

# MHD 近似限界に迫る地球磁気圏 MHD シミュレーション

深沢 圭一郎

京都大学 学術情報メディアセンター

## 1. はじめに

太陽を起源とする太陽風プラズマは地球の磁場と相互作用することで、磁気圏と呼ばれる領域を作り、様々な電磁気現象を宇宙空間だけでなく、地上を含む人類の生活圏に影響を与えています。このような宇宙環境の変動を宇宙天気と呼んでいます。宇宙天気現象がまとめたものが図1になります。例えば、大規模な太陽フレアが起きた場合、磁気圏と太陽風プラズマが相互作用することでオーロラが生成され、その中で流れる電流による誘導電流が地上の送電線に流れることで、停電、電子機器の誤作動などが引き起こされます（過去にアメリカ、スウェーデンで実際に停電が起きています）。太陽活動を入力だとすると、磁気圏という関数を通り、その結果としてこのような現象が生成されていると理解できます。そのため、磁気圏を理解することが、宇宙天気の物理的な理解につながります。

地球磁気圏は地磁気の勢力範囲であるために目には見えませんが、非常に大きく、太陽と反対方向に60万 km を超えて広がっています。その磁気圏中で

は、小さな現象では~10 m、大きいものでは~10<sup>8</sup> m スケールで様々な現象が起きており、マルチスケール環境となっています。そのため、探査機を利用したその場観測だけでは、そこで起きる現象を完全に理解できません。そのため、この分野では数値シミュレーションが非常に大きな役割を果たしてきています。近年では、複数探査機による同時観測や観測機器の精度向上により、従来の数値シミュレーションでは対応できない現象が確認されており、更にはそのような現象が磁気圏全体に影響を与えていると考えられてきています。そのため、真の磁気圏、宇宙天気の理解のためにより高解像度な数値シミュレーションが求められています。

ミクروسケールを含む宇宙プラズマの振る舞いを調べる場合、無衝突ボルツマン方程式であるブラソフ方程式やプラズマ粒子の運動を解く粒子法を用いてシミュレーションを行います。地球磁気圏のようなマクロな領域では磁気流体力学 (MHD) 近似がよく成り立つため、MHD シミュレーションを利用して、太陽風プラズマと磁気圏の相互作用といった

