# 曲げせん断型モデルと ARX モデルを用いた 強制加振による建物のシステム同定 STIFFNESS IDENTIFICATION OF BUILDING WITH UNKNOWN VIBRATION SOURCE USING BENDING-SHEAR MODEL AND ARX MODEL

# 城野 みなみ\*, 藤田 皓 平\*\*, 竹 脇 出\*\*\* Minami SHIRONO, Kohei FUJITA and Izuru TAKEWAKI

A new stiffness identification method for a building structure is proposed in the case where the building includes an unknown vibration source. The stiffnesses above the vibration source are determined by the theory for the base input and those below the vibration source are obtained by the theory for the top forced input. The ratios between shear stiffnesses of lower consecutive stories can be obtained from the floor acceleration data and the ratios of the story rotational stiffness to the shear stiffness (SR stiffness ratio). The shear stiffness coefficients and the SR stiffness ratios can be obtained finally to satisfy the compatibility of lower natural frequencies. The validity of the proposed method is examined through numerical simulation and actual recorded data.

**Keywords**: System identification, Structural health monitoring, Unknown vibration source, Bending-shear model, ARX model システム同定,構造ヘルスモニタリング,未知の振動源,曲げせん断型モデル, ARX モデル

### 1. 序

2011年の東北地方太平洋沖地震では、震源地から遠く離れた地域 においても長周期の地震動が観測され、特に超高層建物には大きな 影響が生じた.このような大地震を経験したあとの建築物の構造的 な健全性や損傷度を評価する構造ヘルスモニタリング技術に関する 研究が盛んに行われている<sup>1~11)</sup>.建物の振動性状を、固有周期、減 衰定数などのモーダルパラメターとして同定する方法や、剛性、減 衰係数といった物理パラメターとして同定する方法など、建物の健 全性を推定する技術の需要が増大している.

モーダルパラメター同定については、既に多くの研究がなされ<sup>12</sup> ~<sup>14</sup>,2点の観測データから固有周期や減衰定数を同定する手法が確 立されている.但し、モード形状の同定では一般に多くの観測デー タを必要とし、計測位置の選定や計測データの内挿による近似精度 が課題となることがある.一方、物理パラメター同定では、建物を 物理モデルとしてモデル化することが可能であり、損傷度の定量的 な推定などへ活用が期待される.中村・竹脇ら<sup>15</sup>は、Udwadia ら<sup>16</sup> の手法に基づき、せん断型モデルに対して同定対象層の直上直下の 加速度応答のみから層毎に剛性と減衰係数を同定する手法を提案し ている.中村・竹脇らの手法は構造物の全層の振動計測を同時に行 う必要がないことが特徴である.しかしながら、同定に用いる振動 数領域の関数(=以後、同定関数)がノイズの影響を受けやすいと いう点や,アスペクト比の大きな建物をせん断型モデルとして同定 することの妥当性の問題等が存在する.

同定関数におけるノイズの影響に関して,前田ら<sup>17</sup>は,ARX モデ ルパラメター<sup>18)</sup>と物理パラメターの関係を導いた上で,ARX パラメ ターを用いた伝達関数に対して振動数 *ω*→0 における制約条件を考 慮したシステム同定法を提案している.また,金城ら<sup>19</sup>は,部分空 間法を用いて,中村・竹脇らの方法の同定精度を向上させることが 可能な振動数の極限操作を伴わない手法を提案している.

曲げ変形の影響が無視できない高層建物に対する適用に関して, 桑原ら<sup>20</sup>は,曲げせん断型モデルを用いた同定手法の理論を構築し, 水平加速度の振動計測のみから損傷を検出する方法を提示している. しかしながら,計測データが水平成分のみに限られているため,物 理パラメターを同定するには,せん断剛性に対する回転剛性の比 (SR 剛性比率と呼び,一般に未知量)を指定する必要がある.そこ で,南ら<sup>21</sup>は,伝達関数の適合度や不釣合力の最小化を用いた SR 剛性比率を指定する必要のない同定手法を提案している.また,高 層建物の数点の代表点位置において地震時の応答が観測された場合 に,それぞれの代表点位置に質量を集中させた縮約曲げせん断型モ デルを用いる方法も示している.畠山ら<sup>22</sup>は,質量分布の違いが固 有振動数に及ぼす影響を計測することによって,曲げせん断型モデ ルとして同定する方法を提案している.池田と花房<sup>23</sup>は,曲げせん

(現:(株)住友ゴム工業)\*\* 京都大学工学研究科建築学専攻 助教・博士(工学)

Grad. Stud., Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ.

Assist. Prof., Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng. Prof., Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

<sup>\*</sup> 京都大学工学研究科建築学専攻 大学院生

<sup>\*\*\*\*</sup> 京都大学工学研究科建築学専攻 教授・工博



断型モデルに対して繰り返し収束計算を回避する同定手法を提案している. さらに,池田ら<sup>24)</sup>は,常時微動観測データを用いて曲げせん断型モデルに対する同定法を示している.

上記の物理パラメター同定手法は、いずれも地震に対する応答デ ータ(図1(a))や建物内部に振動源が存在しない状態の常時微動観 測データを使用することを想定している.しかしながら、地震時の 応答データは限定的であることや、常時微動観測ではノイズが同定 精度に大きな影響を及ぼす点が課題である.そこで、比較的容易に 得られ、SN比が大きい強制加振による応答データ(図1(b))を用い る同定手法も提案されている.例えば、南ら<sup>25)</sup>は、後述する吉富ら <sup>26)</sup>の手法を拡張し、建物頂部に強制加振源を想定した曲げせん断型 モデルに対するシステム同定法を提案している.

超高層建物において加振位置が中間層に位置する場合には、既往 の手法 25)を適用することは困難である. 吉富ら 26)は、中間層加振と して,任意の層位置での加振時の応答データを用いて,せん断型モ デルに対する同定手法を提案しているが、曲げせん断型モデルによ る定式化は示されていない. そこで、本論文では、曲げせん断型モ デルを用いて,任意の中間層に強制加振源が存在する場合の剛性同 定手法を提案する.本提案手法では、アスペクト比の大きな高層建 物の高次の固有振動数の同定精度が、従来のせん断型モデルを用い た手法 2%に比べて向上すると期待される. さらに、応答変位をせん 断変形による成分と全体曲げ変形による成分に分離することが可能 であり、高層建物における地震時応答(層間変位、頂部加速度)の 予測精度の改善が期待される.また、曲げせん断型モデルでは強制 加振源が存在する層より上層においては、入力層床回転角が存在す る.本論文では、強制加振源の存在する層より上層に対して、地動 水平変位に加え、地動回転角の入力を受ける曲げせん断型モデルに 対する同定手法を定式化する.入力層床回転角に関しては現実的に 精度よく計測することが困難であるため、床回転角の計測記録を必 要とせず水平方向の応答記録のみから同定可能な手法を提案する. 強制加振源が建物頂部に限らず任意の中間層に存在する場合も対象 とすることで,建物屋上に加振器や計測機器の設置ができない場合 や、建物内部から柱を押して人力加振を行う場合など、建物の中間 層に強制加振源が存在する場合の実験結果にも適用可能である.

