代数幾何学シンポジウム記録
2000年度 pp.91-101

POLYLOGARITHM について

坂内 健一

1. Introduction

楕円ポリログとは楕円曲線の cohomology に機械的な方法で定義される元である．本稿の目的は,「楕円曲線が虚数乗法を持つ場合，楕円ポリログの p-進版である p-進楕円ポリログは，楕円曲線の p-進 L-関数の特殊値（ある特定の点での値）と結びつく」という筆者の結果 [Ba5] を解説する事である．

この結果は Beilinson 予想と呼ばれる L-関数の特殊値に関する予想の p-進版としての解釈も持つ．この為，まずは結果の背景から説明を始める．

F を代数多様体，X を F 上の smooth な代数多様体とする．このとき Beilinson は regulator 写像と呼ばれる射

$$r_{\mathcal{D}} : H^i_{\mathcal{M}}(X, \mathbb{Q}(j)) \to H^i_{\mathcal{D}}(X \otimes \mathbb{C}, \mathbb{R}(j))$$

を定義した． ここで $H^i_{\mathcal{M}}(X, \mathbb{Q}(j))$ は motivic cohomology と呼ばれる $\mathbb{Q}$-ベクトル空間で，定義は複雑である．$H^i_{\mathcal{D}}(X \otimes \mathbb{C}, \mathbb{R}(j))$ は Beilinson-Deligne cohomology と呼ばれる実ベクトル空間で，$X \otimes \mathbb{C}$ に付随する解析空間の Hodge 理論を用いて定義される．Beilinson 予想はこの射を用いて定式化される．

予想 1 (Beilinson 予想). X を F 上の smooth projective な代数多様体とする．この時，X の L 関数の特殊値は regulator 写像を用いて具体的に記述される．

X に対して Hasse-Weil の L-関数と呼ばれる関数が定義され，非常に良い性質を満たすと思われている．数論幾何では昔から「L-関数の特殊値は数論的に重要な量を記述している」と信じられ，これに関連して BSD 予想や Deligne 予想など，数々の予想が提唱された． Beilinson 予想はこれらの予想をすべて含む予想である．

本稿の主結果はこの p-進版に関するものであるが，結果を詳しく述べる前にポリログの意義を述べる．Beilinson 予想を解くためには，motivic cohomology の中に元を構成し，regulator 写像による像を具体的に計算する事が必要である．しかし motivic cohomology の定義が複雑である．この為，この中に具体的に元を構成することは難しく，また仮に構成されたとしても一般的には regulator 写像を計算する事が難しい．Beilinson のポリログの理論はこれらの問題を克服する構成法を与える．

Beilinson の結果によって Beilinson-Deligne cohomology は absolute cohomology と呼ばれる種類の cohomology である (これは何らかの混合層の Ext と書ける事を意味する)．また，motivic cohomology は universal な absolute cohomology と期待され，この観点からは regulator 写像は universality によって誘導される射である．

ポリログとはある種の代数多様体の absolute cohomology の中に形式的な方法で定義される元である．構成法は absolute cohomology の性質を用いるだけで充分であり，これゆえ非常に機械的であり，また regulator 写像の様な functorial な射では互いに移り合う．この為，Beilinson-Deligne cohomology の中に構成されるポリログは motivic cohomology のポリログの regulator 写像の像であり，これより Beilinson 予想を検証するためには，Beilinson-Deligne cohomology の中のポリログを計算すれば充分である．

ポリログは現在以下の代数多様体 U に対して定義されている．

1. $U = \mathbb{P}^1 \setminus \{0, 1, \infty\}$ (Beilinson [Be2]).
2. E を楕円曲線，e を単位元とした時，$U = E \setminus \{e\}$ (Beilinson-Levin [BL]).
3. U が一般の混合志村多様体の場合（高次元のアーベル多様体の場合なども含む）(Wildeshaus [W1]).

