilde{V}}(-\log X)) \longrightarrow H^1(\Theta_{\tilde{V}}(-\log X)) \longrightarrow H^1(\tilde{V}\setminus X, \Theta_{\tilde{V}}) \longrightarrow \cdots$$

より

$$\begin{array}{ccc} H^1(\Theta_{\tilde{V}}(-\log X)) & \xrightarrow{\sim} & H^1(\tilde{V}\setminus X, \Theta_{\tilde{V}}) \\ & & \| \\ T_V^1 & \hookrightarrow & H^1(V\setminus\{p\}, \Theta_V). \end{array}$$

従って，射 $H^1(\Theta_{\mathcal{V}}(-\log X))\longrightarrow H^1(V\setminus\{p\},\Theta_V)$ が T^1_V を経由すればよい。それは次の命題から従う。

命題(3.4)　$\omega:(\mathcal{U},0)\longrightarrow(S,0)$ を $\mathcal{V}$ の変形でどの X_i も消えないものとする，すなわち，部分多様体 $\mathcal{X}\subset\mathcal{U}$ が存在して，$(\omega|\mathcal{X})^{-1}(0)\simeq X$ とする。このとき，$\mathcal{X}_0:=(\omega|\mathcal{X})^{-1}(0)$ の近傍 $\mathcal{U}'\subset\mathcal{U}$ と S 内の 0 の近傍 S' が存在して，次のように分解する。

$$\begin{tikzcd} \mathcal{U}' \arrow[rr, "\tau"] \arrow[dr, "\omega"'] & & \mathcal{V} \arrow[dl, "\omega'"] \\ & S' & \end{tikzcd}$$

ここで，τ は固有射，$\omega':(\mathcal{V},0)\longrightarrow(S',0)$ は (V,p) の変形である。

この命題は，$H^1(\mathcal{O}_{\mathcal{V}}(-X))=0$ と $\mathcal{V}$ が *strongly pseudoconvex* 多様体であることから証明できる。

3.5　命題(3.1)の証明は[土橋1]の命題(2.7)の証明と類似の方法でできるから，ここでは命題(3.2)の証明を述べる。

補題[BS]　$\mathcal{Z}$ を位相空間，K をそのコンパクト部分集合で可算個の基本近傍系をもつとする。このとき，$\mathcal{Z}$ 上の可換群の層 $\mathcal{F}$ に対し

$$(*)\qquad H^{\nu}(Z\setminus K, \mathcal{G}) \longrightarrow \varinjlim_{W\supset K} H^{\nu}(Z\setminus W, \mathcal{G})$$

は，すべての$\nu\geqq 0$に対して全射である。更に，Kのすべての基本近傍Wに対し

$$H^{\nu-1}(Z, \mathcal{G}) \longrightarrow H^{\nu-1}(Z\setminus W, \mathcal{G})$$

が全射なら，(*)は同型である。

我々の場合，Xの strongly pseudoconvex 相対コンパクト近傍系$\{\mathcal{V}_\mu\}_{\mu=1}^{\infty}$，$\cdots \supset \mathcal{V}_\mu \supset \mathcal{V}_{\mu+1} \supset X$ をとる。長完全列

$$\begin{array}{ccccccc}
H^i_X(\mathcal{V}, \mathcal{F}) & \longrightarrow & H^i(\mathcal{V}, \mathcal{F}) & \longrightarrow & H^i(\mathcal{V}\setminus X, \mathcal{F}) & \longrightarrow & H^{i+1}_X(\mathcal{V}, \mathcal{F}) \\
\downarrow & & \| & & \downarrow & & \downarrow \\
H^i_c(\mathcal{V}_\mu, \mathcal{F}) & \longrightarrow & H^i(\mathcal{V}, \mathcal{F}) & \longrightarrow & H^i(\mathcal{V}\setminus \mathcal{V}_\mu, \mathcal{F}) & \longrightarrow & H^{i+1}_c(\mathcal{V}_\nu, \mathcal{F})
\end{array}$$

を考える。$H^i_c(\mathcal{V}_\mu, \mathcal{F})$の代数的双対が$H^{n-i}(\mathcal{V}_\mu, \mathcal{F}^\vee \otimes \Omega^n_{\mathcal{V}_\mu})$であることに注意する。

Claim $\quad H^{n-i}(\mathcal{V}_\mu, \mathcal{F}^\vee \otimes \Omega^n_{\mathcal{V}_\mu}) = 0 \quad (i<n).$

実際，Γの指数有限な正規部分群Γ'で$\Gamma' \subset SL(N)$なるものをとり，Γ'に対して§1の方法で構成されたものを$(\mathcal{V}', X')$とおく。このとき，$\Omega^n_{\mathcal{V}'} = \mathcal{O}_{\mathcal{V}'}(-X')$だから，

$$H^{n-i}(\mathcal{V}', \mathcal{F}^\vee \otimes \Omega^n_{\mathcal{V}'}) = 0 \quad (i<n)$$

であり，$\quad H^{n-i}(\mathcal{V}, \mathcal{F}^\vee \otimes \Omega^n_{\mathcal{V}}) = H^{n-i}(\mathcal{V}', \mathcal{F}^\vee \otimes \Omega^n_{\mathcal{V}'})^{(\Gamma/\Gamma')}$ だから Claim が証明される。

補題より

射 $H^i(\mathcal{U}\setminus X, \mathcal{F}) \longrightarrow \varprojlim_{\mu} H^i(\mathcal{U}\setminus \mathcal{U}_\mu, \mathcal{F})$ は $i<n-1$ に対して同型，$i=n-1$ に対して全射だから，射 $H^i(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \to H^i(\mathcal{U}\setminus X, \mathcal{F})$ は $i<n-1$ のとき同型で，$i=n-1$ のとき単射である。従って，命題(3.2)が成立する。

参考文献

[BS] C.Bănica and O.Stănăşilă, Algebraic methods in the global theory of complex spaces, Editura Academiei, Bucuresti and John & Sons, London, New York, Sydney and Toronto, 1976.

[FK] E. Freitag and R. Kiehl, Algebraische Eigenschaften der lokalen Ringe in den Spitzen der Hilbertschen Modulgruppen, Inventiones Math. 24(1974), 121-148.

[O] S. Ogata, Infinitesimal deformations of Tsuchihashi's cusp singularities, accepted to Tohoku Math. J.

[佐武] I. Satake, Numerical invariants of arithmetic varieties of Q-rank one, preprint.

[S] M. Schlessinger, Rigidity of quotient singularities, Inventiones Math. 14(1971), 17-26.

[土橋1] H.Tsuchihashi, Higher dimensional analogues of periodic continued fractions and cusp singularities, Tohoku Math. J.

35(1983), 607-639.

[土橋 2] H. Tsuchihashi, Deformation of three dimensional cusp singularities, preprint.

[W] J. M. Wall, Equisingular deformations of normal surface singularities, I, Ann. of Math. 104(1976), 325-356.

[Ri] O. Riemenschneider, Familien komplexer Räume mit streng pseudokonvexer spezieller Faser, Comment. Math. Helvetici 51(1977), 547-565.

[Ro] O. S. Rothaus, Automorphisms of Siegel domains, Trans. Amer. Math. Soc. 162(1971), 351-382.

[V] E. B. Vinberg, Theory of homogeneous convex cones, Trans. Moscow Math. Soc. 12(1967), 303-368.