#### 2. せん断型及び曲げせん断型モデルに対する既往の同定法

本節では、本提案手法の定式化に関連して、既往の同定手法について、その要点を示す.

### 2.1 せん断型モデルを用いた内部に未知の振動源を有する建物の剛 性同定法

吉富ら<sup>26</sup>は図2のように、内部に未知の振動源を有するせん断型 モデル(j層の質量 $m_j$ ,剛性 $k_j$ )について、荷重入力層より上層 側においては、中村・竹脇らの地動入力時の方法<sup>15)</sup>が適用できるこ とを示した.

$$k_{j} = \lim_{\omega \to 0} \left[ \operatorname{Re} \left\{ f_{j}(\omega) \right\} \right]$$
(1)

 $f_i(\omega)$ は同定関数であり、次式で定義される.

$$f_j(\omega) = \frac{-\omega^2 \sum_{i=1}^j m_i}{\left\{ \frac{1}{G_j(\omega)} \right\} - 1}$$
(2)

ここに、 $G_j(\omega)$ は、下層床に対する上層床の伝達関数 $U_j(\omega)/U_{j-1}(\omega)$ ( $U_i(\omega)$ :水平変位のフーリエ変換)である.

一方,荷重入力層より下層側においては,最上部に未知の入力を 作用させた時のせん断型モデルの釣合式から,連続した2層の振動 数領域における層間変位応答比のω→0の極限が,せん断型モデル の隣接層の剛性の比率となることを次式のように示している.

$$\lim_{\omega \to 0} \left[ \operatorname{Re}\left\{ g_{j}(\omega) \right\} \right] = k_{j+1} / k_{j}$$
(3)

ここで, *g<sub>j</sub>(ω*) は連続 2 層における上層の層間変位に対する下層の 層間変位の伝達関数であり次式で定義される.

$$g_{j}(\omega) = \frac{U_{j}(\omega) - U_{j-1}(\omega)}{U_{j+1}(\omega) - U_{j}(\omega)}$$

$$\tag{4}$$

(1), (3)式より, 全層の観測記録が得られれば(全層同時は不要), 任意の1つの層剛性 $k_p$ (荷重入力層より下層側)を用いて全層の層 剛性を表現することができる. 吉富らは,  $k_p$ を変動させたときの1 次固有振動数 $\omega^{(1)}$ を固有値解析により求め,その値が別途観測され た1 次固有振動数 $\hat{\omega}^{(1)}$ に一致するときの剛性値 $\hat{k}_p$ を正解として採 用している(図3).

### 2.2 地震観測記録を用いた曲げせん断型モデルのシステム同定法

桑原ら<sup>20)</sup>は, *j* 層の質量を*m<sub>j</sub>*,回転慣性を*I<sub>j</sub>*, 階高を*H<sub>j</sub>*, 高さ を*H<sup>b</sup><sub>j</sub>* =  $\sum_{i=1}^{j}$ *H<sub>i</sub>*として,図 4(a)のような*N* 層曲げせん断型モデルに 地動加速度が作用する場合の釣合式を展開することで,SR 剛性比率 *R<sub>j</sub>*(せん断剛性*k<sub>sj</sub>*に対する回転剛性*k<sub>bj</sub>*の比)と同定関数*F<sub>j</sub>(\omega)を 用いて,回転剛性<i>k<sub>bj</sub>*が次式で与えられることを明らかにした.

$$k_{bj} = \frac{R_{j} + \frac{H_{j}}{\sum_{i=j}^{N} m_{i}} \sum_{i=j}^{N} \left\{ m_{i} \left( H_{i}^{b} - H_{j-1}^{b} \right) \right\}}{\lim_{\omega \to 0} \left[ \operatorname{Re} \left\{ F_{j} \left( \omega \right) \right\} \right] - \frac{H_{j}}{\sum_{i=j}^{N} m_{i}} \sum_{m=1}^{j-1} \left[ \frac{\sum_{i=m}^{N} \left\{ m_{i} \left( H_{i}^{b} - H_{m-1}^{b} \right) \right\}}{k_{bm}} \right]}$$
(5)

実観測記録の場合には、ノイズの影響で振動数0近傍において同 定関数値が乱れ極限値の評価が困難となる問題が生じる.それに対 応するため、前田らが提案した ARX モデルパラメターにより同定



関数  $f_i(\omega)$ の極限値を表現する手法(Appendix 1)を用いる.

## 2.3 曲げせん断型モデルを用いた頂部強制加振による高層建物の剛 性同定法

南ら<sup>25)</sup>は、図 4(b)のように N 層曲げせん断型モデルの第 N 質点 (頂部質点)に未知の外力 f(t)が作用する場合,隣接層のせん断剛 性比率  $r_{sj} = k_{sj+1} / k_{sj}$ が,隣接層の層間変位の比  $g_j$ と, SR 剛性比率  $R_j$ で表現可能であることを次式のように明らかにしている.

$$r_{sj} = \frac{\prod_{i=1}^{j} A_i - H_j \sum_{i=1}^{j} \left\{ \left( H_i^{i} \prod_{k=0}^{i-1} A_k \prod_{k=1}^{j} R_k \right) / R_i \right\}}{\prod_{i=1}^{j+1} A_i - H_{j+1} \sum_{i=1}^{j+1} \left\{ \left( H_i^{i} \prod_{k=0}^{i-1} A_k \prod_{k=i}^{j+1} R_k \right) / R_i \right\}} \begin{pmatrix} R_{j+1} + H_{j+1} H_{j+1}^{j} \end{pmatrix}$$

$$A_i = \begin{cases} 1 \\ (I = 0) \\ (I = 0) \end{cases}$$
(7)

$$A_{i} = \left\{ \left( R_{i} + H_{i} H_{i}^{t} \right) \lim_{\omega \to 0} \left[ \operatorname{Re} \left\{ g_{i}(\omega) \right\} \right] \quad (i \ge 1)$$

$$H^{t} = \sum_{i=1}^{N} H_{i} \quad \text{is in } (14) = 0 \quad H^{b} \text{ is the states in } C_{i} \oplus C_{i} \text{ is in } C_{i} \oplus C_{i} \text{ is } C_{i} \oplus C_{i} \text{ is } C_{i} \oplus C_{i} \text{ is } C_{i} \oplus C$$

ここで  $H_j^i = \sum_{i=j}^{m} H_i$  であり,(14)式の  $H_j^b$  が地表面からの高さである のに対して, 頂部から *j* 層までの距離を表す.

