

氏 名	樋 口 保 成 の ぐち やす なり
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	理 博 第 478 号
学位授与の日付	昭 和 52 年 9 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 数 学 専 攻
学位論文題目	<b>On Limiting Gibbs States of the Two-Dimensional Ising Models</b> (二次元イジングモデルの極限ギブス分布について)

(主査)  
論文調査委員 教授 渡辺信三 教授 吉沢尚明 教授 伊藤 清

### 論 文 内 容 の 要 旨

近年、古典的平衡状態統計力学における確率的モデルの数学的研究がさかんに行われている。特に Dobrushin や Lanford, Ruelle といった人達によってこのモデルは条件つき確率分布の指定されたある種の確率場 (random field) として数学的に定式化された。申請者の研究はこの種のモデルのうち、もっとも典型的な2次元のイジングモデルに関するものである。

2次元イジングモデルは2次元格子点上の+1 (上向きスピン), -1 (下向きスピン) の可能な配置全体上の確率分布であって、その格子点の各有限領域の外の配置を与えたときの条件つき確率分布がその条件に対応する pair-wise なポテンシャルによって与えられる有限 Gibbs 分布と一致するものとして定式化される。数学的にはこのような確率分布の全体の構造をしらべることが主要な問題である。ところでこのような確率分布 (Gibbs 状態ないし分布と呼ばれる) は適当な境界条件に対応する有限 Gibbs 分布の極限として得られるので、このような極限 (極限 Gibbs 状態と呼ばれる) のあり方をすべて調べればよい。これに関し、温度の逆数に対応するパラメーター  $\beta$  がある critical な値より小であると唯一の Gibbs 状態があらわれるが、 $\beta$  がこの値より大であると、境界条件がすべて上向き (下向き) のスピンに対応する極限 Gibbs 状態をそれぞれ  $\mu^+(\mu^-)$  とするとき、 $\mu^+$  と  $\mu^-$  は異なる。一般の Gibbs 状態はこの  $\mu^+$  と  $\mu^-$  の凸結合としてあらわされるのであろうと予想されている。このことは Miracle-Sole, Gallavotti, Abraham, Reed といった人達によって種々の条件のもとで肯定的に示されてきたが、その際境界条件にある種の幾何学的な条件による制約をつけていた。この論文における申請者の主要な結果は境界条件における上向きスピンと下向きスピンの比が漸近的に3/5以下ならば、対応する極限 Gibbs 状態は  $\mu^-$  となる。しかもこの3/5という値は本当に意味のある値で、それ以上の値に対し上記の比が漸近的にこの値になりしかも対応する極限 Gibbs 状態が  $\mu^+$  になるような境界条件の存在が示されている。この結果は境界条件における上向きスピンと下向きスピンの個数の比率のみに注目してその極限 Gibbs 状態のあり方をしらべたもので新しい注目される結果である。

## 論文審査の結果の要旨

2次元イジングモデルにおいて可能な平衡状態 (Gibbs 状態) を見出すことは、ある境界条件をあたえたときの有限 Gibbs 状態の極限 (いわゆる極限 Gibbs 状態) をすべて決定することに帰着される。この論文で申請者は、この極限 Gibbs 状態のあり方を境界条件における上向きスピンと下向きスピンの個数の比率という見地から研究し注目すべき結果を得ている。すなわちパラメーター  $\beta$  が十分大きいときは、上向きスピンと下向きスピンの個数の比率が漸近的に  $3/5$  以下ならば対応する極限 Gibbs 状態は  $\mu^-$  (境界条件がすべて下向きスピンのときに対応する極限 Gibbs 状態) になる。しかもこの  $3/5$  という値をより大きい値におきかえることは出来ないことも示されている。すなわち、 $3/5$  より大きい任意の値に対し適当な境界条件をえらぶとその上向きスピンと下向きスピンの漸近比率がその値になりしかもパラメーター  $\beta$  の値が十分大であると極限 Gibbs 状態は  $\mu^+$  になるように出来る。

この結果は従来の結果が極限 Gibbs 状態をしらべる際、境界条件のあり方にある幾何学的な条件で制約を与えていたのに比べてそのような制約なしで得られた結果として注目されるものである。この証明はいわゆる contour method を用いてなされている。境界から出て境界に終る内部の上向きスピンと下向きスピンを隔てる contour の長さに関する大数の法則を基本に用い、境界条件をあたえたときの長さのあり方を組合せ的に評価することが主要な点であるがこの証明において申請者の優れた研究能力はよく示されている。

参考論文は、このようなスピン系の時間発展の数学的モデルであるある種のマルコフ過程についてその不変測度と Gibbs 状態との関係や、エルゴード性に関し出来るだけ広いクラスのポテンシャルの場合に調べたものでこの方面の重要な論文の一つとして高い評価をうけているものである。

このように申請者はこれらの研究によって統計力学における数学モデルの研究に重要な寄与をなしている。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。