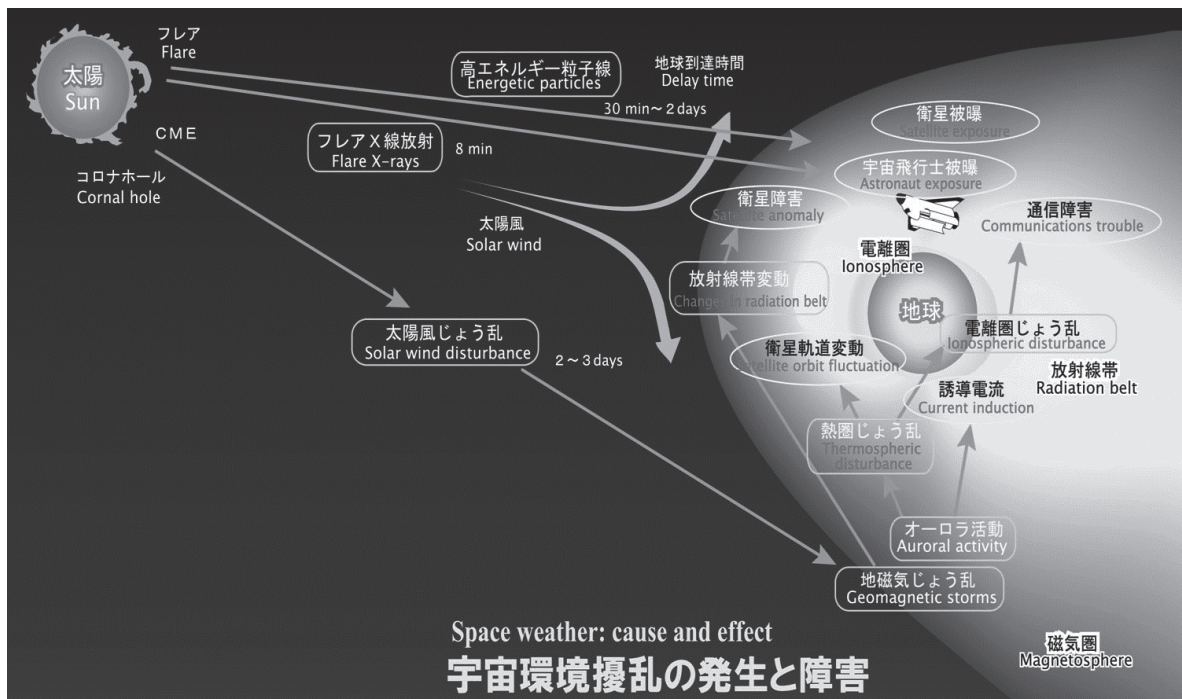


図1：ジオスペースにおける代表的な宇宙天気現象（情報通信研究機構提供）

グローバルな宇宙天気を調べています。地球磁気圏における MHD 近似が成り立つ限界の空間スケールは約 50 km ですが、計算機資源の制限により、2,000 km 程度の解像度が広く用いられており、最新の HPC プロジェクトにより約 600 km の解像度での計算が限定的に実行されているのが現状です。つまり、MHD 近似が成り立つ 10 倍程度の解像度を利用した計算が行われているに過ぎず、我々が今までに見てきた数値シミュレーション結果は、現実の構造とは異なっている可能性があります。実際に 600 km 解像度シミュレーションの結果は、2,000 km 解像度の結果と比べて、磁気圏がダイナミックに変化する様子が示されています。そこで、HPCI 課題の一つとして SX-ACE を用いて、MHD 近似に近い 100km 解像度でシミュレーションを行っています。

## 2. MHD シミュレーションモデル

宇宙プラズマの密度はとて低いために、その平均自由行程が非常に長くなります。例えば、太陽プラズマの平均自由行程は 1 天文単位（太陽と地球間の距離）にも達します。そのため、宇宙プラズマは基本的に衝突が無いと見なされます。その無衝突プラズマ（宇宙プラズマ）の振る舞いは以下の Vlasov（無衝突 Boltzmann）方程式によって記述されます。

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{r}} + \frac{q_s}{m_s} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (1)$$

ここで  $\vec{E}$ 、 $\vec{B}$ 、 $\vec{r}$  と  $\vec{v}$  はそれぞれ電場、磁場、距離、速度を表します。また、 $f_s(\vec{r}, \vec{v}_s, t)$  は位置-速度位相空間における 7 次元分布関数であり、 $s$  はイオンや電子など種類を示します。 $q_s$  は電荷を  $m_s$  は質量を表します。Vlasov 方程式は 7 次元を扱うため、グローバルな領域を解く際に、非常に大きい計算サイズとなってしまいます。そこで、Vlasov 方程式(1) の 0 次、1 次、2 次のモーメントをとり、運動論的効果を見捨てることで、速度位相空間を平均化することで、下記のような MHD 方程式が得られます。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\mathbf{v}\rho) \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \mathbf{J} \times \mathbf{B} \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -(\mathbf{v} \cdot \nabla) p - \rho \nabla \cdot \mathbf{v} \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \end{aligned} \quad (2)$$

上から、連続の式、運動方程式、圧力変化の式（エネルギーの式）、最後に磁場の誘導方程式です。簡単に言えば、電磁場を考慮した流体力学方程式と呼べます。詳細は参考文献(1)をご参照ください。

MHD 方程式を解く数値計算法としては、Modified Leap Frog (MLF)法を使用しています(2)。この手法では最初の 1 回を two step Lax-Wendroff 法で解き、続く  $(l - 1)$  回を Leap Frog 法で解き、その一連の手続きを繰り返します。 $l$  の値は数値的に安定の範囲で大きい方が望ましいので、2 次精度の中心空間差分を採用するとき、数値精度の線形計算と予備的シミュレーションから  $l = 8$  に選んでいます。MLF 法は、two step Lax-Wendroff 法の数値的安定化効果を一部取り入れて、Leap Frog 法の数値的減衰と分散の小さい効果をより多く取り入れた、数値的減衰と分散にバランスの良くとれた一種の組み合わせ計算方法です。今まで様々な計算機上で、この手法による計算の性能評価を行ってきたこともあり、MLF 法を用いることで、過去の結果と比較できる利点もあります。

並列化には MPI を使用して 3 次元領域分割を用いています。SX-ACE では MHD コードを利用したベンチマークの結果により、ベクトル長が長くなる 2 次元領域分割を用いた方が、性能が高くなりますが、3 次元領域分割において、各次元の計算サイズを調整することで同様の性能を出すことが可能となっています。

