

## 要旨

本研究は、数学教育史において最初の国際的な数学教育改革となった「数学教育改造運動 (the reform of mathematics education)」(以下、「改造運動」とする)の成果と限界を明らかにするものである。ここで、「改造運動」とは、イギリスにおいては、20世紀前半において展開された一連の数学教育改革運動を指す。この運動の契機となったのが、1901年に開催されたグラスゴーにおける英国学術協会 (British Association) の年次大会で、イギリスの工学者ジョン・ペリー (Perry, J., 1850-1920) が行った講演「数学の教育」('The Teaching of Mathematics') である。こうした背景から、ペリーに関わる「改造運動」を指す場合、「ペリー運動 (Perry movement)」と呼ばれ、本稿でもこの2つの運動を区別して論じる。

「改造運動」の以前、19世紀後半のイギリスでは、中等学校は一般教育を通じて、教養を身に着け人格の陶冶を行うことが目的とされていた。その結果、中等学校における数学科は古典人文学に基づく教養教科の一つとして確立されていた。このような数学科の性格は、ユークリッド (Euclid) による『原論』 (*Elements*) を主たる教材とし、公理や定義から演繹的に命題の証明を繰り返す学習が行われていた科目である、幾何学に顕著に表れていた。

こうした19世紀後半の数学教育に対し、ペリーは「有用性 (usefulness)」という新しい数学科のカリキュラムの原理を提起した。具体的には、第一に、科学においても有用なグラフや関数、微分積分といった、20世紀までに進められた数学研究の成果を教科内容として新たに導入することが提案された。第二に、実験や測定、すなわち量によって導入し、認知の基礎となる直観を活用した教育方法を導入することが提案された。こうしたペリーの数学教育論は、20世紀前半のイギリスにおける中等学校の数学科を改革する運動として展開されると同時に、同様に数学教育改革の機運が高まっていたドイツ、フランス、アメリカ、そして日本を巻き込みながら、「改造運動」は国際的な数学教育改革へと展開した。

以上、概要を整理した「改造運動」について、日本では小倉金之助によって研究されてきた。小倉は、ペリーが現実の問題を探求し、そこでの発見を通じ

で数学を学ぶこと、すなわち、数学を通じて「科学的精神」を涵養することが、日本の数学教育においても主軸となることを主張し、日本の「改造運動」のオピニオン・リーダーとなった。しかしながら、小倉の研究には、扱われている文献に制約があったという方法上の課題が見られた結果、20世紀前半のイギリスの中等学校が置かれた文脈に沿って「改造運動」を検討できていないという課題があった。そのため、「改造運動」は1910年代に収束し、ペリーと運命を共にしたと結論付けている。こうした課題があったにも関わらず、小倉の論考を越える「改造運動」に関する研究は日本では行われてこなかった。

他方で、イギリスの主要な先行研究としてはハウスン (Howson, A. G.) とプライス (Price, M. H.)、フジタ (Fujita, T.) の研究が挙げられる。ハウスンの研究では、16世紀から1960年代までのイギリスの数学教育において主流を担った数学者や数学教師に焦点が当てられ、彼らの教科書や数学教育を史料に通史としてイギリスの数学教育史の展開が描かれている。ハウスンの先行研究は、ペリーの数学教育論を「改造運動」に位置づけていない点、「改造運動」のピークを「改造運動」において主導的な役割を果たした数学教師ゴドフレー (Godfrey, C. 1873-1924) を中心に描き、1920年代に同運動は収束したと結論付けている点に特徴をもつ。

これに対し、プライスは「改造運動」に対し、教育制度や教育行政機関、教科書、技術教育といった視角からアプローチし、運動の全体像を描いている。また、数学および数学教育研究を担った数学協会 (Mathematical Association) の通史も描いている。こうしたプライスの研究では「改造運動」の全体像を描くことが主な目的とされたため、個々の教科書に関する検討や、そこから浮き彫りになる実践、すなわち、その教育方法的検討においては研究の余地が残っている。

以上の先行研究に対し、フジタは、内容に踏み込んだ研究を行うべく、ゴドフレーによる幾何学の教科書である1903年の *Elementary Geometry* と、1910年の *Shorter Geometry* を詳細に分析した。この分析を通して、数学教育における直観を育成するにあたり、ゴドフレーが示した「実験を伴う課題 (experimental task)」が果たす役割を解き明かしている。しかしながら、フジタの研究では、研究対象が19世紀後半から1910年代までの「改造運動」、

およびゴドフレーの教科書が中心となっている。そのため、1910年代以降の「改造運動」、ゴドフレーの数学教育論の検討には余地が残されていた。

そこで、本研究では、以上の先行研究を踏まえた上で、次の4つの方法から「改造運動」の到達点と限界に迫った。第一に、イギリスにおいて数学科が正規の教科として確立されるようになった19世紀後半から、1944年法を契機に中等学校の枠組みが転換するまでの時期区分を検討した。この時代区分に即して、19世紀後半から1940年代にかけて中等学校で使用された代表的な教科書をはじめとする史料を収集した。

