

氏 名	長 沼 英 久 なが ゑま ひで ひさ
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 386 号
学 位 授 与 の 日 付	昭 和 47 年 5 月 23 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	On a coincidence of two Dirichlet series associated to cusp forms of Hecke's "Neben" type and Hilbert modular forms over a real quadratic field (ヘッケのネーベン型尖点形式と実 2 次体上のヒルベルト保型形式に対応する二つのザリクレ級数のある一致について)
論文調査委員	(主 査) 教 授 永 田 雅 宜 教 授 佐 藤 幹 夫 教 授 吉 沢 尚 明

論 文 内 容 の 要 旨

従来、整数論において(1変数及び多変数をもこめて)保型形式及びそれに対応して得られる Dirichlet 級数の研究は、主に、それらの個々の整数論的性質を調べることに集中し、相互の間の関係を研究することとはなされていなかった。申請論文では、題目の示す通り、複素上半平面に作用する 2 つの異なる不連続群に関する保型形式に対応する Dirichlet 級数の関係を求めることを目標としている。すなわち、代数拡大とし有理数体 Q とその実 2 次拡大体 $Q(\sqrt{q})$ (q は素数, $\equiv 1 \pmod{4}$, $Q(\sqrt{q})$ の類数 = 1) をとり、 Q の整数環 Z と、 $Q(\sqrt{q})$ の整数環 $\mathfrak{o}$ とをそれぞれ係数とする 2 つの群、 $\Gamma_0(q) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL_2(Z) \mid C \equiv \text{mod } q \right\}$ 及び $SL_2(\mathfrak{o})$ に対し、前者に関する 1 変数尖点形式(Neben 型)と後者に関する 2 変数 Hilbert 保型形式との関連を明らかにしている。その結果は、まさしく、代数拡大体のゼータ函数における分解定理と類似するものであり、この事実の意味することは極めて注目に価するものである。先ず、 $\Gamma_0(q)$ に関する重さ k の (Neben 型) 尖点形式 $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{2\pi i n z}$ (この $f(z)$ は Hecke 作用素の同時固有函数になっているものとする) 及び $f_{\rho}(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{\rho} e^{2\pi i n z}$ (ρ は複素共役) に対応し、2 つの Dirichlet 級数 $L(s, f) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-s}$ 及び $L(s, f_{\rho}) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{\rho} n^{-s}$ を考察する。次に、与えられた実 2 次体 $Q(\sqrt{q})$ において、素 ideal $\mathfrak{p}$ に対し

$$\mathfrak{p} \cdot \mathfrak{p}' = \mathfrak{p} (\mathfrak{p} \neq \mathfrak{p}') \text{ のとき } C_{\mathfrak{p}} = C_{\mathfrak{p}'} = a_{\mathfrak{p}}$$

$$\mathfrak{p} = (p) \text{ のとき } C_{\mathfrak{p}} = a^2 p + Z p^{k-1}$$

$$\mathfrak{p} = (\sqrt{q}) \text{ のとき } C_{\mathfrak{p}} = a_q + a_q^{\rho}$$

で $C_{\mathfrak{p}}$ を定義する (一般の ideal $\mathfrak{a}$ に対しては $C_{\mathfrak{a}}$ を乗法的に $C_{\mathfrak{p}}$ の巾積で定義する)。この $C_{\mathfrak{a}}$ によって

$$L(s, f) \cdot L(s, f_{\rho}) = \sum_{\mathfrak{a}} C_{\mathfrak{a}} N_{\mathfrak{a}}^{-s}$$

が示され、 $L(s, f) \cdot L(s, f_{\rho})$ は実 2 次体 $Q(\sqrt{q})$ 上の 1 つの Dirichlet 級数を定めるが、実は、複素上

半平面 H の 2 個の直積 $H \times H$ 上の函数

$$h(Z_1, Z_2) = \sum_{\mu \in D^+/E^+} C(\mu) \sum_{\nu \in E^+} e^{\frac{2\pi i}{\sqrt{q}}(\epsilon_0 \nu \mu Z_1 - \epsilon'_0 \nu' \mu' Z_2)}$$

が $SL_2(\mathfrak{o})$ に関する重さ k の Hilbert 保型形式であることが示される ($\mathfrak{o}_+, E_+, \epsilon_0$, および “'” はそれぞれ $\mathfrak{o}$ の総正元全体, 総正な単数全体, $Q(\sqrt{q})$ の基本単数および $Q(\sqrt{q})$ の Q 上の共役を表わす)。

当論文では拡大体を 2 次拡大の場合に限っているが, この結果は将来更に一般の代数拡大の場合へ拡張され得ることの示唆を与えているものであって, この方面の研究の先駆的なものといえる。

論文審査の結果の要旨

申請者の研究は, 2 つの重要な研究課題を与え, かつ将来, 一般化への指示を与えている。その一つは Hilbert modular forms と elliptic modular forms の間に代数拡大体の素 ideal への分解法則がどの様に伝播するかという, 今までにない新しい視点に立っていることである。すなわち, 2 つの代数体 K, L ($K \subset L$) に対しそれぞれの整数環の元を係数とする不連続群に関し, それぞれの保型形式が考えられるが, それらの保型形式の空間に働く Hecke 作用素の間に代数拡大 L/K の ideal の分解法則がそのまま反映することを示唆している。第 2 に, この研究結果は最近, 特に代数幾何学的考察によって発展しつつある実 2 次体の場合の Hilbert modular functions で生成される函数体の non-singular model V の理論に本質的に寄与するものである。すなわち, この研究結果に現れる 1 変数 (重さ 2 の) の尖点形式から出発して得られる 2 変数 (重さ 2 の) Hilbert 保型形式 $h(Z_1, Z_2)$ は代数曲面 V の次数 2 の holomorphic differential forms を与えるが, 実はさらに正確に, V の antisymmetric differential forms (of degree 2) はすべて $h(Z_1, Z_2)$ から得られるという重要な結果を含んでいる。以上を総合すれば申請者の論文は新しい保型形式の理論への寄与を与える重要な結果を含むものである。

よって, 本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。

尚, この調査の一部を土井公二助教授に依頼した。