本稿では Beilinson-Levin が楕円曲線の場合に定義したポリログの p-進版を扱う．筆者の具体的な成果は以下の通りである．

1. p-進の absolute cohomology の理論を構築し，これが Besser [Bes] によって定義された rigid syntomic cohomology (以下 syntomic cohomology) と呼ばれる cohomology と同型である事を証明した．

2. Beilinson-Levine の場合に syntomic cohomology に定義されるポリログを，楕円曲線が虚数乗法を持ち素数 $p \geq 5$ で good ordinary reduction を持つ場合に具体的に計算し，楕円曲線の 1 変数 p-進 L-関数の特殊値との関係を記述した.

注 1. Syntomic cohomology のポリログも motivic cohomology のポリログの p-進版 regulator 写像による像であると思われる．この為，上の結果は Beilinson 予想の p-進類似に対する結果と見なす事ができる．この結果は Coleman-de Shalit の結果 ([CdS] §5.11 Theorem) を含む.

注 2. $\mathbb{P}^1 \setminus \{0, 1, \infty\}$ の p-進ポリログの計算は [GK], [G], [So], [Su], [Ba1], [Ba2] 等で扱われている.

2. p-進の ABSOLUTE COHOMOLOGY 理論

この節では p-進の absolute cohomology 理論を解説する．重要なのは，この理論を Hodge 理論の場合の p-進類似と捕らえる事である．この為 Hodge 理論の場合を説明しながら，平行して p-進の場合を構築する．Hodge 理論側の諸結果は [BZ] で詳しく紹介されている.

Hodge 理論で基本となるのは混合 Hodge 構造である.

定義 3. 混合 Hodge 構造とは組 $M = (M_0, W_\bullet, F^\bullet)$ で，以下の性質を満たすものである.

(i) M_0 は有限次元実ベクトル空間.

(ii) $W_\bullet$ は weight filtration と呼ばれる M_0 の増大 filtration.

(iii) $F^\bullet$ は Hodge filtration と呼ばれる $M = M_0 \otimes \mathbb{C}$ の減少 filtration.

(iv) $\mathrm{Gr}^W_\bullet(M) = \mathrm{Gr}^W_\bullet(M_0) \otimes \mathbb{C}$ に Hodge 分解が与えられる．即ち，各整数 j に対して

$$\mathrm{Gr}^W_j(M) = \bigoplus_{m+n=j} F^m \mathrm{Gr}^W_j(M) \cap \overline{F}^n \mathrm{Gr}^W_j(M).$$

混合 Hodge 構造全体の成す圏はアーベル圏である．この圏を MHS と記す.

p を素数，K を $\mathbb{Q}_p$ の有限拡大，$K_0 = K \cap \mathbb{Q}_p^{\mathrm{ur}}$，$\sigma : K_0 \to K_0$ を K_0 の Frobenius 同型写像とする．混合 Hodge 構造の p-進類似とし

て Fontaine の weakly admissible filtered Frobenius module (WAFF-module) がある.

定義 4. WAFF-module とは組 $M = (M_0, \varphi, F^\bullet)$ で，以下の性質を満たすものである.

(i) M_0 は有限次元 K_0-ベクトル空間.

(ii) φ は Frobenius と呼ばれる σ-linear な自己同型写像. 即ち

$$\varphi(am) = a^\sigma \varphi(m) \quad \forall a \in K_0, \forall m \in M_0.$$

(iii) $F^\bullet$ は Hodge filtration と呼ばれる $M = M_0 \otimes K$ の減少 filtration.

(iv) 組 $(M_0, \varphi, F^\bullet)$ は Fontaine の意味で weakly admissible ([Fon] 4.1.4).

最後の条件は Frobenius と Hodge filtration の関係を規定するものである. WAFF-module 全体の成す圏を MF_K^f と記す (講演では類似性を明らかにするため，MF_K^f を MHS_p と書いた). 最後の条件より，この圏はアーベル圏となる事が証明される.

注 5. おおざっぱではあるが,「p-進の場合は weight filtration という情報の代わりに Frobenius という情報がある」と思うと類似性が理解しやすい.