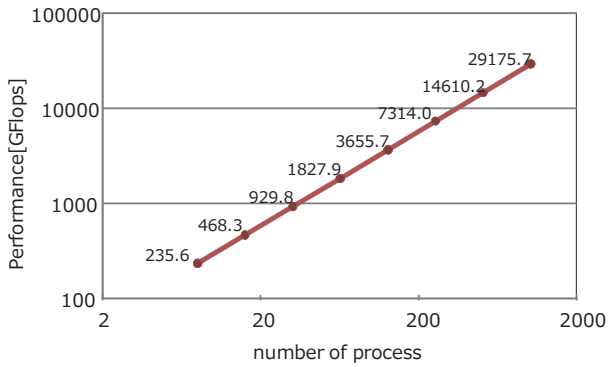


図 2 : SX-ACE における MHD コードの性能

### 3. 性能測定

本稿で紹介している MHD シミュレーションですが、これまでに様々な計算機システム上で計算を行っており、また性能測定も行ってきました。今回 SX-ACE を利用するに当たって、東北大学の江川先生と磯部研究員にご協力をいただき (H27 年 JHPCN 課題として)、前述のように MHD シミュレーションコードを SX-ACE に対して最適化を行いました。図 2 に最適化結果を載せていますが、最終的には weak scaling において 1024 プロセス (256 ノード) を用いて、44.5% の実行効率と 99.997% の並列化効率を達成しています。これまでの MHD シミュレーションの性能評価と今回の結果を比べた結果を表 1 に示しています。実行効率では他のシステムと比べてかなり高い値を達成しており、ノード当たりの実効性能を見てみると、京コンピュータなどを大幅に超える性能を示していることが分かります。HPCI 課題として SX-ACE を利用しており、利用コストについては議論できませんが、いわゆるスーパーコンピュータを利用して計算を行っている身としては、MHD シミュレーションにとって、非常に研究 (計算) が進む計算機と言えます。

### 4. シミュレーション結果

現在、SX-ACE を 256 ノード (1024 コア) 用いて、 $6000 \times 4000 \times 4000$  のシミュレーションボックスを解像度  $0.015 R_E$  ( $1 R_E = 6371 \text{ km}$ : 地球半径) で計算を行っています。太陽から吹いてくるプラズマである太陽風は磁場 (IMF: 惑星間空間磁場) も引き連

表 1: 様々な計算機システム上での MHD コードの性能

	CPU	Rmax [TFlops]	Rpeak [TFlops]	Rpeak / CPU [GFlops]	実行効率 [%]	CPU architecture
SX-ACE	256	65.50	29.20	114.0	45	Vector
K	2768	4194.30	914.12	27.9	22	SPARC64 VIIIfx
FX10	4800	1135.41	234.59	48.9	21	SPARC64 IXfx
FX100	512	576.72	91.49	178.7	17	SPARC64 XIfx
CX400	2952	510.11	104.23	35.3	20	Xeon (SB)
HA8000	1930	500.26	83.42	43.2	17	Xeon (IB)
XC30-HSW	32	16.49	1.37	42.8	8	Xeon (HSW)
SR16000/L2	672	25.27	5.38	8.0	21	POWER6
Xeon Phi 5120	1	1.00	0.08	84.0	8.4	Knights Corner
Tesla K20X	1	1.31	0.15	153.3	11.7	Kepler

れており、その磁場の向きによって地球磁気圏の構造は大きく変化します。図 3 に IMF が北向き、南向きの場合の計算結果を載せます。図は赤道面のプラズマ温度、プラズマの動き、磁場強度を示しています。

IMF が北向きの計算結果では、磁気圏の側面に沿って渦構造 (A) が見えています。地球磁気圏では磁気圏内への太陽風プラズマ流入経路として、磁気圏側面での渦構造によるミキシングが考えられており (3)、実際に地球磁気圏探査衛星が渦構造を観測しています。しかしながら、空間構造把握や変動の時空間分離は探査機の観測からは難しく、数値シミュレーションでの再現が期待されていますが、今まで北向き IMF 印加時のグローバル磁気圏計算においてほとんど渦形成の報告はありません。しかし、今回の計算のような、大規模で高解像度な計算では、その構造が見えてきています。