また、荷重入力層(第N層)における床回転角のフーリエ変換  $\Theta_N(\omega)$ の振動数0での極限値は次式となる.

$$\lim_{\omega \to 0} \Theta_N(\omega) = \lim_{\omega \to 0} U_1(\omega) \frac{\sum_{i=1}^N \left\{ \left( H_i^i \prod_{k=0}^{i-1} A_k \prod_{k=i}^N R_k \right) / R_i \right\}}{\prod_{i=1}^N \left( R_i + H_i H_i^i \right)}$$
(8)

(6),(7)式より,任意の1層のせん断剛性と全層のSR剛性比率が 決まれば全層の剛性を見出すことができる.南らは,2.1節で示し たせん断型モデルの手法と同様に,任意の層をパラメターとしたと きに1次固有振動数が一致するように剛性を同定する手法を提案し ている.さらにSR剛性比率を未知の変数として扱い,2次及び3 次の固有振動数の参照値と曲げせん断型モデルの固有値解析から求 められる固有振動数との差を最小化するSR剛性比率を,次式で定 義される目的関数を用いて逐次2次計画法により決定している.

$$J = \left| \overline{\omega}^{(2)} - \omega^{(2)} \right| / \omega^{(2)} + \left| \overline{\omega}^{(3)} - \omega^{(3)} \right| / \omega^{(3)}$$
(9)

ここで、 $\omega^{(j)}$ は SR 剛性比率  $R_j$ の関数として計算される j 次固有円 振動数であり、 $\omega^{(j)}$ は数値シミュレーションでは剛性の正解値を用 いた固有値解析結果から得られる j 次固有円振動数を表す. 実測値 を用いる場合には例えば常時微動観測結果から得られる j 次固有円 振動数を表す.また、層間変位比  $g_j(\omega)$ に関しても、実計測記録を 用いる場合にはノイズの影響で振動数 0 の極限値の評価が困難とな る問題が生じるため、前田らの手法を層間変位比  $g_j(\omega)$ に適用する.

### 3. 中間層強制加振による曲げせん断型モデルのシステム同定法

本節では,任意の中間層に強制加振源が存在する場合の曲げせん 断型モデルの剛性を同定する手法の定式化を示す.本手法の特徴は, 任意の層位置における荷重入力層より上層と下層でそれぞれ異なる



### 図5 強制加振時全体変形 図6 第 *j* 層詳細

定式化を展開し、それらを数理計画法に基づき全体系の同定に帰着 させることにある.3.1節では、荷重入力層より下層での同定につい て、3.2節では、荷重入力層より上層での同定についてそれぞれ同定 関数と剛性の関係を示す.

まず,図5のように、N層曲げせん断型モデルの第n質点に未知の外力f(t)が作用する場合,各層の変形図(図6(a))より,各パラメターの関係式は次のようになる.ただし、 $u_0 = \theta_0 = 0$ とする.

$$\phi_j = \theta_j - \theta_{j-1} \tag{10}$$

$$v_j \left(= u_j - u_{j-1}\right) = s_j + H_j \theta_j \tag{11}$$

ここでs<sub>i</sub>は第j層のせん断変形の成分を表す.

次に,図 6(b)のように,各層ごとに切り出した自由体を考える. それぞれの自由体について,水平方向の力の釣合式と床回りのモー メントの釣合式はそれぞれ次式となる.

$$\begin{cases} -m_{N}\ddot{u}_{N} - c_{sN}\dot{s}_{N} - k_{sN}s_{N} = 0 \\ \vdots \\ -m_{n}\ddot{u}_{n} - c_{sn}\dot{s}_{n} - k_{sn}s_{n} + c_{sn+1}\dot{s}_{n+1} + k_{sn+1}s_{n+1} = f \\ \vdots \\ -m_{2}\ddot{u}_{2} - c_{s2}\dot{s}_{2} - k_{s2}s_{2} + c_{s3}\dot{s}_{3} + k_{s3}s_{3} = 0 \\ -m_{1}\ddot{u}_{1} - c_{s1}\dot{s}_{1} - k_{s1}s_{1} + c_{s2}\dot{s}_{2} + k_{s2}s_{2} = 0 \\ -I_{N}\ddot{\theta}_{N} + H_{N}\left(c_{sN}\dot{s}_{N} + k_{sN}s_{N}\right) - c_{bN}\dot{\phi}_{N} - k_{bN}\phi_{N} = 0 \\ \vdots \\ -I_{n}\ddot{\theta}_{n} + H_{n}\left(c_{sn}\dot{s}_{n} + k_{sn}s_{n}\right) - c_{bn}\dot{\phi}_{n} - k_{bn}\phi_{n} + c_{bn+1}\dot{\phi}_{n+1} + k_{bn+1}\phi_{n+1} = 0 \\ \vdots \end{cases}$$
(12)

# $-I_{1}\ddot{\theta}_{1} + H_{1}(c_{s1}\dot{s}_{1} + k_{s1}s_{1}) - c_{b1}\dot{\phi}_{1} - k_{b1}\phi_{1} + c_{b2}\dot{\phi}_{2} + k_{b2}\phi_{2} = 0$

 $-I_2 \ddot{\theta}_2 + H_2 \left( c_{s_2} \dot{s}_2 + k_{s_2} s_2 \right) - c_{b_2} \dot{\phi}_2 - k_{b_2} \phi_2 + c_{b_3} \dot{\phi}_3 + k_{b_3} \phi_3 = 0$ 

### 3.1 入力層より下層に対する定式化(せん断剛性比,床回転角)

(12),(13)式において強制加振源 f(t)の存在する層より下層のみを 考えると,2.3 節と同様の定式化により,層間変位比を用いて,せん 断剛性比が表される.但し,(8)式に関しては,層数 N(頂部強制加 振時は荷重入力層)を荷重入力層 n に置き換えた次式が得られる.

$$\lim_{\omega \to 0} \Theta_{n} = \lim_{\omega \to 0} U_{1} \frac{\sum_{i=1}^{n} \left\{ \left( H_{i-1}^{m} \prod_{k=0}^{i-1} A_{k} \prod_{k=i}^{n} R_{k} \right) / R_{i} \right\}}{\prod_{i=1}^{n} \left( R_{i} + H_{i} H_{i-1}^{m} \right)}$$
(14)

# ここで、 $H_j^m$ は $H_j^m = \sum_{i=j+1}^n H_i$ となる.

### 3.2 入力層より上層での同定関数により評価される剛性

前節では荷重入力層より下層の剛性の同定式を導いたが,荷重入 力層より上層に関しては別の定式化を行う必要がある.そこで本節 では,2.1節で紹介したせん断型モデルを用いた手法を応用し,荷重 入力層より上層に関しては地動入力時の定式化を用いる.前節の図 5 に示したモデル全体図は,荷重入力層より上層に関しては地動水 平変位 *u<sub>n</sub>*,地面回転角 *θ<sub>n</sub>*を受ける図 7 のようなモデルに置き換え ることができる.このモデルに 2.2節で紹介した地動入力を想定し た手法を適用するには,地面の回転を考慮する必要がある.そこで, 2.3節の定式化を参考に,新しく入力層床回転が存在する場合の定 式化を行う.