次に X を複素数体上の代数多様体とする. Absolute cohomology の係数として X 上の混合 Hodge 構造の良い族を考える必要がある. 即ち付加構造を持つ X 上の local system で，X の各点に引き戻すと MHS を与え，さらに X 上の族として良い性質を満たすものを考える必要がある. これは admissible variation 混合 Hodge 構造で与えられる. Admissible variation 混合 Hodge 構造全体の成す圏を $\mathrm{VMHS}(X)$ と記す.

これの p-進類似を考える. $\mathcal{O}_K$ を K の整数環とする. X を $\mathcal{O}_K$ 上の smooth な代数多様体で，更に X の $\mathcal{O}_K$ 上 proper smooth なコンパクト化 $\overline{X}$ で，補集合 $D = \overline{X} \setminus X$ が $\overline{X}$ の simple normal crossing divisor となるものが存在すると仮定する. この仮定のもとで筆者は WAFF-module の良い族全体の成す圏 $S(X)$ を定義した. これは $\mathrm{VMHS}(X)$

の p-進類似である (講演では $S(X)$ を $\mathrm{VMHS}_p(X)$ と書いた). $S(X)$ の対象を syntomic coefficient と呼ぶ.

上で記した VMHS(X) や $S(X)$ はいわゆる「smooth な混合層」である. Grothendieck の哲学により, 良い層の理論は六つの関手 $\underline{\otimes}$, $\underline{\mathrm{Hom}}$, f^*, f_*, $f^!$, $f_!$ で閉じていなければならない (ここで $f: X \to Y$ は多様体の射).「smooth な混合層」は残念ながらこれらの関手で閉じていない. この為, 良い理論を期待するには, より一般的に「perverse な混合層」の圏を考える必要がある.

Hodge 理論の場合は斎藤盛彦によって定義された mixed Hodge module の圏 MHM(X) が「perverse な混合層」の圏を与える. この圏は VMHS(X) を部分圏として含み, Grothendieck の六つの関手で閉じている. 講演でも述べたが, 何らかの形で MHM(X) の p-進版である p-進 Hodge module の圏 $\mathrm{MHM}_p(X)$ が定義されることが期待される. しかし今はまだ $\mathrm{MHM}_p(X)$ の定義が無い.

ここでようやく Hodge 理論の場合の absolute cohomology の定義を述べる事ができる.

定義 6. X を複素数体上の smooth な代数多様体とし, $M \in \mathrm{VMHS}(X)$ とする. M を係数とする X の absolute cohomology $H^i_{\mathrm{abs}}(X, M)$ を

$$H^i_{\mathrm{abs}}(X, M) := \mathrm{Ext}^i_{\mathrm{MHM}(X)}(\mathbb{R}(0), M)$$

と定義する. ここで $\mathbb{R}(0)$ は 1 次元の自明な variation 混合 Hodge 構造.

Beilinson によって, この cohomology は従来からある Beilinson-Deligne cohomology と同型であることが証明された.

命題 7 (Beilinson). X を複素数体上の smooth な代数多様体, $\mathbb{R}(n) \in \mathrm{VMHS}(X)$ を Tate object とする. この時, 標準的な同型

$$H^i_{\mathcal{D}}(X, \mathbb{R}(n)) \xrightarrow{\cong} H^i_{\mathrm{abs}}(X, \mathbb{R}(n))$$

が存在する.

p-進の場合に戻る. X を $\mathcal{O}_K$ 上の smooth な代数多様体で前述の様なコンパクト化を持つと仮定する. また $M \in S(X)$ とする. もし

p-進 Hodge module の圏 $\mathrm{MHM}_p(X)$ が定義されれば，p-進の absolute cohomology は

$$H^i_{\mathrm{abs}}(X, M) := \mathrm{Ext}^i_{\mathrm{MHM}_p(X)}(\mathbb{Q}_p(0), M)$$

