【68】

氏　名	宮西正宜（みやにし　まさよし）
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第236号
学位授与の日付	昭和43年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**On the cohomologies of commutative affine group schemes** （可換群概型のコホモロジーについて）
論文調査委員	（主査）教授 永田雅宜　教授 小松醇郎　教授 楠　幸男

論文内容の要旨

体 k 上の完備代数多様体の Picard 多様体に関する従来の存在定理は，A. Grothendieck により，概型 S 上の proper 概型 X の Picard 関手の表現可能性の問題に拡張され，いくつかの場合（特に S が体 k 又は X が S 上射影的である時)，その表現可能性が証明された。

申請者は主論文において Picard 関手の概念を発展させて，概型 S 上の proper 概型 X 及び S 上の可換な affine 群概型 G に対して新しい群関手 PH(G, X/S) を次のように導入する：

(Sch/S) でS—概型圏を表わす時，(Sch/S) の反変関手 PH (G, X/S) を $T\in$ (Sch/S) $\rightsquigarrow$ PH (G, X/S) (T)＝{X_T 上の群 G をもつ主ファイバー空間の同型類の集合} によって定義し，**PH**(G, X/S) を(Sch/s) における (f p q c)—トポロジーによる PH (G, X/S) の層化として定義する。

$G=G_{m,S}$ の時，**PH**(G_m, X/S) は X の Picard 関手 **Pic**(X/S) となる。(Sch/S) 上の群関手の表現可能性については，いくつかの判定条件があるが，ここでは **PH**(G, X/S) ($G=G_a$ 又は有限群概型) と **Pic**(X/S) の Lie 環及び **Pic**(X/S) の有限部分群概型との関係を調べ，(Theorem 1・6), 更に J. P. Murre の判定条件によって，次の場合に **PH**(G, X/S) が表現可能であることを証明した (Theorem 4・7)。即ち S＝任意標数の代数的閉体，X＝k 上の proper 整概型で G は次のどちらかの条件をみたす：(i) G＝k 上の連結可換なaffine 代数群，(ii) G＝k 上の可換有限群概型。

特に G が可換有限群概型，X が代数的閉体 k 上の proper 整概型の時，**PH**(G, X/k) が **Pic**(X/k) の部分概型によって記述される事実を利用して，X の基本群 $F_c(X)$ の計算をした (Theorem 3・1)。

参考論文〔1〕,〔2〕で示されたように，$F_c(X)$ は A. Grothendieck の基本群を拡張したものであり，X が k 上の Abel 多様体の時は，F. Oort の基本群に一致する。

更に k 上の proper 整概型 X が次の2つの条件 (i) **Pic**(X/k) の単位元を通る連結成分 **Pic**(X/k) が Abel 多様体である。(ii) X の Neron-Severi 群 NS(X) が torsion を持たない：を満たす時，X の type G (G＝可換有限群概型) の Galois 被覆がすべて，X の Albanese 多様体 **Alb**(X/k) の

isogeny から得られることを示した（Theorem 3・4)。

第2章では概型 S 上の Abel 概型 X, S 上の可換な affine 群概型について，(Sch/S) の (fpqc)—層関手 $\mathbf{Ext}_{S\text{-}gr}$ (X, G) を反変関手

$$\mathbf{T}\epsilon\ (\mathrm{Sch/S}) \rightsquigarrow \mathbf{Ext}_{T\text{-}gr}\ (XT, GT)$$

$$=\{X_T \text{ 上の } G_T \text{ による群拡大の同型類の集合}\}$$

の (fpqc)—層化で定義し，$\mathbf{Ext}_{S\text{-}gr}$ (X, G) と X の双対 Abel 概型 X^t との関係を記述することにより (Theorem 2・5) $\mathbf{Ext}_{S\text{-}gr}$ (X, G) の構造が F. Oort の Weil-Barsotti 型定理より導かれることを示した (Corollary 2・6)。これはSが体の場合に知られている Rosenlicht 等の結果を一般化するものである。

又 Abel 多様体の拡大に関連した種々の結果は参考論文〔2〕,〔4〕,〔5〕で与えた。

論文審査の結果の要旨

微分幾何学における Lie 群論のように代数幾何学においては代数群論は極めて基本的である。他方代数幾何学の代数的取り扱いという見地からは旧来のような多様体に限定せず函数環の中に，べき零元許容した場合を考える方が自然であることが Grothendieck の研究によりはっきりしてきた。

申請者は Grothendieck によって一般化された見地に立って可換代数群，特にその Picard 関手について深く研究している。申請者が導入した関手 **PH**(G, X/S) は Picard 関手の一般化であり，この新しい関手の導入によって理論を巧妙に形成している。またこの関手の，基本群の計算への応用からも，この新しい関手の効果が知られる。

このように申請者は新しい関手を導入することによって，可換代数群におけるいくつかの困難な問題を解いており，その結果および方法は高く評価されるものである。

したがって，本論文は理学博士の学位論文としての価値があるものと認める。