前節で用いた各パラメターの関係を表す(12),(13)式は, それぞれ 次のように表現できる.

$$\theta_{j} = \theta_{n} + \sum_{i=n+1}^{j} \phi_{i}, \quad u_{j} - u_{j-1} = s_{j} + H_{j} \theta_{j}$$
 (15a,b)

第 *j* 層の直下で切り出した図 8 のような自由体の力の釣合を考える と、水平方向の力の釣合式と第 *j* 層回転ばね回りのモーメントの釣 合式はそれぞれ次式のようになる.

$$c_{sj}\dot{s}_j + k_{sj}s_j = \sum_{i=j}^{N} (-m_i \ddot{u}_i)$$
(16)

$$c_{bj}\dot{\phi}_j + k_{bj}\phi_j = \sum_{i=j}^{N} \left(-m_i \ddot{u}_i \sum_{k=i}^{N} H_k\right) + \sum_{i=j}^{N} \left(-I_i \ddot{\theta}_i\right)$$
(17)

以上の式より、入力層床回転角 $\theta_n$ が含まれるのは(17)式のみであり、この点に注意して文献 20)を参考に式展開を行うと次式が得られる.

$$\left( 1 - H_{j} \frac{\Theta_{n}}{U_{j} - U_{j-1}} \right) \left\{ \frac{-\omega^{2} \sum_{i=j}^{N} m_{i}}{\left(U_{j-1}/U_{j}\right) - 1} \right\}^{-1}$$

$$= \frac{1}{k_{sj} + i\omega c_{sj}} + \frac{H_{j}}{\sum_{i=j}^{N} m_{i}} \sum_{i=n+1}^{j} \left\{ \frac{\sum_{k=l}^{N} \left(m_{k} \sum_{l=k}^{N} H_{l}\right)}{k_{bi} + i\omega c_{bi}} \right\}$$

$$(18)$$

ここで、左辺を入力層床回転が存在する場合の同定関数 $F_{j}^{\theta}(\omega)$ とおき、新しい同定関数を定義する.これは、(2)式で定義したせん断型 モデルの同定関数 $f_{j}(\omega)$ の逆数に入力層床回転角の影響を表す関数 を乗じたものである.このとき、入力層床回転が存在する場合の同 定関数 $F_{j}^{\theta}(\omega)$ は次式のように表せる.

$$F_{j}^{\theta}(\omega) = \left(1 - H_{j} \frac{\Theta_{n}}{U_{j} - U_{j-1}}\right) \left\{ \frac{-\omega^{2} \sum_{i=j}^{N} m_{i}}{\left(U_{j-1}/U_{j}\right) - 1} \right\}^{-1} = \left\{G_{j}^{\theta}(\omega)\right\}^{-1} \left\{f_{j}(\omega)\right\}^{-1} (19)$$
$$G_{j}^{\theta}(\omega) = \left(1 - H_{j} \frac{\Theta_{n}}{U_{j} - U_{j-1}}\right)^{-1}$$
(20)

さらに、入力層床回転が存在する場合の同定関数  $F_i^{\theta}(\omega)$ の逆数を



 $f_i^{\theta}$ とすると、(19)式から次式のように表現できる.

$$f_{j}^{\theta}(\omega) = G_{j}^{\theta}(\omega) f_{j}(\omega)$$
(21)

よって、(19)式を入力層床回転が存在する場合の同定関数  $F_j^a(\omega)$  を 用いて表すと次式となる.

$$F_{j}^{\theta}(\omega) = \frac{1}{k_{sj} + i\omega c_{sj}} + \frac{H_{j}}{\sum_{i=j}^{N} m_{i}} \sum_{i=n+1}^{j} \left\{ \frac{\sum_{k=i}^{N} \left(m_{k} \sum_{l=k}^{N} H_{l}\right)}{k_{bi} + i\omega c_{bi}} \right\}$$
(22)

これは、2.2 節で紹介した既往の地動入力を想定した手法の曲げせん断型モデルの同定関数  $F_j(\omega)$ が、入力層床回転が存在する場合の同定関数  $F_j^{\theta}(\omega)$  に置き換わったことに相当し、次のように剛性の同定式が得られる.

$$k_{bj} = \frac{R_{j} + \frac{H_{j}}{\sum_{i=j}^{N} m_{i}} \sum_{i=j}^{N} \left\{ m_{i}(H_{i}^{s} - H_{j-1}^{s}) \right\}}{\lim_{\omega \to 0} \left[ \operatorname{Re} \left\{ F_{j}^{\theta}(\omega) \right\} \right] - \frac{H_{j}}{\sum_{i=j}^{N} m_{i}} \sum_{m=1}^{j-1} \left[ \frac{\sum_{i=m}^{N} \left\{ m_{i}(H_{i}^{s} - H_{m-1}^{s}) \right\}}{k_{bm}} \right]}{k_{bm}}$$
(23)  

$$\Xi \subseteq \overline{C}, \quad H_{j}^{s} \mid \exists H_{j}^{s} = \sum_{i=n+1}^{j} H_{i} \geq \overline{C} \le \overline{C}.$$

3.3 入力層床回転角の計測を必要としない剛性同定法

前節では、入力層床回転角を含む同定関数を用いて剛性の同定式 を導いたが、床回転角を精度よく計測するのは現実的に困難である ため、入力層床回転角の計測を必要とせず、水平方向の計測記録の みを用いる手法が望ましい.本節では、SR 剛性比率を用いて表現し た入力層床回転角 Θ<sub>n</sub>の振動数 0 の極限値の式((14)式)を用いて、 入力層床回転角の計測を必要としない剛性同定手法を提案する.

荷重入力層より上層の剛性の同定式((23)式)に含まれる「入力 層床回転が存在する場合の同定関数 $F_{j}^{\rho}(\omega)$ に関する項」は,(20)式 より次のように表現できる.

$$\lim_{\omega \to 0} \left[ \operatorname{Re} \left\{ F_{j}^{\theta}(\omega) \right\} \right] = \lim_{\omega \to 0} \left( \operatorname{Re} \left[ \left\{ G_{j}^{\theta}(\omega) \right\}^{-1} \left\{ f_{j}(\omega) \right\}^{-1} \right] \right) \\ = \operatorname{Re} \left[ \lim_{\omega \to 0} \left\{ G_{j}^{\theta}(\omega) \right\}^{-1} \times \lim_{\omega \to 0} \left\{ f_{j}(\omega) \right\}^{-1} \right]$$
(24)

さらに、この式に含まれる入力層床回転の影響関数 *G<sup>o</sup><sub>j</sub>*(ω)の極限値 を、(20)式を利用して層間変位 *V<sub>j</sub>*を用いて表すと次式となる.

$$\lim_{\omega \to 0} \left\{ G_j^{\theta}(\omega) \right\}^{-1} = \lim_{\omega \to 0} \left( 1 - H_j \frac{\Theta_n}{U_j - U_{j-1}} \right) = 1 - H_j \frac{\lim_{\omega \to 0} \Theta_n}{\lim_{\omega \to 0} V_j}$$
(25)

ここで, 3.2節で得られた入力層床回転角 Θ<sub>n</sub>の振動数 0 の極限値の 式((14)式)を(25)式に代入すると次式が得られる.

$$\lim_{\omega \to 0} \left\{ G_{j}^{\theta}(\omega) \right\}^{-1} = 1 - H_{j} \frac{\sum_{i=1}^{n} \left\{ \left( H_{i-1}^{m} \prod_{k=0}^{i-1} A_{k} \prod_{k=i}^{n} R_{k} \right) / R_{i} \right\}}{\prod_{i=1}^{n} \left( R_{i} + H_{i} H_{i-1}^{m} \right)} \frac{\lim_{\omega \to 0} V_{1}}{\lim_{\omega \to 0} V_{j}} \quad (26)$$

この層間変位の部分を書き換え, (4)式で定義した層間変位の比 g<sub>j</sub>で 表すと次式となる.