また、南向きの IMF を印加した場合は、これまでグローバル磁気圏計算では渦構造が現れやすいことが分かっていました。今回の計算でも渦構造 (B) がきれいに見えます。地球のプラズマ対流構造から、従来この渦は太陽と地球を結ぶ線に対称に現れていましたが、ここでは片方にしか現れていません。これも観測ではありましたが、計算では、見えていませんでした。今回の計算から、ごく小さいプラズマ対流が片側だけで渦構造を作っていることが分かっています。



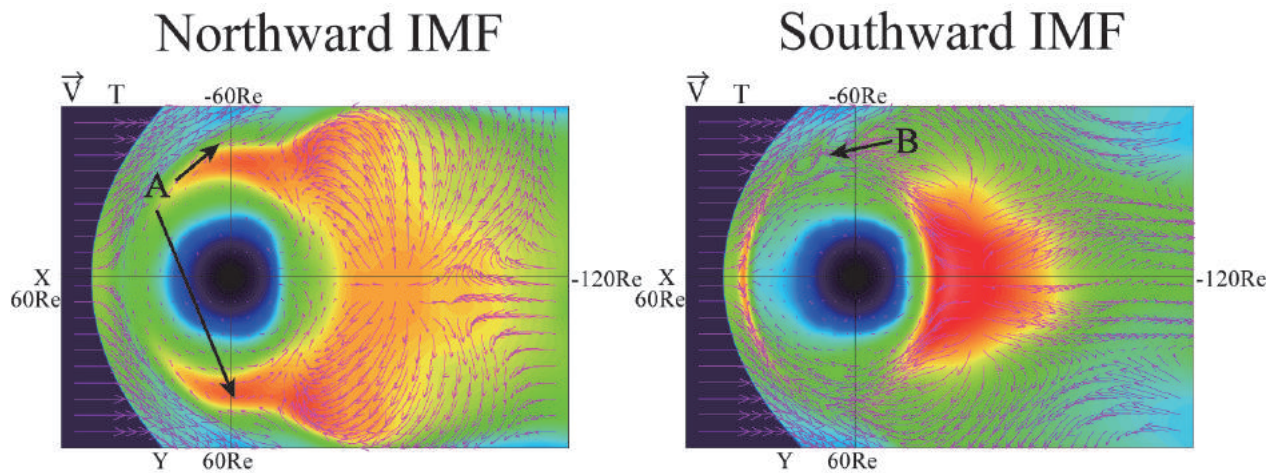


図3：磁気圏シミュレーション結果（赤道面におけるプラズマ温度とプラズマの動き）

## 5. まとめ

太陽と地球の間には目には見えませんが、プラズマや磁場が相互作用し、様々な現象が起きています。このような現象を宇宙天気と呼んでいます。目に見えるものだとオーロラも宇宙天気の一つとなります。このようにオーロラから太陽と地球の間の現象を繋げて研究を行わなければならないので、探査機による観測などでは、限界が有り、数値シミュレーションが大きな役割を果たしています。このような大きな領域を高精細に解く必要があるため、スーパーコンピュータが利用されてきており、現在はSX-ACEを利用して計算を行っています。

SX-ACE は今では世界的に珍しくなったベクトル機ですが、前機種など（SX-9、SX-8）に比べ、実行効率が昔のベクトル機に近くなっているため、シミュレーションを効率的に進めることができます。その結果として、二例ほど紹介しましたが、これまでに見たことが無い計算結果を得られています。

シミュレーション屋としては、速く計算できればどんな計算機システムでも構わないので、現在もSPARC系やx86系も利用しています。このような状況でもSX-ACEのように実利用時に大規模で高速に計算ができる計算機（理論性能だけ高い計算機は好ましくない）であれば、ベクトル機の優位性もあるように思います。効率の良く研究を進めるためにも、次世代ベクトル機にも同様の特徴が引き継がれることを祈っています。

## 参考文献

- (1) R. O. Dendy, Plasma Dynamics, Oxford University Press, 1990.
- (2) T. Ogino, R. J. Walker, M. Ashour-Abdalla, A global magnetohydrodynamic simulation of the magnetopause when the interplanetary magnetic field is northward, IEEE Trans. Plasma Sci.20, 817-828, 1992.
- (3) H. Hasegawa, M. Fujimoto, T.-D. Phan, H. Rème, A. Balogh, M. W. Dunlop, C. Hashimoto & R. TanDokoro, Transport of solar wind into Earth's magnetosphere through rolled-up Kelvin-Helmholtz vortices, Nature 430, 755-758, doi:10.1038/nature02799, 2004.