氏　　　名	柴（しば）　雅（まさ）　和（かず）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	論理博第504号
学位授与の日付	昭和50年11月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**A formulation of the Riemann-Roch theorem in terms of differentials with singularities at the ideal boundary** （理想境界に特異性をもつ微分による，リーマン・ロッホの定理の一定式化）
論文調査委員	（主査）教授 楠　幸男　　教授 渡辺信三　　教授 溝畑　茂

論　文　内　容　の　要　旨

Riemann 面の古典論の中心をなす Riemann-Roch や Abel の定理の開 Riemann 面への拡張は，近年 Ahlfors, Kusunoki によって一つの定式化が与えられ（1958-9），以後その改良や拡張が内外でなされてきた。申請者はとくに Riemann-Roch の定理を深く考察し以下のように新しい概念を導入することによって，これまでよりはるかに広い函数や微分の族に対して適用できる一般的な定式化をえた。

開 Riemann 面においては古典論と本質的に異なる点が多いがとくに，取扱う有理型函数や Abel 微分に対してその境界における挙動を適当に制限する必要がある。この点に関して申請者は従来の制限をゆるめた「Λ_0 挙動」という概念を参考論文1において導入し主論文の出発点とする。開 Riemann 面Rを考えるとき，函数や微分の極および零点を指定する divisor は古典論のように有限とは限らずRの境界に集積する無限点列であることが許容される。主論文ではこれらの点をすべてRの新しい境界と考えるという着想のもとに divisor およびその multiple という概念を一般化した。すなわちRの（Kerékjártó-Stoilow）理想境界 ∂R の一つの分割Pに対して，Pと Λ_0 によって決まる ∂R 近傍で解析的な微分のなすある実ベクトル空間Aを定義し，Λ_0 挙動をもつ微分のなすその部分空間をBとするとき商空間 A/B またはその部分空間を $P\Lambda_0$-divisor と呼ぶ。そしてR上の解析的微分 ω（または函数 f）が $P\Lambda_0$-divisor Vの multiple であるとは，ω（または df）がVの元を法として Λ_0 挙動をもつこととする。この定義は古典的な場合の極因子の multiple に相当する。そこで零因子の multiple に対応するものは，線積分の極限によって一般化された留数を考え Res $f\omega=0$, $V\omega\varepsilon V$ という形の関係をもって定義する。

以上の準備のうえ ∂R の2つの分割P，Qを考える。Pは ∂R を3つの部分 α，β，γ にわけるものであり，Qは最も細かい分割である。Λ_0^1, Λ_0^2 を互いに dual と呼ばれる挙動空間とし，V_P, V_Q を夫々 β および γ 以外ではで0である元からなる $P\Lambda_0^1$ および $Q\Lambda_0^2$-divisor とする。$m=\dim V_P$, $n=\dim V_Q$ は有限とは限らないが，とくにm，nおよびRの種数gが有限なとき，Riemann-Roch の定理の一般化として，$\Delta=(V_P, V_Q)$ に対して

$$\dim S(1/\Delta) - \dim D(\Delta) = \mathrm{ind}\Delta - 2g + 2$$

なる関係を示した。ここに $\mathrm{ind}\Delta = n - m$, $S(1/\Delta)$ は V_Q の multiple でかつ $\mathrm{Res}_{\beta} f\tau = 0$, $\forall \tau \varepsilon V_P$ をみたすR上の一価解析函数の空間であり，$D(\Delta)$ は V_P の multiple でかつ $\mathrm{Res}_{\gamma} s\omega = 0, \forall ds \varepsilon V_Q$ をみたすR上の解析的微分の空間である。

上のm，n，gが有限でない場合も取扱われている。また上記の結果がこれ迄の拡張（古典的な場合もこめて）をすべて含むことが示されている。

参考論文１では「Λ_0 挙動」の概念を導入している。Λ_0 は，R上二乗可積分な複素微分全体に通常の内積の実部を内積とした実ヒルベルト空間のある部分空間を表わし，微分 ω が Λ_0 挙動をもつとは，ω が ∂R の近傍では Λ_0 の元とほぼ同じ挙動をもつことである。また２つの挙動空間が dual であることを定義し，これらの概念と古典的な divisor を用いて Riemann-Roch の定理の一つの拡張を与えた。この応用として，種数が有限で境界が滑らかな曲線からなる開 Riemann 面に対して Koebe による古典的な slit mapping の拡張が示されている。

参考論文２では，主論文における定式の応用として，上記の開 Riemann 面は境界がすべて実軸の上にある slit からなる有限葉被覆面に等角写像できることを示した。これは従来の定式化からはえられない結果である。

論文審査の結果の要旨

開 Riemann 面上の Abel 微分の組織的研究は1940年頃より Nevanlinna, Ahlfors 等多く学者によって進められてきたが Riemann-Roch や Abel の定理の開 Riemann 面への拡張についてはその可能性も分らず残されていた。近年 Kusunoki は半完全標準微分の概念を導入しその class の微分と積分函数に対しそれらの定理の拡張を与えた。一方 Ahlfors は distinguished differential の class を導入して Abel の定理を与え，その後 Royden, Rodin はその class に対して Riemann-Roch の定理の定式化やその改良を示した。上の２つの class は境界が小さい Riemann 面のときは一致するが，境界が大きいとき後者の class は存在しないことが分かったので以後前者の方向で種々の角度からさらに一般化された。申請者の研究もこの線に沿うが，種々の点でこれ迄のものを大幅に拡張したものといえる。

申請者はまず取扱うべき微分や函数の族を拡げるために，それらの境界挙動の制限として「Λ_0 挙動」という概念を導入した。半完全標準微分はヒルベルト空間 Λ_0 を特定にとったときに生ずる。主論文において申請者は従来 Riemann 面上に与える divisor の点を境界点と考えるという着想のもとに，一般に理想境界における特異性と divisor を定義しまたそれに応じて multiple 等の概念を一般化した。そしてこれらによって統一的でかつ，函数と微分の duality をより明確にした Riemann-Roch の定理の定式化を与えた。それはこれ迄の結果を統一的に含むばかりでなく，従来の意味の divisor の有限性や周期に関する条件等の制限も大幅にゆるめたものであり，その結果は非凡な着想とともに高く評価される。

参考論文１は，Λ_0 挙動および挙動空間の双対性の概念を導入した先駆的な仕事であり，興味ある実例や応用も与えている。

参考論文２では主論文の結果が単なる抽象的拡張ではなく，従来の定式化では導けないような Riemann

面の等角写像への応用があることを示している。

以上の研究がこの方面の研究に与えた寄与とその影響は少なくない。

よって，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。