$$\lim_{\omega \to 0} \left\{ G_{j}^{\theta}(\omega) \right\}^{-1} = 1 - H_{j} \frac{\sum_{i=1}^{n} \left\{ \left( H_{i-1}^{m} \prod_{k=0}^{i-1} A_{k} \prod_{k=i}^{n} A_{k} \right) \right\}^{-1}}{\prod_{i=1}^{n} \left( R_{i} + H_{i} H_{i-1}^{m} \right)} \prod_{i=1}^{n-1} \left( \frac{1}{\lim_{\omega \to 0} g_{i}} \right)$$
(27)

以上より、入力層床回転が存在する場合の同定関数  $F_{j}^{o}(\omega)$ は、床 回転角を用いずに水平方向の計測記録のみで表現された.従って、 全層水平方向の計測記録と全層の SR 剛性比率  $\mathbf{R} = \{R_{j} = k_{bj} / k_{sj}\}$ 、さ らに荷重入力層以下の任意の1層のせん断剛性が決まれば、全層の せん断剛性と回転剛性が求められる(図9).入力層床回転角の計測 を必要としない剛性同定手法のフローチャートを図10に示す.2.3 節で示した頂部強制加振による同定法と同様に,第1層せん断剛性  $k_{s1}$ と全層の SR 剛性比率 R を未知変数として扱い,1~3 次固有円振 動数の参照値 $\omega^{(i)}$ と,曲げせん断型モデルの固有値解析から求めら れる固有円振動数 $\overline{\omega}^{(i)}$ との差を最小化するような第1層せん断剛性  $k_{s1}$ と全層の SR 剛性比率 R を逐次2次計画法により決定する.最小 化の目的関数は次式で与える.

$$J = \left|\overline{\omega}^{(1)} - \omega^{(1)}\right| / \omega^{(1)} + \left|\overline{\omega}^{(2)} - \omega^{(2)}\right| / \omega^{(2)} + \left|\overline{\omega}^{(3)} - \omega^{(3)}\right| / \omega^{(3)}$$
(28)

### 4. 数値シミュレーションによる提案手法の精度検証

本節では、5 層曲げせん断型モデルの第 3 層(天井位置)に 1 次 で共振するような周期 0.5[s]、振幅 2[kN]の正弦波(図 11)を外力 f(t)として作用させたとき(図 12)、Newmark- $\beta$ 法を用いた時刻 歴応答解析によって求めた各層の水平加速度  $u_j(t)$ に本手法を適用 する、同定対象モデルは、各層の質量  $m_j$ を 60[ton]、回転慣性  $I_j$ を



1.125×10<sup>6</sup>[kg・m<sup>2</sup>], 階高  $H_j & 4$ [m]とした.剛性は回転剛性を無限大 としたときの1次モードを直線形(1次固有周期を 0.1×5[層]=0.5[s] と仮定)としてせん断剛性  $k_{sj}$ を設定し, SR 剛性比率  $R_j(=k_{bj}/k_{sj})$ を通常の建物例から各層 3000として回転剛性  $k_{bj}$ を設定した(表1). 固有値解析により求めた同定対象モデルの固有振動数を表 2 に示す. この固有振動数を,逐次 2 次計画法において最小化する目的関数に 用いる参照値  $\omega^{(j)}$ とする.減衰係数  $c_{sj}$ ,  $c_{bj}$ に関しては,減衰の程 度は、同定精度に少なからず影響を及ぼすと考えられるが(減衰の 値を増加させた場合の誤差率の層方向の平均値は、せん断剛性では ほとんど変化しないが、回転剛性では若干増加する)、ARX モデル 次数を適切に選定することで、同等の結果が得られることを確認し ている.本節では、減衰マトリクスを 1 次減衰定数  $h^{(1)}$ が 2[%]の剛 性比例型とした場合についての結果のみを示す.

本数値シミュレーションでは、3.3 節に示した入力層の床回転角 を必要としない提案同定手法の時間領域での適用性及び同定精度の 検証を行うため、外力のみが作用した場合を「ノイズなし」のケー スとして扱う.一方、実計測記録では、種々の要因によるノイズの 影響で同定精度が不安定になることが予想されるため、地面の常時 微動による床応答をノイズとみなして各層の水平加速度に付加し、



j	せん断剛性 $k_{si}$	回転剛性 $k_{bi}$	SR 剛性比率 $R_i$
	$[\times 10^8 \text{N/m}]$	$[\times 10^{11} \text{Nm/rad}]$	[(Nm/rad)/(N/m)]
<b>5</b>	0.47	1.42	3000
4	0.85	2.56	3000
3	1.14	3.41	3000
2	1.33	3.98	3000
1	1.42	4.26	3000

表2 固有値解析より求めた固有振動数

次数	固有振動数[Hz]
1	1.96
2	4.87
3	7.73
4	10.57
5	13.40



図 14 層間変位比と伝達関数(上層床/下層床)の一例

表 3 同定結果							
	ノイン	ズなし	ノイズ付加			ノイズなし	ノイズ付加
層	せん断剛性 [N/m]	回転剛性 [Nm/rad]	せん断剛性 [N/m]	回転剛性 [Nm/rad]	次数	固有振動数 [Hz]	固有振動数 [Hz]
5	$0.49 \times 10^{8}$ (2.85%)	1.36×10 <sup>11</sup> (-4.10%)	$0.50 \times 10^{8}$ (4.56%)	1.49×10 <sup>11</sup> (4.54%)	1	1.96 (-0.00%)	1.96 (-0.00%)
4	0.86×10 <sup>8</sup> (1.21%)	2.47×10 <sup>11</sup> (-3.45%)	0.81×10 <sup>8</sup> (-4.78%)	2.49×10 <sup>11</sup> (-2.92%)	2	4.87 (0.01%)	4.87 (0.00%)
3	1.16×10 <sup>8</sup> (1.70%)	3.33×10 <sup>11</sup> (-2.45%)	1.14×10 <sup>8</sup> (-0.15%)	3.67×10 <sup>11</sup> (7.69%)	3	7.73 (-0.00%)	7.69 (-0.45%)
2	1.30×10 <sup>8</sup> (-1.96%)	3.90×10 <sup>11</sup> (-1.87%)	1.47×10 <sup>8</sup> (10.77%)	5.00×10 <sup>11</sup> (24.63%)	4	10.58 (0.08%)	10.48 (-0.89%)
1	1.37×10 <sup>8</sup> (-3.79%)	4.88×10 <sup>11</sup> (14.4%)	1.31×10 <sup>8</sup> (-8.10%)	4.59×10 <sup>11</sup> (7.63%)	5	13.34 (-0.42%)	13.70 (2.20%)

これを「ノイズ付加」のケースとして考える.本節で扱う常時微動 データは、5節に示す5層鋼構造骨組の実観測記録で得られた実測 データの振幅を1/6倍したものを使用した.これは、ノイズを考慮 しない強制加振時の各層の応答振幅のRMS値に対する常時微動の みが作用した時に生じる振幅のRMS値の比(いわゆるS/N比)が 概ね3%程度であることに対応している.

