

【 65 】

氏名	平井武 ひら い たけし
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第280号
学位授与の日付	昭和44年11月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	The Character of some induced representations of semisimple Lie groups (半単純リー群のある種の誘導表現の指標)

論文調査委員 (主査) 教授 吉沢尚明 教授 溝畑 茂 教授 永田雅宜

論文内容の要旨

半単純リー群のヒルベルト空間における完全既約表現を分類する問題が申請者の一連の研究の目的である。これらの表現に対しては、有限次元表現の場合と同様に、指標が定義され、それが表現の同値類を決定することが証明されている。

この立場に立って、申請者は、問題を二つの方向から研究した。すなわち、(1) 群の上の不変固有超関数を一般的に調べること（一般に指標は函数でなくて、超函数として表示される）；(2) 何らかの方法で指標を具体的に求めること。主論文（“半単純リー群のある種の誘導表現の指標”（英文）、京都大学数学誌、第8巻(1968)）は、この(2)の方向の研究である。

主論文の内容の概略は次の様である。連結実半単純群を G と記すこととする。そのカルタン部分群は、(本質的には)有限個存在し、それぞれを含む群 Γ が存在して、 Γ の表現 L を G に誘導して、 G の表現 $T(L)$ を構成することができることが知られている。申請者は、まず Γ の、あるヒルベルト空間の上の(必ずしもユニタリでない)表現 L に対して、 $T(L)$ を G の極大コンパクト部分群の上の函数の作るヒルベルト空間において実現した。つぎに、 L および $T(L)$ が指標をもつための条件を調べ、最後に $T(L)$ の指標 L の指標を用いて(有限の和の形で)書き下す公式を与えている。

この公式は、上述の(2)の方向の研究であると同時に、群のフーリエ解析の基礎となるものである。これは、副論文の一つ（“ $SU(p, q)$ に対する Plancherel の公式”，日本数学会誌に近刊）において、群 $SU(p, q)$ に対して具体的に記述されている。

上述の(1)の方向の研究は、申請者の副論文の一つ（“実半単純リー群の上の不変固有超函数 I”，日本数学輯報に近刊）においてとり扱われている。この研究では、まず群の上のすべてのラプラス作用素の固有超函数を具体的に求め、次に、これらの超函数がある表現の示標であるための必要十分条件を求めることが問題とされる。この副論文において、実単純群の A III 型系列に対して、これらの問題を論じ、第一の問題を完全に解決している。

論文審査の結果の要旨

一般に単純リー群の表現論と呼ばれる理論は、かつて Cartan および Weyl により研究され、半単純リー群の有限次元の表現については、極めて明快な理論が構成された。1940年代前半に、I. Gelfand が中心となって、一般の局所コンパクト群の（無限次元の）ユニタリ表現の研究が開始された。略々同時に R. Godement, 吉沢等も、この方面の研究を開始した。これらの研究は必然的に、実半単純群の一般の（無限次元）表現の研究へと向ったのであるが、多くの結果が得られた一方、現在でもなお、統一的な理論の構成は完成していない。集積された結果は極めて複雑かつ膨大であり、個々の結果は理論的にも応用上も興味のあるものであるが、表現論全体としては、把握が困難な程の複雑な状態のままで既に十年以上経過している。この状態を打破するためには、何らかの統一的観点を確立して全理論をまとめることが最も望ましいのであるが、そのためには、なお多数の事実が発見されることが必要である。（複素半単純群については、既に略々完全な理論が構成されている。）申請者の研究は、この実半単純群の表現について研究であり、多くの新事実を発見している。

半単純群の表現の研究においては、（必ずしもユニタリでない）一般の無限次元（および有限次元）の表現をすべて同時に考察の対象とすることが有効であり、これらの表現の作る多様体（これを群のモジュラスの空間と呼ぶのが妥当である）の構造を考察することによって、複雑な事態の解明に利することができる場合がある。申請者はこれを手がかりの一つとして、研究を進展させた。申請者が研究を開始した当時（1960年初頭）完全既約表現がすべて知られている群は、（実および複素の）2次の行列群のみであった。

その状態の時に、申請者は、一般次元のローレンツ群の表現を完全に決定した（副論文の中の二編）。その後、申請者は種々の型の群について、その既約表現の決定、指標の計算などを遂行して、多くの著しい結果を得たことは、論文内容の要旨に記した通りである。これらの他にも、申請者は、七編の副論文において、種々の重要な結果を発表している。

上にも述べたように、実半単純群の表現論は、数学におけるその理論的重要性にも拘わらず、なお未完成である。申請者はこの困難な分野において研究をつづけ、幾多の重要な貢献をなしてきたのであり、この方面において、現在世界的に最も進んだ研究を行なっている数人の中に数えられる。よって本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。