第二に、「改造運動」において一貫して議論された幾何学教育に焦点を当てた。この時、幾何学の中でも、当時のイギリスの中等学校で必ず指導され、かつ汎用性・発展性があるピタゴラスの定理の指導に着目した。このように焦点化することで、「改造運動」に伴うカリキュラムや指導方法の転換に具体像に迫ることができた。

第三に、数学教育観に着目した。19世紀後半の中等学校において、数学科は古典である『原論』に示された論理形式を学ぶことで、教養を身に着けるための教科であった。こうした数学教育観に対し、ペリーは、数学を科学の一分野としてとらえ、子どもが有用な知識や思考を学び、科学にも応用可能な数学教育の確立を提唱した。「改造運動」において、いわば、こうした形式主義と実用主義の対立が争点となった。この論点が、「改造運動」において、いかに止揚され、教育実践として展開されたのかを読み解いた。

第四に、「改造運動」を検討する前提として、先の時期区分における中等教育という文脈に着目した。19世紀後半から1944年教育法までの時期は、イギリスにおける中等教育の拡大期と一致し、中等教育の定義そのものが問われた時代である。とりわけ、1917年以来導入された中等学校試験(School Certificate)は、中等学校の授業実践に試験対策が求められようになった転換点となった。複眼的に「改造運動」をとらえるべく、教育制度の転換を踏まえて、数学教育史の展開を描いた。

以上に示した方法と主要な文献に沿って、本論文は次の7章に分けられる。第1章では、イギリスの中等学校における数学科の原点である19世紀後半を検討した。その結果、『原論』を教材とした幾何学に象徴されるように、数学科

は演繹的な推論による思考力の陶冶を目指す教科であった。論理を学び教養を身に着ける、いわば形式主義こそがイギリスの中等学校における数学科の原点であった。

こうした数学教育観に対し、1871年に設立された幾何学教育改良協会による、幾何学教育改良運動に論及した。この運動は、『原論』に基づく幾何学教育への反対運動として始まった、イギリスの数学教育史における最初の改革運動であった。その成果は、同協会による教科書 *The Elements of Plane Geometry* (1884-1888年)として具体化された。「改造運動」の前史となった論争において、指導法の改良という一定の成果があったものの、数学教育の目的や内容を含んだ根本的な議論は課題として積み残されたことを示した。

第2章では、「改造運動」の契機となったペリーの数学教育論に焦点を当て、「ペリー運動」の理念を確認した。1901年のグラスゴーにおける英国学術協会での議論を記録した *Discussion on the Teaching of Mathematics* を軸に、改造運動の契機となったペリーの講演「数学の教育」に示された数学教育論の要点を整理した。

加えて、この講演の背景となったペリーの数学教育論や教育実践に迫り、「有用性」の内実を解き明かした。ペリーはいわば実用主義という新しい数学教育の立場を提唱し、科学の基礎となる有用な数学を中等学校で指導することで、科学の普及を試みていた。

第3章では、ペリーの講演が招いた論争に着目し、「ペリー運動」の盛衰を描いた。実用主義に立つペリーの数学教育論は、数学の「形式性」を重んじる立場から反発を受け、論争へと発展した。ペリーの講演を契機として、幾何学では『原論』に基づく指導を唯一とせず、教師の創意や生徒のニーズ・実態に照らして、多様な指導を認めるという基本方針、およびこの方針に基づいて、大学入学試験において採点基準を緩和する改革が進められた。

しかしながら、「ペリー運動」は、「改造運動」の中心として発展し続けることはできなかった。初期の「改造運動」は、カリキュラムや教授法という数学教育の内部の問題として議論され、数学教育のパラダイムそのものの再審し、科学の普及を推進する数学教育改革には至らなかったという限界が示された。

第4章では、1902年に中央教育当局として設立された教育院 (Board of

Education) が、公文書として初めて数学教育に関する教育方針を明らかにした *Circular711*「中等学校における幾何学とグラフ代数の指導」を検討した。ここでは、1901年からの約10年間の中等学校における幾何学とグラフの教育がまとめられており、ペリーの講演から約10年にわたる「改造運動」の到達点が見られている。

*Circular711* で提案された幾何学教育論として次の3点が特徴としてあげられる。第一に、ユークリッドの『原論』の体系から幾何学を直観的に理解しやすい内容に沿って命題を再配列した体系とした点である。第二に、その際、直観や実験を利用し、特に初期においては生徒の理解を優先することが提案されていた点である。第三に、直観から徐々に論理的な思考へと至る幾何学の3つの段階が見された点である。*Circular711* は形式主義という数学教育の立場を問はずことなく温存したという限界があったものの、「改造運動」を公的に後押しするものであった。