と定義すれば充分である．問題は $\mathrm{MHM}_p(X)$ が無い事である．しかし，もし仮に $\mathrm{MHM}_p(X)$ が存在すると仮定すれば，構造射 $\pi : X \to \mathrm{Spec}\,\mathcal{O}_K$ に関する π_* と π^* の随伴性から，同型

$$\mathrm{Ext}^i_{\mathrm{MHM}_p(X)}(\mathbb{Q}_p(0), M) = \mathrm{Ext}^i_{\mathrm{MHM}_p(\mathcal{O}_K)}(\mathbb{Q}_p(0), R\pi_*M)$$

を得る．ここで $R\pi_*M$ は $\mathrm{MHM}_p(\mathcal{O}_K) := \mathrm{MHM}_p(\mathrm{Spec}\,\mathcal{O}_K)$ の導来圏 $D^b(\mathrm{MHM}_p(\mathcal{O}_K))$ の対象．また，Hodge 理論の場合 $\mathrm{MHM}(\mathrm{Spec}\,\mathbb{C}) = \mathrm{MHS}$ と成る事から $\mathrm{MHM}_p(\mathcal{O}_K) = \mathrm{MF}^f_K$ と推測すると，同型

$$H^i_{\mathrm{abs}}(X, M) := \mathrm{Ext}^i_{\mathrm{MF}^f_K}(\mathbb{Q}_p(0), R\pi_*M)$$

を得る．即ち p-進の absolute cohomology を定義するには，$R\pi_*M \in D^b(\mathrm{MF}^f_K)$ に意味を持たせれば充分である．筆者は Beilinson の方法を用いる事によって，$R\pi_*M$ の役割を果たす complex を定義した．

定義 8. X を $\mathcal{O}_K$ の smooth な代数多様体とし，前述の様なコンパクト化を持つと仮定する．また $M \in S(X)$ とし，$R\pi_*M \in D^b(\mathrm{MF}^f_K)$ を上のような complex とする．M を係数とする X の absolute cohomology $H^i_{\mathrm{abs}}(X, M)$ は

$$H^i_{\mathrm{abs}}(X, M) := \mathrm{Ext}^i_{\mathrm{MF}^f_K}(\mathbb{Q}_p(0), R\pi_*M)$$

と定義する．

Beilinson の結果の類似として，この cohomology が従来からある syntomic cohomology と同型であることを証明した．

命題 9 ([Ba3] Theorem 2). X を上の通りとし，$\mathbb{Q}_p(n) \in \mathrm{VMHS}(X)$ を Tate object とする．この時，標準的な同型

$$H^i_{\mathrm{syn}}(X, \mathbb{Q}_p(n)) \xrightarrow{\cong} H^i_{\mathrm{abs}}(X, \mathbb{Q}_p(n))$$

が存在する．

注 10. 上の結果には 2 つの意義がある．

1. Syntomic cohomology が p-進の absolute cohomology としての解釈を持つ事を示せた．
2. p-進の absolute cohomology は係数付きで定義されている．上の結果を用いて両 cohomology を同一視すると，syntomic cohomology も係数付きで定義できた事になる．

3. ポリログの定義

$\mathbf{E}$ を $\mathbb{Q}$ 上の楕円曲線で素数 p で good reduction を持つと仮定する．この仮定により $\mathcal{O}_K$ 上の楕円曲線 E で，$E\otimes_{\mathcal{O}_K}K=\mathbf{E}\otimes_{\mathbb{Q}}K$ を満たすものが存在する．以後この様な E を 1 つ固定する．