層間変位比*g*,と下層床に対する上層床の伝達関数*G*,の一例を図 14 に示す. *g*,は特にノイズの影響が大きいため、カットオフ周波 数 2.5[Hz]のローパスフィルターを適用した.さらに*g*,*G*,につい て、それぞれ ARX モデル(モデル次数 20,60)を用いて、ノイズ の影響を低減した(ARX モデルの推定誤差は、0.2%程度であること を確認している).

ノイズなし及びノイズ付加のケースについて、剛性と固有振動数 のそれぞれの同定結果を表3に示す.表内の割合は、正解値に対す る誤差率を表す.表より、ノイズなしの場合であっても、同定関数 の振動数0における極限値評価の精度に依存して同定結果にある程 度の誤差が生じている.一方、固有振動数は、高次まで精度よく対 応している(ノイズなしの場合、J = 0.0079%、ノイズ付加の場合、 J = 0.45%).

本提案手法では、せん断型モデルとして同定する従来の方法に比べて、高次の振動数が高い精度で一致する物理モデルが得られていることが分かる.一方、回転剛性に関しては、せん断剛性に比べて相対誤差が大きい.しかしながら、文献 25 で扱った頂部強制加振を対象とした同定手法においても、回転剛性の同定は困難であることが知られている.これは、回転剛性は固有振動数への影響が小さいことに起因すると考えられる.

### 5. 実大5層鋼構造骨組実験結果への適用

図 15 に示す実大 5 層鋼構造骨組の強制加振実験を行い、計測記

録に本手法を適用する.常時微動観測による1次固有振動数を参考 にして 5Fの柱に人力加振実験を行い,地面を除く全層で加速度を 収録した.常時微動観測による固有振動数は,地動に対する最上層 の伝達関数から1次2.42[Hz],2次7.46[Hz],3次12.10[Hz]のよう に得られた.

層間変位比*g*, と下層に対する上層の伝達関数*G*, の一例を図 16 に示す.*g*, の振動数0での極限値は正でなければ同定される剛性が 負になり非現実的であるが,図 14 では振動数0付近で負の値をと っている.これは主にセンサーの問題で計測記録のSN比が小さい ことに起因すると考えられる.比較的SN比の大きい時間帯(110-330 [s])を切り出し,帯域2-8[Hz]のバンドパスフィルターを適用して, *g*, の振動数0での極限値を評価した.*G*, ではさらにARXモデル (次数50)を用いた.剛性の同定結果を図17に示す.同時に行っ



7/1++			
<u>伏</u> 数	中間層強制加振 (本手法)	常時微動観測 (池田らの手法 <sup>24)</sup> )	頂部強制加振 (本手法)
1	2.42 (0.00)	2.40 (-0.83)	2.42 ( 0.00)
2	7.46 (0.00)	7.46 ( 0.05)	7.19 (-3.56)
3	12.10 (0.00)	12.11 (0.05)	11.98 (-1.01)
4	16.00 (15.59)	16.34 (18.06)	15.72 (13.61)

た常時微動観測記録を用いた池田らの手法による同定結果<sup>24)</sup>と比較 すると、せん断剛性は良好な精度で対応しているが、模擬数値シミ ュレーションによる検証(4節)と同様に、回転剛性の同定精度は 少し不安定である.また、せん断剛性においても、第4層で1.5倍 程度の誤差が見られる.これは、人力加振実験での実際の加振位置

(5F柱)と,曲げせん断型モデルで設定した強制加振位置(5F床) の間にずれがあることが問題であると考えられる.それに加え,実際の骨組の固有振動数を曲げせん断型モデルで再現させている点も 影響していると考えられる.

参考のため、同骨組に対する常時微動観測記録を用いた畠山らの 手法による同定結果<sup>22)</sup>も図 17 に示す.ただし、質量や固有振動数 などのモデル設定が異なる点に注意が必要である.剛性同定値を用 いた固有値解析で得られる固有振動数の同定値を表4に示す.固有 振動数の誤差率は、常時微動観測による固有振動数値からの誤差率 である.他の手法やせん断型モデルを用いた場合と比較しても、骨 組の固有振動数と高次まで精度よく一致するような剛性が同定され ていることがわかる.

### 6. 結論

任意の中間層に未知の強制加振源が存在する場合に,水平方向の 加速度計測記録のみから曲げせん断型モデルの全層の剛性(せん断 剛性及び回転剛性)を同定する手法を提案した.中間層強制加振時 の荷重入力層より上層部については地動入力の理論を用いるが,曲 げせん断型モデルの場合は荷重入力層の床回転角が存在するため, 地面の回転を考慮していない既往の同定手法を直接適用するのは困 難である.そこで,地動水平変位に加え,地動回転の入力を受ける 曲げせん断型モデルに対する同定関数を導いた.すなわち,入力層 床回転が存在する場合の同定関数は,隣接層の層間変位の比の振動 数0における極限値を用いることにより,入力層床回転角を用いず に水平方向の計測記録のみで表現されることを明らかにした.本手 法では,建物の固有振動数(1~3 次程度)が別途得られているもの とし,それと一致するように SR 剛性比率(せん断剛性に対する回 転剛性の比率)を決定することで,全層のせん断剛性と回転剛性が 同定可能である.

模擬数値シミュレーションにより本手法の妥当性を示した.その 結果,せん断剛性については安定した結果が得られるものの,回転 剛性については,その固有振動数への寄与が少ないことなどにより 少し不安定な結果となることを明らかにした.また,実建物に対す る強制加振実験の実計測記録に対して本手法を適用し,せん断剛性 及び回転剛性を同定した.曲げ変形の影響を考慮することができる 曲げせん断型モデルとして同定することにより,常時微動観測によ り得られた3次までの固有振動数と精度よく一致することを確認し た.従来のせん断型モデルとして同定した場合では2次,3次の固 有振動数に誤差が生じており,曲げせん断型モデルを用いる本手法 の優位性を示すものである.しかしながら,回転剛性については安 定性及び精度の問題が存在すると考えられ,今後改善の余地がある.

物理パラメターを同定する手法として,発見的手法をベースにした最適化手法(例えば,GA等)を用いる方法が多く提案されているが<sup>28-30</sup>,これらの手法の多くは,入出力データの選定(応答計測を行う層位置の決定)が使用者の経験に委ねられ,同定精度に影響す

る.一方,本手法では,連続2層の床応答の計測のみで同定を行う ことが可能であり,全層の同時計測は不要である.また,曲げせん 断型モデルのせん断剛性については高い精度で同定が可能であるこ とを示した.実計測記録を用いる場合には,フィルター処理やARX モデルを用いることでノイズの影響を効果的に低減できることを明 らかにした.

#### 謝辞

本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費補助金 (No.24246095, No.15H04079) による. ここに記して謝意を表する.

### Appendix 1 ARX モデルによる伝達関数<sup>17)</sup>

振動数  $\omega \to 0$  近傍で,同定に用いる振動数領域の同定関数の値が乱れ,極限 値の評価が困難である問題点に対して,前田らは時系列モデルである ARX モ デルを用いて得られるノイズを除去した伝達関数を利用する手法<sup>17</sup>を適用し ている.この手法を本提案手法でも用いるため,その概要を示す.

kを離散時間, yを出力, uを入力, wを白色雑音とすると, ARX モデルは 次式で表現できる <sup>27)</sup>.