第5章では、1910年代から1924年にかけてのゴドフレーが数学教育論に着目した。数学教育の立場を目的論として整理することによって、形式主義に基づく数学教育の目的と実用主義に基づく目的における対立の止揚が試みられた。すなわち、ゴドフレーは、数学の論理形式や実用的な内容のみならず、数学の学習から得られる帰納的思考といった数学固有の思考を中等学校で学ぶ重要性に着目し、「ヘルバルト主義」の目的を打ち立てた。

これがゴドフレーの教科書においては、実験を通じて直観した法則を具体例によって確かめ、証明を行って一般的に理解したのち、さらに練習問題で定着させていくという帰納的な思考過程に基づく学習として確立されていた。ゴドフレーの数学教育論は、数学科に限定された議論であったという限界を内包していたものの、数学教育における古典に基づく教養と科学に基づく実学という論点を乗り越える道筋が見された意義を持ったものであった。

第6章では、1909年から1920代前半までの区分を検討した。このとき、中等教育の普通教育化が議論され、1917年には、中等学校試験が導入された。こうした中等学校における数学教育の展開をより仔細に検討すべく、数学協会による2つの報告書 *Report of the Mathematical Association Committee on the Teaching of Mathematics in Public and Secondary Schools* (1919年)、*The*

*Teaching of Geometry in Schools* (1923 年) を検討した。

この 2 つの報告書において、第一に、中等学校における数学科において、数学は「科学の道具」、そして幾何学は「空間の科学」として位置づけられ、数学が発展してきた史的展開、子どもの発達段階に沿って、直観を契機とする数学教育を行う方針が示された。幾何学においては *Circular711* に示されたカリキュラムを再検討し、論理的思考の構造化が進められた。第二に、数学教育の目的を検討した結果、学習者が楽しいと感じられるような授業によって、知識とともに、帰納的思考といった「数学的な見方 (outlook)」を身に付けることが数学教育の目的として示され、ゴドフレーの数学教育論と多くの共通点を持っていた。このことは幾何学では、空間に関する知識を深めると同時に、個々の命題の証明から、命題相互の関係の証明へと学習を進める過程で、論理的思考を学ぶカリキュラムが示された。しかしながら、カリキュラムの詳細や指導の具体例は議論を通じて深められることなく課題として引き継がれた。

第 7 章では、1920 年代から 1940 年代前半を検討した。教育院の諮問委員会による一連の報告書を経て、三類型別中等教育の構想が示され、数学科の位置づけも転換された。主な方針は、第一に、適性や能力、進路に応じること、第二に、数学科の科目を融合し、一つの教科として指導をすること、であった。

加えて、1939 年に数学協会が出版した *A Second Report on the Teaching of Geometry in School* を検討することで、1920 年代以降の幾何学教育論の展開を読み解き、「改造運動」総括を試みた。この報告書は、1923 年の報告書に示された幾何学教育のカリキュラムを洗練し、数学における論理形式、知識、そして「数学的な見方」を両立する優れた実践事例を数多く紹介した。「改造運動」における成果を学校の授業実践へと浸透させる試みを行っていたことが確認された。

以上の検討を踏まえて、本研究の成果は次のとおりである。第一に小倉とハウスンで解釈が分かれた「改造運動」の収束という数学教育史の問題を検討すると、ペリーが引退した 1913 年以降も、「ペリー運動」とは方向性を変えたという限界を抱えながらも、「改造運動」は継続されていた。また、1920 年代には、幾何学教育の新しい体系が示される等、「改造運動」は確かに数学教育研究のピークを迎えていた。しかしながら、1930 年代以降も学習者の論理的思考の発

達を構造化し、カリキュラムとして具体化するなど「改造運動」を通じて得られた成果を、授業実践として共有する試みが継続されていた。このことから、「改造運動」は1930年代から1944年にかけて、中等学校に浸透していったと結論付けることができよう。

第二に、数学教育の目的論に関する示唆が得られた。すなわち「なぜ数学を教えるのか」という問いに対し、数学の論理形式を学び思考力を高めることを目指す形式主義、自然科学をはじめとする現実生活に有用な知識やスキルを学ぶことを目指す実用主義、「ヘルバルト主義」から展開し、実験などを通じて帰納的思考といった「数学的な見方」の獲得を目指す立場という3つの目的論によって、「改造運動」はこたえを示唆している。

第三に、数学教育の教育内容を巡って、「改造運動」は『原論』という古典的な内容であっても、内容と論理、「数学的な見方」をバランスよく学べることを示した。この事実は、既存の内容を再評価しつつ、21世紀の中等教育で共通に学ぶべき、新たな内容を慎重に選択する際の視角になりうるだろう。