氏　名	西田孝明（にしだ たかあき）
学位の種類	工学博士
学位記番号	論工博第435号
学位授与の日付	昭和46年5月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**Studies on Nonlinear Hyperbolic Partial Differential Equations in Mathematical Physics** (数理物理学における非線形双曲型偏微分方程式に関する研究)
論文調査委員	(主査) 教授 奥川光太郎　教授 池田峰夫　教授 大矢勇次郎

論文内容の要旨

偏微分方程式の研究は，最近の新概念・新方法の導入につれて目覚しい発展を来たしているが，双曲型偏微分方程式は現在その中心課題である。本論文は，数理物理学に現われる若干の非線形双曲型方程式に対し，初期値問題あるいは初期値—境界値問題に関して研究した結果をまとめたもので，4章から成っている。

第1章は，気体の運動方程式の広義解の大域的存在に関する考察である。気体運動は，保存則として，或る準線形双曲型方程式で表わされる。それを時間に関して大域的に考察するとき，不連続性をもつ関数も含めた広義の解を考えることが至当となるので，まずこのような広義解の定義を行なっている。その大域的存在と一意性とが問題になるが，これは一般的には未解決である。本章では，等温気体の1次元運動方程式につき，初期値問題とピストン問題を考察し，初期条件や境界条件として与えられる関数が一様有界かつ局所一様有界変動である場合に広義解の大域的存在を証明している。その経過は，リーマン問題を詳しく解き，衝撃波の性質をよく調べ，その結果としてグリムの差分法の考えで得られる近似解に対する評価式を導くことに成功し，これによって広義解への収束を確かめている。

第2章は，両端支持の弦の自由横振動に関する考察である。振幅が小さいが，無限小ではなくて有限である場合の振動は，或る非線形双曲型方程式の初期値—境界値問題として表わされるが，この問題の解の大域的存在については一般には未解決である。本章では，初期値のフーリエ展開が有限であるという仮定のもとで，解の大域的存在を証明し，この解を含んだ或るクラスに属する関数のうちで解の一意性を示している。また，この場合，その解の挙動を調べ，初期値が十分小さいとき，力学系の摂動に対するコルモゴロフ・アーノルド・モーザーの定理を適用できる形に導き，解が条件的周期振動となることを示している。なお，同様の性質が同条件下の弾性棒や板についても成り立つことを注意し，また，さきの仮定が満たされない場合にも種々の重要な吟味を行なっている。

第3章は，一次元格子の条件的周期振動に関する考察である。非調和格子の振動が熱平衡に達すること

を予期したフェルミその他の数値実験で，予期に反して初期値への回帰が起ったことに対して，数学的説明を試みるために，非線形ポテンシャルが格子間隔の４次式として表わされる場合を考え，初期値が十分小さいならば解に条件的周期振動が現われることを示している。

第４章では，流体力学におけるバージャスのモデル方程式を含んだ或る準線形１階双曲型方程式の広義解の大域的存在定理，あるいは，或る準線形双曲型方程式系の初期値を制限した場合のリプシッツ連続解の大域的存在定理，さらに，弾性棒の横振動を表わす或る半線形分散型偏微分方程式の滑らかな解の大域的存在定理を得て，それらの証明を行なっている。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

近年，超関数の概念の導入が契機となり，偏微分方程式の研究に長足の発展がもたらされ，活発な研究機運が醸成されている。双曲型偏微分方程式は現在その中心課題である。本論文は，数理物理学に現われる若干の非線形双曲型偏微分方程式に対し，興味ある初期値問題あるいは初期値—境界値問題に関して考察したものである。双曲型方程式，特に非線形のものの研究は，開拓をまつ段階にあるので，本論文のような数理物理学に現われる方程式に関する研究は，時宜を得た貴重なものであるが，特に，内容の一部はリーマンの考察以後進展を見なかった問題に対する一応の解決を与えたものと評価することができる。研究成果はつぎの通りである。

第１は，気体の運動方程式として得られる準線形双曲型偏微分方程式の研究である。気体運動としては時間に関して大域的に考えるべきであり，また，方程式が非線形であることから衝撃波が現われるので，不連続性をもつ関数も含めた広義の解（超関数の意味の解）を考えるべきであるが，このような広義の解の存在と一意性とを大域的に考察する問題は一般的には未解決である。本論文では，等温気体の１次元運動方程式につき，初期値問題とピストン問題とを考察し，初期値や境界値として与えられる関数がかなり広いクラスに属する場合に，広義の解の大域的存在を証明している。すなわち，リーマン問題を詳細に解き，衝撃波の性質をよく調べ，その結果，グリムの差分法の考えで得られる近似解に対する評価式を導くことに成功し，これによって広義の解への収束を結論している。これらは与えられた問題に対し，現在期待できる解決としては限界に近い点まで到達しているものと思われる。

第２は，両端支持の弦の自由横振動に関する非線形双曲型偏微分方程式の研究である。振幅が小さいが，無限小ではなくて有限である場合，キルヒホッフによると，振動の方程式は，同条件下の弾性棒の場合の極限として得られ，この方程式に関する初期値—境界値問題が考えられる。その解の大域的存在は，弾性棒の場合には既知であるが，弦の場合には一般に未解決である。本論文では，初期値のフーリエ展開が有限であるという仮定のもとで，解の大域的存在と一意性を証明する。また，同じ仮定下で初期値が小さい場合，巧妙な手法でコルモゴロフ・アーノルド・モーザーの定理を適用できる形に導き，解が条件的周期振動となることを示し，同様の性質が同じ条件下の弾性棒や板についても成り立つことを注意している。さらに，さきの仮定が満たされない場合にも興味深い若干の吟味を行なっている。

第３は，一次元格子の条件的周期振動に関する研究である。問題は常微分方程式系に関したものであるが，本論文中の他の問題と同様に非線形性をもち，また，さきに考えられた条件的周期振動が現われる。

この結果は，非調和格子の振動が熱平衡に達することを予期してなされたフェルミその他の数値実験で，予期に反して初期値への回帰が起ったことに対し，数学的説明を与えると見なされる。

第4は，同じく数理物理学に現われる他の若干の非線形偏微分方程式に対し，連続解，滑らかな解，あるいは広義の解についていずれも大域的存在定理を得ている。

以上を要するに，本論文は開拓を進めるべき分野に対し，数理物理学に現われる種々の方程式について意義深い数学的考察を行ない，偏微分方程式論に貢献し，応用数学・数理物理学に寄与するところ多大である。

よって，本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。