次に

$$\mathcal{H}:=H^1_{\mathrm{crys}}(E_k/K)$$

と定義する．ここで $H^1_{\mathrm{crys}}(E_k/K)$ は $E_k:=E\otimes_{\mathcal{O}_K}k$ の crystalline cohomology であり，Hodge filtration $F^\bullet$ と Frobenius の作用 φ を持つ．これより $\mathcal{H}$ を $S(\mathcal{O}_K)=\mathrm{MF}^f_K$ の対象と見なす．$\pi:E\to\operatorname{Spec}\mathcal{O}_K$ を構造射としたとき，$\mathcal{H}$ を引き戻すことにより $S(X)$ の対象 $\pi^*\mathcal{H}$ が定義される．簡単のため，$\pi^*\mathcal{H}$ も $\mathcal{H}$ と記す．

楕円ポリログを定義する上で重要なのは $\mathcal{L}og$ と呼ばれる $S(E)$ の (pro-) object である．基本的な性質は以下の通りである．

1. $\mathcal{L}og$ には sub-object による増大 filtration $W_\bullet$ が存在し，

$$\mathrm{Gr}^W_\bullet\mathcal{L}og=\prod_{j\geq 0}\mathrm{Sym}^j\mathcal{H}^\vee$$

を満たす．ここで $\mathcal{H}^\vee$ は $\mathcal{H}$ の双対．

2. 位数が p と異なる任意の等分点 $u\in E(\mathcal{O}_K)$ に対し，

$$u^*\mathcal{L}og=\prod_{j\geq 0}\mathrm{Sym}^j\mathcal{H}^\vee \tag{3.1}$$

が成り立つ．

楕円曲線 E の単位元を e とし，$U=E\backslash\{e\}$ と置く．この時，syntomic cohomology $H^1_{\mathrm{syn}}(U,\mathcal{H}\otimes\mathcal{L}og(1))$ の元に対して単位元での留数を対応

させる写像

$$\mathrm{Res}: H^1_{\mathrm{syn}}(U, \mathcal{H} \otimes \mathcal{L}og(1)) \to H^0_{\mathrm{syn}}(\{e\}, \mathcal{H} \otimes \mathcal{L}og) = K$$

が定義される．但し最後の等式は直接的な計算から導かれる自然な同型．

定義 11. p-進楕円ポリログ pol は

$$\mathrm{pol} := \mathrm{Res}^{-1}(1)$$

で定義される $H^1_{\mathrm{syn}}(U, \mathcal{H} \otimes \mathcal{L}og(1))$ の元である．

4. 主結果

この章では楕円曲線 $\mathbf{E}$ が虚 2 次体 $\mathbf{K}$ の整数環 $\mathcal{O}_{\mathbf{K}}$ で虚数乗法を持つと仮定する．即ち同型

$$[\quad] : \mathcal{O}_{\mathbf{K}} \cong \mathrm{End}_{\mathbf{K}}(\mathbf{E})$$

の存在を仮定する．更に $\mathbf{E}$ が素数 $p \geq 5$ で good *ordinary* reduction を持つ事を仮定する．この条件は (p) が $\mathcal{O}_K$ で $(p) = \mathfrak{p}\mathfrak{p}^*$ と異なる 2 つの素イデアルの積に分解される事と同値である．このとき，$\mathcal{H}$ は

$$\mathcal{H} = K\omega \oplus K\eta \tag{4.1}$$

と 2 つの 1 次元 filtered Frobenius module の直和に分解される．但し ω (resp. η) は $a \in \mathcal{O}_{\mathbf{K}}$ に対する引き戻し写像 $[a]^*$ が a 倍 (resp. a の複素共役倍) で作用する $\mathcal{H}$ の元である．

$\mathcal{O}_{\mathbf{K}}$ の任意のイデアル $\mathfrak{a}$ に対し，$\mathbf{K}$ の $\mathfrak{a}$ による類体を $\mathbf{K}(\mathfrak{a})$ と記す．ψ を $\mathbf{E} \otimes_{\mathbf{Q}} \mathbf{K}$ に対応する $\mathbb{A}^{\times}_{\mathbf{K}}$ の量指標，$\mathfrak{f}$ をその conductor とする．また埋め込み $i_p : \mathbf{K}(\mathfrak{f}) \hookrightarrow K$ を 1 つ固定する．$\mathcal{G} := \mathrm{Gal}(\mathbf{K}(\mathfrak{f}\mathfrak{p}^{\infty})/\mathbf{K})$ の指標 $\psi_{\mathfrak{p}} : \mathcal{G} \to \mathbb{C}_p^{\times}$ を