 $y(k)+a_1y(k-1)+\dots+a_ny(k-n_a)=b_1u(k-1)+\dots+b_nu(k-n_b)+w(k)$  (A1)  $a_j,b_j$ は、モデルの性質を表わすモデルパラメター(それぞれ  $n_a,n_b$  個)である. ここで、シフトオペレータqの関数として伝達関数Gは次式で表される.

G(q) = B(q)/A(q) (A2)

ただし,

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{n_s} q^{-n_s}$$
(A3)  
$$P(a) = b_1 a^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{n_s} q^{-n_b}$$
(A4)

$$B(q) = b_1 q + b_2 q + \dots + b_{n_b} q \tag{A4}$$

Z変換とフーリエ変換の関係は、円振動数 ωとサンプリング周期 T<sub>0</sub>を用い て次式で与えられる.

$$q = e^{i\omega T_0} \tag{A5}$$

(A3)式の q を変数とする伝達関数 G(q)は、次式のように円振動数 ωを変数と する伝達関数に書き換えることができる.

$$G(\omega) = \frac{b_1 e^{-i\omega T_0} + b_2 e^{-2i\omega T_0} + \dots + \dot{b}_n e^{-m\omega T_0}}{1 + a_1 e^{-i\omega T_0} + a_2 e^{-2i\omega T_0} + \dots + a_n e^{-m\omega T_0}}$$
(A6)

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n_a} \end{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_{n_b} \end{bmatrix}^{t}$$
(A7)

 $\varphi(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) & -y(k-2) & \cdots & -y(k-n_a) \end{bmatrix} u(k-1) & u(k-2) & \cdots & u(k-n_b) \end{bmatrix}^T$ (A8)

時刻 (k-1) までに測定された入出力データに基づいた時刻 k での出力の予測 値  $\hat{y}$  は、パラメターベクトル  $\Theta$  とデータベクトル  $\varphi(k)$ を用いて次式で表現さ れる.

$$\hat{y}(k;\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varphi}(k) \tag{A9}$$

ARX モデルの予測誤差 e は次式で表現できる.

$$\varepsilon(k,\mathbf{\theta}) = y(k) - \hat{y}(k;\mathbf{\theta}) = y(k) - \mathbf{\theta}^{T} \mathbf{\phi}(k)$$
(A10)

パラメターベクトル **θ** を推定するための評価関数 J を次式のように定めると、パラメター推定問題に対して最小二乗法が適用できる.

$$J_{N_d}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_d} \varepsilon^2(k; \boldsymbol{\theta})$$
(A11)

ここで N<sub>d</sub>は入出力それぞれのデータ数とする.このとき 0 の推定問題は次式の線形連立方程式を解くことに帰着される.

$$R\theta = f$$
 (A12)

ただし,

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N_d} \boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\Phi} , \quad \mathbf{f} = \frac{1}{N_d} \boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}} \mathbf{y}$$
(A13a,b)

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}(1) & \boldsymbol{\varphi}(2) & \cdots & \boldsymbol{\varphi}(N_d) \end{bmatrix}^T$$
(A14)

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \cdots & y(N_d) \end{bmatrix}^T$$
(A15)

よって、Na対の入出力データの測定値に基づく未知パラメターの最小二乗推 定値は次式で表される.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}$$
 (A16)

また、下層床に対する上層床の伝達関数に ARX モデルを用いる場合には、 下層床に対する上層床の伝達関数が満たす条件(実部が ω→0 において 1 に 収束すること,及び伝達関数虚部の勾配が ω→0 において 0 に収束すること) から、ARX モデルパラメターが満たすべき式が次のように導ける.

$$\sum_{k=1}^{n} a_k + 1 = \sum_{k=1}^{n} b_k \tag{A17}$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} (n-k)b_k \left\{ 1 + \sum_{k=1}^n a_k \right\} = \sum_{k=1}^n b_k \left\{ n + \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)a_k \right\}$$
(A18)

伝達関数実部に関する(A17)式と虚部に関する(A18)式を制約条件として ARX パラメターの推定を行うと、N層せん断型モデル(第j層の質量 $m_j$ )の 同定関数 $f_i(\omega)$ の $\omega \rightarrow 0$ における極限値が次式のように表される.

$$\lim_{\omega \to 0} \left[ \operatorname{Re} \left\{ f_j(\omega) \right\} \right] = \frac{\sum_{i=j}^{N} m_i}{\operatorname{Re} \left( A_2 \right)}$$
(A19)

ただし,

$$A_{2} = -\frac{T_{0}^{2}}{2} \left[ \frac{\sum_{k=1}^{n-1} \left\{ (n-k)^{2} b_{k} \right\}}{1+\sum_{k=1}^{n} a_{k}} - \frac{\left[ n^{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \left\{ (n-k)^{2} a_{k} \right\} \right] \sum_{k=1}^{n} b_{k}}{\left( 1+\sum_{k=1}^{n} a_{k} \right)^{2}} - 2 \frac{\left[ n+\sum_{k=1}^{n-1} \left\{ (n-k) a_{k} \right\} \right] \sum_{k=1}^{n-1} \left\{ (n-k) b_{k} \right\}}{\left( 1+\sum_{k=1}^{n} a_{k} \right)^{2}} + 2 \frac{\left[ n+\sum_{k=1}^{n-1} \left\{ (n-k) a_{k} \right\} \right]^{2} \sum_{k=1}^{n} b_{k}}{\left( 1+\sum_{k=1}^{n} a_{k} \right)^{2}} \right]^{(A20)}$$

#### 参考文献

- Housner, G.W., et al., Special issue; Structural control: past, present, and future. J. Engng. Mech., ASCE, 123(9), pp.897-971, 1997.9.
- Proc. of the Fifth World Conference on Structural Control and Monitoring (5WCSCM), Tokyo, 2010.7.
- 3) 濱本卓司,森田高市,勅使川原正臣:複数モードの固有振動数変化を用いた多層建築物の層損傷検出,日本建築学会構造系論文集,No.560, pp.93-100, 2002.10.
- 4) 吉元伶毅,三田 彰:部分空間法及び部分構造アプローチを用いた免震構 造物の層剛性及び減衰の同時同定,日本建築学会構造系論文集,No.569, pp.31-36,2003.7.
- 5) 吉元怜毅,三田 彰:多入力多出力モデルに基づく建築構造パラメターの オンライン同定,日本建築学会構造系論文集,No.574, pp.39-44, 2003.12.
- 6) 池田芳樹:モード情報との整合性を考慮したせん断振動型建物の層剛性の同定,日本建築学会構造系論文集,No.646, pp.2237-2243, 2009.12.
- 7) 濱本卓司,森田高市,相馬澄子:逐次最小二乗法による多層建築物の地震 損傷追跡,日本建築学会構造系論文集,No.603, pp.39-46, 2006.5.
- 8) 斎藤知生:モード解析型多入力多出力ARXモデルを用いた高層建物のシ ステム同定,日本建築学会構造系論文集,No.508, pp.47-54, 1998.6.
- 9) 塩田寿美子,遠藤龍司,登坂宣好:フィルタ理論に基づくフレーム構造物の損傷同定解析,日本建築学会構造系論文集,No.605, pp.95-102, 2006.7.
- Hernandez-Garcia, M.R., Masri, S.F., Ghanem, R., Figueiredo, E., and Farrar, C.R., An experimental investigation of change detection in uncertain chain-like systems. *J. Sound Vib.*, 329(12), pp.2395-2409, 2010.
- 11) Hernandez-Garcia, M., Masri, S.F., Ghanem, R., Figueiredo, E. and Farrar, R.A., A structural decomposition approach for detecting, locating, and quantifying nonlinearities in chain-like systems. *Structural Control and Health Monitoring*, 17(7), pp.761-777, 2010.
- Hart, G.C. and Yao, J.T.P., System identification in structural dynamics. J. Engng. Mech. Div., ASCE, 103(EM6), pp.1089-1104, 1977.
- Beck, J.L. and Jennings, P.C., Structural identification using linear models and earthquake records. *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, 8, pp.145-160, 1980.
- 14) Safak, E., Adaptive Modeling, Identification, and control of dynamic structural systems. I: Theory. J. Engng. Mech., ASCE, 115(11), pp.2386-2405, 1989.
- 15) 中村 充, 竹脇 出, 安井 譲, 上谷宏二:限定された地震観測記録を用

