【67】

氏　　名	橋口正夫（はしぐちまさお）
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第486号
学位授与の日付	昭和50年3月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**On conformal transformations of Finsler metrics** （フィンスラー計量の共形変換について）
論文調査委員	（主査）教授 中野茂男　教授 戸田　宏　教授 山口昌哉

論文内容の要旨

本論文では，多様体M上のフィンスラー計量を，フィンスラー計量函数Lによって与える。LはMの接バンドル上の函数で，正数λに対して，接ベクトルをλ倍すれば値がλ倍になるものである。M上の局所座標(x)と，その微分に対応するファイバー上の座標(y)とを用いた上で$\frac{1}{2}L^2$をy^i, y^jについて微分することにより，計量テンソル(g_{ij})がえられる。同じM上の二つのフィンスラー計量L, $\bar{L}$が共形であることは，接ベクトル(v)と支持線素(y)との間の角が，どちらの計量で測っても相等しいことだと定義する。この場合$\phi=(\bar{L}/L)^2$とおくと，$\bar{g}_{ij}=\phi_{ij}$となるが，ϕが(x)のみの函数であることが，Knebelman (1929) によって知られている。

申請者は$\phi=e^{2\alpha}$とおき，計量Lから$\bar{L}$への移行を共形変換αとよぶ。このαやその導函数を用いて，種々のテンソル・テンソル密度・接続のパラメーター等の，共形変換に際しての変換法則を書き表わす。就中，共形変換において不変なテンソル・テンソル密度等が見出され，ある種のベクトルの不変性が，対応が共形変換であるための必要十分条件であることも，見出される。

フィンスラー接続のパラメーターと，それから生ずる曲率及び捩率テンソルの，共形変換による変換状態を考察することが，主論文の主要目的の一つである。フィンスラー幾何学においては，計量から自然な仕方で導かれるフィンスラー接続が三種類知られていた。それらはCartan接続$C\Gamma$, Rund接続$R\Gamma$, Berwald接続$B\Gamma$ととばれている。さらに申請者が別の論文で考察した所に従って導かれる接続$H\Gamma$があり，申請者はこれら四種の接続のパラメーターと，その曲率・捩率に対して，共形変換による変換法則を与える。

以上の計算は，直接定義から出発して実行しようとすれば甚だ複雑となり，遂行にたえなかったであろうが，申請者は構造方程式からこれらの公式を導き出すことによって，困難を克服し，統一的な方法で変換法則を見出している。

これらの結果の幾何学的意義を解明・把握することは，三方面について為されている。一つは一般的な

場合に，例えば共形変換が相似変換であるための条件を見出す，という形においてであり，第二は特殊な条件を満すフィンスラー空間の共形変換を考察すること，第三は考察する共形変換の範囲を特殊なものに限って，その効果を考えることである。第三については，申請者はC–共形変換という特殊な類の変換を考え，これを主として Landsberg 空間に適用した。(Landsberg 空間とは，Gauss-Bonnet の定理が成立つフィンスラー曲面を，高次元に拡張した概念である。）それによって，あるフィンスラー空間が Landsberg 空間と共形的に対応する条件，Landsberg 空間が一つのC–共形変換で Landsberg 空間に写される時は，それはリーマン空間であること，などを見出している。第二については，例えばあるフィンスラー空間が Landsberg 空間に共形であるための条件や，Landsberg 空間がある共形変換で Landsberg に移るために，函数αの満すべき微分方程式を見出す（定理4. 1，4. 2）一方，別の方向から松本や河口によって考察されたテンソルTが0に等しいことが，Landsberg 空間が任意の共形変換で Landsberg 空間に移るための必要十分条件であることを見出した（定理4. 3，4. 4)。主論文でいろいろな結果が示されたが，この最後のものは幾何学的意味が最も明らかな，興味あるものといえる。

参考論文は，一つのフィンスラー接続に伴って現れる三種の曲率のうちの，hv–曲率について論じたもので，本質的にリーマン計量に帰着しないフィンスラー計量を考察する一歩を目指したものとええる。

論文審査の結果の要旨

フィンスラー幾何学は，その研究方法を殆んどテンソル解析に頼らざるをえず，しかもその計算が甚だ複雑になるという事情のため，その歴史がかなり古いにも拘らず，基本的な点で解明すべき余地を多く残している。申請者の取扱った共形変換の理論もその一つで，Knebelman による労作（1929）以後は著しいものを見ないと言ってよい状態であった。

申請者は主論文において，計算の複雑さから来る甚しい困難をよく克服して，幾何学的性質を表わす種種のテンソル・接続パラメーター等の変換法則を導き出し，これを特殊な場合に適用してその幾何学的意味を見出した。内容の要旨に述べた如く，内容的にはその適用を三方面に分ちうるが，えられた結果の形式から見ると，ある一つの共形変換にかかわる性質を問題にするか，任意の共形変換にかかわる性質を問題にするかの別により，幾何学的な某々性質の成立のための条件を，（共形変換を表わす函数）αに関する微分方程式によって記述するものと，ある種のテンソル場に関する等式で記述するものとの，二種に分けることもできる。フィンスラー空間が Landsberg 空間に共形なための条件（定理4. 1)，Landsberg 空間がある共形変換で Landsberg 空間に移る条件（定理4. 2）などは前者の例であり，任意の共形変換で Landsberg 性が保たれるための条件が，テンソルTが0になること（T条件）であるという結果（定理4. 3，4. 4）などは後者の例である。これらの諸結果は何れも興味あるものではあるが，前者に関しては，その微分方程式の積分可能条件を追求し，さらに解の大域的存在の問題にまで研究が進むことが，期待されるものである。後者については，微分幾何学の範囲で一応完結した結果と考えられ，定理4. 4はフィンスラー幾何学における重要な新知見であると評価できる。参考論文も，リーマン幾何にとどまらない，フィンスラー幾何学独自の領域を目指すものとして，申請者の造詣と努力を示す労作である。申請者はこれらの論文によって微分幾何学に興味ある知見を加えるとともに，自己の造詣・研究能力を示したも

のといえる。

よって，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。

なお調査の一部を松本誠氏に委嘱し御協力をえた。