【195】

氏　名	三 村 昌 泰（み むら まさ やす）
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 343 号
学位授与の日付	昭 和 48 年 9 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	工 学 研 究 科 数 理 工 学 専 攻
学位論文題目	**Finite Difference Method for a Class of Semilinear Degenerate Parabolic Systems Related to Physical and Biological Problems** （物理学および生物学に関連した，ある半線型縮退放物型方程式系に対する差分法）
論文調査委員	（主 査）教 授 奥川光太郎　教 授 大矢勇次郎　教 授 池 田 峰 夫

論 文 内 容 の 要 旨

物理学・化学・生物学の諸問題のうちには，非線形放物型方程式系で表現されるものが数多くある。これらの方程式系を適当な付加条件のもとで考察するとき，解はその存在が保証されたとしても陽に表わされないのが常であるので，数値解法によって結論の導かれることが多い。本論文は，著者が差分法によりそのような方程式系をいくつか考察した結果，半線形放物型方程式系のうちに適当な枠組みを見いだし，その枠内で差分法の理論を展開し，また，真の解の漸近挙動その他の性質を論じたものであり，7章から成っている。

第1章はまえがきであり，問題の由来，ならびに，研究の目標と範囲を説明し，著者の提唱する差分スキームの基本的考え方に触れ，また，論文の組み立てを述べている。

第2章では，広義の準単調性の概念を導入し，また，応用上によく現われるような半線形退化放物型方程式系に関する初期値問題を述べ，この方程式の非線形項が準単調である場合に一種の比較定理を証明し，解の保順序性を保証する。ついで，上記の初期値問題を人工項の付加された差分方程式系で近似し，この差分方程式系の解の保順序性に対する十分条件を明らかにする。さらにこの差分スキームについて安定性と収束性に関する定理を証明する。その安定条件と収束条件は，上記の人工項を採用した結果，非線形項による影響を受けなくなり，しかも，網目の大きさに関する制限がゆるくなる。また，応用として，Boltzmann 方程式に対する Carleman のモデルの Jenks による一般化および拡散現象を伴った或る化学反応系に対し，それぞれ差分近似を論じている。なお，方程式の主要部分の係数が定数であるので，上記の方法を初期値境界値混合問題に適用することについても本質的な困難は生じない。

第3章では，閉じ込め（Confinement）の概念を導入し，前章におけると同じ型の方程式系に対し，非線形項が閉じ込め系である場合に，若干の付加条件のもとでは初期値問題の解の閉じ込めがもたらされることを明らかにする。ついで，上記閉じ込め系の定義に現われる超曲面が特に超平面である場合に，人工項を含んだ差分方程式系によって近似する。そして，この差分方程式系の解が閉じ込められるための十分

条件（安定条件）を求め，また収束性に関する定理を証明する。人工項の採用がもたらす効果については前章と同様のことがいえる。

第4章では，化学反応と気体力学とに関する2つの数学モデルに対し，前章の諸結果を応用する。

第5章では，生物集団に関する変形 Volterra 系に移動現象が伴う場合に初期値境界値混合問題を考察する。また，第6章では，ゼンソクにおける1つの抗原に対する2つの抗体の競合を表わす数学モデルとして，非線形項をもつ退化拡散系の初期値問題を考察する。いずれの競合にも，第 2—4 章の差分近似を利用することによって推論を重ね，問題の真の解の漸近挙動その他の性質に関する解析を行なっている。

第7章では，著者の提唱する差分スキームに関した数値実験の結果を述べている。

論文審査の結果の要旨

本論文は，物理学・化学・生物学に現われる種々の非線形放物型偏微分方程式系に対する著者の考察にもとづき，半線形放物型方程式系のうちに適当な2つの枠組みを見いだし，それぞれの枠内で差分法の理論を展開することに成功し，また，方程式系の解の漸近挙動その他の性質の解析を行なっている。

単独な非線形放物型方程式に対する差分法については各分野の人たちの研究が数多くあるが，そのような方程式の系の大域解に対する理論的研究はすくなくない。

本論文による貢献は下記のような諸点にあるといえる。

1° R. Gorenflo は弱い非線形放物型方程式系が準単調性をもつ場合に，標準的差分法に関する理論を立てたが，その準単調性は制限が厳しいため実際の応用例は余り見いだせない。本論文では，広義の準単調性の概念を導入し，多くの実際例にあてはめられるような半線形放物型方程式系の初期値問題について，非線形項が広義準単調である場合に解の保順序性を保証する定理を得ている。

2° 物理学・化学・生物学に現われる問題で準単調性の仮定を満たさないものをかなり多く含むように，閉じ込めの概念を導入する。そして，前項と同じ初期値問題につき，非線形項が閉じ込め系である場合に若干の付加条件のもとで解の閉じ込めが実現することを証明している。

これら 1°—2° の考え方については非線形半群の理論から得られる最近の結果とどのような関係にあるかということが興味をもたれる。

3° 上記2つの場合にそれぞれ初期値問題に対し，人工項を付加した差分近似を行なう。ただし，2° の場合には，閉じ込め系の定義に現われる超曲面が特に超平面である場合を扱っている。その差分方程式系の解につき，1° の場合には保順序性をもつための十分条件，また，2° の場合には閉じ込めが成り立つための十分条件を求め，さらに，いずれの場合にも安定性と収束性に関する定理を得ている。差分近似に当たって人工項を採用した結果，安定条件・収束条件が非線形項の影響を受けなくなり，また，人工項を付けない場合よりも条件がゆるくなる。

4° 上記の諸結果を物理学・化学・生物学の上の種々の数学モデルに応用している。特に，生物集団の変形 Volterra 系に移動現象が伴う場合の初期値境界値混合問題をとり扱い，また，ゼンソクにおける1つの抗原に対する2つの抗体の競合を数学的に定式化し，非線形項をもつ退化拡散系の初期値問題を考察する。いずれも，上記の差分近似を利用することによって推論を重ね，問題の真の解の漸近挙動その他の

性質の解析に成功している。

以上を要するに，本論文は，半線形放物型偏微分方方程式系のうちに興味ある2つの種族を見いだし，その初期値問題あるいは初期値境界値混合問題に対する差分近似に当たって有効な人工項を付加することにより差分法の理論を展開し，また，その応用を論じたものであり，理論上・応用上に寄与するところがすくなくない。

よって，本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。