$$\psi_{\mathfrak{p}}(\sigma_{\mathfrak{a}}) = \psi(\mathfrak{a}), \quad \sigma_{\mathfrak{a}} = [\mathfrak{a}, \mathbf{K}(\mathfrak{f}\mathfrak{p}^{\infty})/\mathbf{K}], \quad (\mathfrak{a}, \mathfrak{p}\mathfrak{f}) = 1$$

で与える．

本稿で扱う 1 変数 p-進 L-関数 $L_p(-)$ とは，$\mathcal{G}$ の p-進連続な指標全体の成す群 $\mathrm{Hom}_{\mathrm{cont}}(\mathcal{G}, \mathbb{C}_p^{\times})$ 上の関数であり，任意の整数 $j < 0$ に対

して

$$\Omega_{\mathfrak{p}}^j L_p(\psi_{\mathfrak{p}}^j) = \left(1 - \frac{\psi^{-j}(\mathfrak{p})}{p}\right) \Omega^j L_\infty(\psi^j, 0)$$

を満たすという性質で特徴付けられている．但し $\Omega \in \mathbb{C}^\times$ は complex period, $\Omega_{\mathfrak{p}} \in W(\bar{k})^\times$ は p-進 period, $L_\infty(\psi^j, 0)$ は ψ^j の complex L-関数の 0 での値，$L_p(\psi_{\mathfrak{p}}^j)$ は p-進 L-関数の指標 $\psi_{\mathfrak{p}}^j$ での値である．

本稿の主結果は，1 変数 p-進 L-関数の $\psi_{\mathfrak{p}}^j\,(j \geq 0)$ での値に関するものである．

$\mathbf{E}[\mathfrak{f}] \subset \mathbf{E}(\mathbf{K}(\mathfrak{f}))$ を $\mathbf{E}$ の $\mathfrak{f}$ 等分点からなる群とし，v を $\mathbf{E}[\mathfrak{f}]$ の primitive な点とする．これは i_p によって $E[\mathfrak{f}] \subset E(\mathcal{O}_K)$ の primitive な点に対応し，これも v と記す．この時，$v^* \mathrm{pol}$ は

$$H^1_{\mathrm{syn}}(\mathcal{O}_K, v^*\mathcal{H} \otimes \mathcal{L}og(1)) \overset{(3.1)}{=} \prod_{j \geq 0} H^1_{\mathrm{syn}}(\mathcal{O}_K, \mathcal{H} \otimes \mathrm{Sym}^j \mathcal{H}^\vee(1))$$

の元である．分解 (4.1) の直積成分への全射から誘導される写像

$$H^1_{\mathrm{syn}}(\mathcal{O}_K, \mathcal{H} \otimes \mathrm{Sym}^j \mathcal{H}^\vee(1)) \to H^1_{\mathrm{syn}}(\mathcal{O}_K, K\omega \otimes \omega^{\vee j}(1))$$

と Frobenius 写像の計算から導かれる自然な同型

$$H^1_{\mathrm{syn}}(\mathcal{O}_K, K\omega \otimes \omega^{\vee j}(1)) = \begin{cases} K & (j \geq 1) \\ 0 & (j = 0) \end{cases}$$

との合成によって射

$$H^1_{\mathrm{syn}}(\mathcal{O}_K, v^*\mathcal{H} \otimes \mathcal{L}og(1)) \to \prod_{j \geq 1} K$$

が定義される．簡単の為，この射による $v^* \mathrm{pol}$ の像も $v^* \mathrm{pol}$ と記す．本稿の主結果は以下の通りである．

定理 1 ([Ba5] Theorem 7.1).