いた建築物の剛性と減衰の同時同定,日本建築学会構造系論文集, No.528, pp.75-82, 2000.2.

- 16) Udwadia, F.E., Sharma, D.K. and Shah, P.C., Uniqueness of damping and stiffness distributions in the identification of soil and structural systems. J. Appl. Mech., ASME, 45, pp.181-187, 1978.
- 17)前田朋宏,吉富信太,竹脇 出:限定された地震観測記録とARXモデルを 用いた建物の剛性・減衰同定法,日本建築学会構造系論文集,No.666, pp.1415-1423,2011.8
- 18) Şafak, E., Identification of linear structures using discrete-time filters. J. Struct. Eng., Vol.117, No.10, pp.3064-3085, 1991.10.
- 19) 金城陽介,吉富信太,竹脇 出:部分空間法と同定関数を用いた建築構造 物のシステム同定,日本建築学会大会学術講演梗概集,構造II,pp.593-594, 2012.
- 20) Kuwabara, M., Yoshitomi, S. and Takewaki, I., A new approach to system identification and damage detection of high-rise buildings. *Structural Control and Health Monitoring*, 20(5), pp.703-727, 2013.
- 21) Minami, Y., Yoshitomi, S. and Takewaki, I., System identification of super highrise building using limited vibration data during the 2011 Tohoku (Japan) earthquake. *Structural Control and Health Monitoring*, 20(11), pp.1317-1338, 2013.
- 22) 畠山直己, 松島信一, 川瀬 博: 観測記録に基づく実大鉄骨架構の物理パ ラメタの同定に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No.701, pp.905-912, 2014.7.
- 23)池田芳樹,花房広哉:地震観測に基づく曲げせん断型建物モデルの剛性の 直接同定法,日本建築学会構造系論文集,No.705, pp.1601-1611, 2014.11.
- 24) Ikeda, A., Fujita, K. and Takewaki, I., Story-wise system identification of shear building using ambient vibration data and ARX model, *Earthquakes and Structures*, Vol.7, No.6, pp.1093-1118, 2014.
- 25)南 良忠,城野みなみ,藤田皓平,竹脇 出:建物内部に未知の振動源を 有する高層建物の曲げせん断型モデルとARXモデルを用いた剛性同定法, 日本建築学会構造系論文集, No.690, pp.1405-1412, 2013.8.
- 26) 吉富信太,前田朋宏,竹脇 出:内部に未知の振動源を有する建物の剛性 と減衰同定法,日本建築学会構造系論文集,No.645, pp.1983-1991,2009.11.
- 27) 足立修一:システム同定の基礎,東京電機大学出版局,2009.
- 28) Koh C.G., Hong B. Liaw C.-Y., Parameter identification of large structural systems in time domain, *Struct. Engng.*, 126(8), pp.957-963, 2000.
- 29) Koh C.G., Chen Y.F., Liaw C.-Y., A hybrid computational strategy for identification of structural parameters, *Comp. Struct.*, 81(2), pp.107-117, 2003.
- 30) Franco G., Betti R., Lus H., Identification of structural systems using an evolutionary strategy, J. Engng. Mech., ASCE, 130(10), pp.1125-1139, 2004.

# STIFFNESS IDENTIFICATION OF BUILDING WITH UNKNOWN VIBRATION SOURCE USING BENDING-SHEAR MODEL AND ARX MODEL

### Minami SHIRONO\*, Kohei FUJITA\*\* and Izuru TAKEWAKI\*\*\*

\* Grad. Stud., Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ.
 \*\* Assist. Prof., Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.
 \*\*\* Prof., Dept. of Architecture and Arch. Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

As an important engineering technique for the structural safety assessment or detection of structural damages, various system identification (SI) methodologies for civil structures have been studied so far. The physical parameter SI is aimed at identifying the physical parameters of a model, e.g. shear stiffnesses and damping coefficients in a shear building model. Since the influence of bending deformation included in the interstory drift at the upper story of a high-rise building can't be neglected, it is difficult to identify the shear stiffness of the model by applying several proposed SI methods for the shear model. In such case, SI techniques using a bending-shear model can be one of the promising solutions. However, past researches were focused on the cases under earthquakes ground motions, micro tremors or an unknown vibration source at the top.

In this paper, a new stiffness SI method for a building structure is proposed using a bending-shear model in the case where the building includes an unknown vibration source in the middle story. It is shown that the stiffnesses above the vibration source are determined by the sophisticated theory based on SI method of a bending-shear model for the base input, and those below the vibration source are obtained by the theory for the top forced input. From a theoretical point of view, it should be noted that, since the rotational input exists in the bending-shear model, the SI method, which can take into account both horizontal and rotational inputs simultaneously, has to be developed. However, the measurement of the floor rotational angle is difficult in reality. Therefore, a sophisticated SI algorithm without the measurement of the floor rotational angle is desired in the SI theory above the vibration source. It has been made clear that the identification function for the base input with a rotational input can be expressed without the rotational angle of the base by taking into account the limit at zero frequency of the inter-story drift ratio of the consecutive stories.

The ratios between shear stiffnesses of consecutive stories can be obtained from the floor acceleration data and the ratios of the story rotational stiffness to the shear stiffness (SR stiffness ratio). For identification of shear and bending stiffnesses at all the stories, an arbitrary shear stiffness coefficient (e.g. first story) and the SR stiffness ratios need to be determined. These parameters are determined by satisfying the compatibility of lower natural frequencies (e.g. first, second and third) between the identified bending-shear model and the actual building structure (micro tremor). An optimization approach using the Sequential Quadratic Programming method is applied to solve this problem.

The validity of the proposed SI method is examined through numerical simulation and actual recorded data obtained by a forced vibration test. It has been made clear that, (i) while shear stiffnesses can be determined in a stable and accurate manner, rotational stiffnesses exhibit a rather unstable characteristic, (ii) a few lower natural frequencies of an actual rather slender building can be identified by a bending-shear model better than a shear model.

(2015年5月2日原稿受理, 2015年7月6日採用決定)