

氏名	佐藤 坦
	さとう ひろし
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第349号
学位授与の日付	昭和46年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	One-parameter subgroups and a Lie subgroup of an infinite dimensional rotation group
	(ある無限次元回転群の1径数部分群と Lie 部分群)

論文調査委員 (主査) 教授 吉沢尚明 教授 溝畑 茂 教授 吉田耕作

論文内容の要旨

本論文において研究されている対象と研究方法は、現在函数解析の名称で総括されている分野に属するものであり、主として、確立過程に関連する対象を、測度とリー群の手段を用いて研究している。

論文内容は次の様に構成されている。

S を実変数の急減少函数の作る線形位相空間とすると、 S の共役空間 S' 上にいわゆるホワイト・ノイズが定義され得る。さて S の変換 T が、線形位相写像であると共に、 S のヒルベルト空間としてのノルムを不変にすると、 T を S の回転であることにし、 $O(S)$ を S の回転全体の作る群とする。一般に、この様な回転が与えられると、その随伴作用素は共役空間 S' の上の保測変換となる。従って、 $O(S)$ の1径数部分群は S' 上の流れ (flow) を導びく。

本論文と参考論文の1つは、この回転群の構造を具体的に研究し、特にその1径数部分群およびある型の無限次元部分群を構成するかなり一般的な方法を与えている。さらにこれらのことを通してホワイト・ノイズの性質を調べている。

S に属する函数の shift ($f(x) \rightarrow f(x+a)$) は上記の意味で S の回転であり、またこれは最も基本的な流れを生成する。申請者は、ある種の函数族を定義し、それによって、一般的な (すなわち超函数による) 変数変換から導びかれる S の回転 (従ってまた S' の流れ) を構成した。

さらに一定の附帯条件の下に、この方法で構成されるすべての1径数部分群が shift と可換な全ての連続な1径数部分群を尽すことを示している。また上記の函数族から十分多くの1径数部分群が生成されることを、ある種の偏微分方程式を解き、その解の正則性を調べることに帰着させて示した。

次にこの函数族を制限することによって、それに対応する $O(S)$ の (無限次元) 部分群が、核型線型空間 S で座標づけられた位相群 (これを S -Lie 群と申請者は呼んでいる) であることを示し、またこの部分群の1径数部分群の生成作用素全体のなすベクトル空間が交換子積で閉じた Lie 環となること、およびこの Lie 環から部分群への対応が定義され得ることを示した。

これらの群論的手法を、確率過程、特にガウス過程の構造の研究に応用している。

論文審査の結果の要旨

本論文において研究されている対象と研究方法は、現在、函数解析の名称の下に総括されている分野に属するものである。申請者は主として、確率過程に関連する対象、すなわちガウス測度（ホワイト・ノイズ）とブラウン運動の流れ（flow）によって代表される確率過程を、無限次元空間における測度と無限変数のリー群を用いて研究している。

従来、確率過程の一面は、夫々特殊な測度を構成することによって研究されていたが、最近10年余の間に、（無限次元の）線型位相空間における確率測度の理論が確立し、これが確率過程の統一的な定式化や研究に有効に用いられて来た。申請者は参考論文の1つにおいて、この方面の測度論的な詳細な研究を行っている。申請論文においては、この様な知見に基づき、確率過程に深く内在する問題の研究を開始したとすることができる。

この様な問題の研究に当っては、単に従来この方面で用いられて来た手法のみによっては、殆んど進歩が望めないか、または甚だしく煩雑な計算等を必要とする。これを克服するため、申請者は、或種の変換群を考察し、その構造を深く研究することによって、いくつかの結果を得ている。

この群は、いわば無限次元のリー群であって、その構造は、従来知られている有限次元リー群の場合を手がかりとして研究するのであるが、結果としては大きな差異が存在する。すなわち従来のリー群論では現われなかった様な事実、例えば、閉じたりー群の場合にも開いたりー群のもつ特性が現われるなどのことがある。ここで扱っているのは、いわば無限次元空間の回転群であるが、これの無限次元部分群として、解析的に意味のあるものは、現在までは極く少数しか知られていなかった。申請者の中心的な結果の1つは、特別な部分群を構成し、そのリー環を決定したことである。

要するに、申請者は、無限次元リー群という、従来殆んど手のつけられていなかった対象を現実化し、かつそれを解析学の問題に応用する第一歩を開いたということが出来る。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。