代数幾何学シンポジウム記録
2000年度　pp.189-190

概均質ベクトル空間に関連する密度定理

雪江明彦

東北大学大学院理学研究科

この話の内容については保型形式のシンポジウムや日本数学会の企画特別講演でも解説文[1], [2] を書いているので詳しいことはそちらを見ていただくことにしてここでは結果だけ書くことにする．

代数体 k に対して Δ_k をその判別式とする．異なる素数 q_1, q_2 を固定しておく．このとき Q_{q_1,q_2} を $\mathbb{Q}$ の 4 次拡大 $F/\mathbb{Q}$ で $F \otimes \mathbb{Q}_{q_1}$ が体で $F \otimes \mathbb{Q}_{q_2}$ が $\mathbb{Q}_{q_2}$ と $\mathbb{Q}_{q_2}$ の 3 次拡大の直和であるものの集合とする．もし $F \in Q_{q_1,q_2}$ なら F のガロワ閉包の $\mathbb{Q}$ 上のガロワ群は $\mathfrak{S}_4$ または A_4 である．また $\mathbb{Q}$ の 4 次拡大 $F/\mathbb{Q}$ で F のガロワ閉包の $\mathbb{Q}$ 上のガロワ群が $\mathfrak{S}_4$ または A_4 であるものの集合を Q とする．

さて

$$E'_p = \begin{cases} 1 + p^{-2} - p^{-3} - p^{-4} & p \neq q_1, q_2, \\ (1 - q_1^{-1})(\frac{1}{4} + q_1^{-3} + \frac{1}{2}q_1^{-2}) & p = q_1, \\ (1 - q_2^{-1})(\frac{1}{3} + q_2^{-2}) & p = q_2 \end{cases}$$

とおく．次の定理が結果である．

定理 1.

$$\lim_{X\to\infty} X^{-1} \sum_{\substack{F\in Q_{q_1,q_2} \\ |\Delta_F|\le X}} 1 = \frac{37}{48} \prod_p E'_p.$$

また上の極限で $F \in Q_{q_1,q_2}$ であって F のガロワ閉包の $\mathbb{Q}$ 上のガロワ群が A_4 であるものは無視できる．

また Q の元については次の予想が考えられる．

予想 2.

$$\lim_{X\to\infty} X^{-1} \sum_{\substack{F\in Q \\ |\Delta_F|\le X}} 1 = \frac{37}{48} \prod_p (1 + p^{-2} - p^{-3} - p^{-4}).$$

この予想でも $F \in Q$ であって F のガロワ閉包の $\mathbb{Q}$ 上のガロワ群が A_4 であるものは無視できると予想される．

Date: January 17, 2001.

References

[1] Yukie, A. Density theorems related to prehomogeneous vector spaces. 京大数理研講究録 1103「代数群上の保型形式・保型表現と保型的 L 関数」研究集会報告集, pages 171–183, 2000.

[2] Yukie, A. 概均質ベクトル空間入門–11 世紀から現代まで. 日本数学会秋季総合分科会 総合講演・企画特別講演アブストラクト, pages 39–49, 2000.

東北大学大学院理学研究科数学専攻, 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉, 980–8578
E-mail address: yukie@math.tohoku.ac.jp