【 48 】

氏　名	**松　村　睦　豪**（まつ　むら　むつ　ひで）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	論 理 博 第 252 号
学位授与の日付	昭 和 43 年 11 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	**COMPORTEMENT DES SOLUTIONS DE QUELQUES PROBLÈMES MIXTES POUR CERTAINS SYSTÈMES HYPERBOLIQUES SYMÉTRIQUES A COEFFICIENTS CONSTANTS** （ある種の定数係数対称双曲型方程式系に対する混合問題の解の挙動について）
論文調査委員	（主　査）教　授　溝　畑　　茂　　教　授　吉沢尚明　　教　授　山口昌哉

論　文　内　容　の　要　旨

1階対称双曲系に対する初期—境界値問題に関しては，その解の存在は Friedrichs, Lax, Phillipsなどによって示されている。ここでは，その解の $t\to+\infty$ における漸近的性質を研究することを目的としている。

領域 G を $R^n_+=\{x\epsilon R^n; x_n>0\}$ にとり，したがって境界を $x_n=0$ とし，Gで1階対称双曲系

$$\frac{\partial}{\partial t}u(x,t)=\sum_{j=1}^{n}A_j\frac{\partial}{\partial x_j}u(x,t) \qquad (A_j=A_j^*)$$

を考える。ここで $u(x,t)={}^t(u_1(x,t),u_2(x,t)\cdots\cdots,\ u_{2m}(x,t))$ であり，A_j は $2m$ 次の正方行列である。ただし固有方程式に対して

$$\det(\lambda I-\sum_{j=1}^{n}\xi_jA_j)=(\lambda^2-a_1^2|\xi|^2)\cdots\cdots(\lambda^2-a_m^2|\xi|^2)$$

$(a_1>a_2\cdots\cdots>a_m>0)$ となることを仮定する。

つぎにBを階数 mの $(m,2m)$ 一型行列とし，境界条件が

$$Bu(x,t)\Big|_{x_n=0}=0$$

で与えられているとする。つぎの2条件を仮定する。

1) 保存系 (conservative) である。すなわち $Bf=0$ をみたす任意のベクトル f に対して，$A_nf\cdot\bar{f}=0$ なりたつ。

2) complementing condition をみたす：$I_m\tau\neq0$, $\xi'=(\xi_1,\cdots\cdots,\xi_{n-1})\in R^{n-1}(|\tau|+|\xi'|=1)$ に対して，行列

$$M(\xi',\tau)=A_n^{-1}(\tau I-\sum_{j=1}^{n-1}\xi_jA_j)$$

の固有値のうちで，その虚数部が正であるものに対応する（一般化された）固有空間で張られる線型部分空間を $E^+(\xi',\tau)$ であらわす。このとき任意の $\gamma=(\gamma_1,\cdots\cdots\gamma_m)$ に対して

$$Bf=\begin{pmatrix}\gamma_1\\ \vdots\\ \gamma_m\end{pmatrix}$$

をみたす $f\in E^+(\xi',\tau)$ が一意的に定まるが，写像 $\gamma\to f\in E^+(\xi',\tau)$ のノルムが(ξ',τ)に関して一様有界であるとする。

申請者の得た主要な結果はつぎのように述べられる。$t=0$ において初期値 $g(x)$ を $C_0^\infty(R_+^n)$ に与えたとき，それに対するうえの初期—境界線値問題の解 $u(x,t)$ は，xを G の任意のコンパクト上に制限して考えた場合には，$t\to+\infty$ のとき一様に 0 に近づく。

申請者の研究方法は大略つぎのように述べられる。

$$A=\frac{1}{i}\sum_{j=1}^{n}A_j\frac{\partial}{\partial x_j}\qquad(i=\sqrt{-1})$$

とおくと，Aは上記の境界条件を考慮すれば，自己共役作用素とみなすことができる。ゆえに問題は，λが実数でない場合

$$(A-\lambda I)^{-1}g=\int G(x,y;\lambda)g(y)dy$$

として，グリーン函数 $G(x,y;\lambda)$ のλが実軸に近づいたときの $G(x,y;\mu\pm i0)$ の存在，ならびにその収束の状態を示すことになる。この事実がうえに述べた complementing condition のもとで厳密にとり扱われている。

参考論文2は1階微分方程式系

$$Pu\equiv\sum_{j=1}^{n}A_j(x)\frac{\partial}{\partial x_j}u(x)+B(x)u(x)=f(x)$$

の局所解の存在条件に関する研究である。P が双曲系，楕円系の場合は，すでに局所解の存在は知られているが，この論文ではそれらを広く統一する立場から局所解の存在するための一つの十分条件が示されている。

論文審査の結果の要旨

双曲型方程式に対する解の挙動の研究は波動方程式

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u-\Delta u=0$$

に対する Dirichlet, $u|_S=0$, または Neumann $\frac{\partial}{\partial n}uS_S=0$条件のもとで研究されている。このとき$S$は閉曲面であり，方法としては積分方程式またはエネルギーの方法とよばれるものが用いられてきた。これに対して申請者の研究は比較的一般な1階対称系をとり扱ったものであり，この方面の研究の発展性に大きな希望を与えたものといえよう。また境界を超平面としたことからくる種々の困難さを巧みに処理している点にも大きな特色がある。

この研究の第1段階は作用素

$$A-\lambda=i^{-1}\sum_{j=1}^{n}A_j\frac{\partial}{\partial x_j}-\lambda$$

の自由空間 R^n における基本解の性質を調べることに向けられているが，基本解

$$E(x;\lambda)=(2\pi)^{-\frac{n}{2}}\mathscr{F}^{-1}\Big[(A(\xi)-\lambda I)^{-1}\Big]$$

が，

$$|E(x;k\pm i\varepsilon)|\leqslant C|x|^{-\frac{n-1}{2}}$$

の形の評価をもち（C は ε には無関係），かつ $\varepsilon\to+0$ のときに極限 $E(x,k\pm i0)$ をもつこと，ならびにその収束の様相まで明快に解析されている。これらの事実は，この方面の将来の研究に貢献するものと思われる。

第２段階ともいうべき Green 函数の具体的構成は，上記の基本解 $E(x-y;\lambda)$ の境界上への trace と Poisson 核とを用いて形式的には遂行されるのであるが，いまの場合 $G(x,y;\lambda)$ の $\lambda=k+i\varepsilon$，$\varepsilon\to+0$ のときの極限の存在ならびにその極限 $G(x,y;k\pm i0)$ の性質を示すことが必要であり，微細な研究がなされている。この部分の研究には注目すべき点が多い。

参考論文２は1962年に発表されたものであるが，特異積分作用素の間の交換子の構造が詳しく研究されている点に特色がある。この結果は重要であり，最近この方面の研究が盛んになり先駆的な仕事として国際的に高く評価されている。

よって，本論文は理学博士の学位論文として価値があるものと認める。