$$\sum_{\sigma \in \mathrm{Gal}(\mathbf{K}(\mathfrak{f})/\mathbf{K})} \sigma(v)^* \mathrm{pol} = \left((-1)^{j-1} \Omega_{\mathfrak{p}}^{j-1} L_p(\psi_{\mathfrak{p}}^{j-1})\right)_{j \geq 1}.$$

証明の概略は [Ba6] に譲る．上の結果は，p-進 L-関数の $\psi_{\mathfrak{p}}^{j-1}\,(j \geq 1)$ での値が，p-進楕円ポリログで記述されていると述べている．ポリログは構成より motivic である．これゆえ，上の結果は Beilinson 予想の p-進版と思う事ができる．

注 12. $j=2$ の直積成分に制限すると，この結果は実質的に Coleman-de Shalit の結果 ([CdS] §5.11 Theorem) である．

REFERENCES

[Ba1] K. Bannai, Rigid syntomic cohomology and p-adic polylogarithms, J. Reine Angew. Math. **529** (2000), 205-237.

[Ba2] K. Bannai, On the p-adic elliptic polylogarithm for CM-elliptic curves, 博士論文，東京大学 (2000).

[Ba3] K. Bannai, Rigid syntomic cohomology と p-進 polylogarithm, 京大数理研講究録 **1154** (2000), 22-32.

[Ba4] K. Bannai, Syntomic cohomology as a p-adic absolute Hodge cohomology, preprint, **UTMS** 2000-31.

[Ba5] K. Bannai, On the p-adic realization of elliptic polylogarithms for CM-elliptic curves, preprint, **UTMS** 2000-61.

[Ba6] K. Bannai, 虚数乗法を持つ楕円曲線の p-進ポリログと p-進 L-関数, 津田塾大学整数論シンポジウム (2000) 報告集 （掲載予定).

[Be1] A.A. Beilinson, Notes on absolute Hodge cohomology, In: *Appl. of Alg. K-theory to Alg. Geometry and Number Theory*, Contemp. Math **55**, AMS (1986), 35-68.

[Be2] A.A. Beilinson, Polylogarithm and Cyclotomic Elements, typewritten preprint, MIT (1989) or (1990).

[BL] A.A. Beilinson and A. Levine, The elliptic polylogarithm, In: *Motives*, Proceedings Seattle 1991, Providence, RI : AMS Proc. Symp. Pure Math. **55** (1994), Pt. 2, 123-190.

[Bes] A. Besser, Syntomic Regulators and p-adic Integration I: Rigid Syntomic Regulators, to appear in Israel. J. Math.

[BZ] J.-L. Brylinski and S. Zucker, An Overview of Recent Advances in Hodge Theory, In: *Several Complex Variables VI*, Encycl. of Math. Sciences **69**, Springer-Verlag (1990).

[CdS] R. Coleman and E. de Shalit, p-adic regulators on curves and special values of p-adic L-functions, Invent. math. **93** (1988), 239-266.

[Fon] J.-M. Fontaine, Modules Galoisiens, modules filtrés et anneaux de Barsotti-Tate, Astérisque **65** (1979), 3-80.

[GK] M. Gros, Régulateurs syntomiques et valeurs de fonctions L p-adiques I (avec un appendice par Masato Kurihara), Invent. Math. **99** (1990), 293-320.

[G] M. Gros, Régulateurs syntomiques et valeurs de fonctions L p-adiques II, Invent. Math. **115** (1994), 61-79.

[So] M. Somekawa, Log-syntomic regulators and p-adic polylogarithm, K-Theory **17** (1999), 256-294.

[Su] S. Sugimoto, Filtered modules and p-adic polylogarithms, thesis, University of Tokyo (1992).

[W1] J. Wildeshaus, *Realizations of Polylogarithms*, SLN **1650**, (1997).

[W2] J. Wildeshaus, On the Eisenstein Symbol, preprint (2000).

東京大学大学院数理科学研究科

E-mail address: bannai@ms357.ms.u-tokyo.ac.jp