氏　　名	三宅正武（みやけまさたけ）
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第579号
学位授与の日付	昭和52年9月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**On Cauchy-Kowalevski's Theorem for General Systems** （一般の方程式系に対するコーシー・コワレフスキーの定理について）
論文調査委員	（主査）教授 溝畑　茂　教授 山口昌哉　教授 楠　幸男

論文内容の要旨

申請者の主論文は Cauchy-Kowalevski の定理がなりたつ一般な偏微分方程式系の決定を目的にしている。時間変数 t に関して正規形の形で与えられた偏微分方程式系は未知関数を適当につけ加えることによって次の方程式系と同値になることは良く知られている。

$$L(x.\ t;\ \partial x,\ \partial t)\,u(x.\ t) \equiv \partial tu - P(x.\ t;\ \partial x)\,u = f(x.\ t)$$

ここで $(x.\ t) = (x_1, \ldots, xn, t) \varepsilon \overset{n+1}{Cx.}\,t$, $\partial t = \dfrac{\partial}{\partial t}$, $\partial x = (\dfrac{\partial}{\partial x_1}, \cdots, \dfrac{\partial}{\partial xn})$ であり，u, t は N－成分をもつベクトル値関数：$u = {}^t(u_1, \cdots, u_N)$, $f = {}^t(f_1, \cdots, f_N)$, $P(x.\ t;\ \partial x)$ は N×N 行列であって，

$$P(x.\ t;\ \partial x) = (p_{ij}(x.\ t;\ \partial x))\,1 \leqslant i.\ j \leqslant N$$

としたとき，p_{ij} (x. t ; ∂x) は線形偏微分作用素であって係数は原点の近傍で正則関数であるとする。

L が (xo. to) ε O で t 方向に kowaleveskian であるとは (xo. to) において t 方向の Cauchy-Kowalevski の定理がなりたつときをいう。さらに O の各点で L が kowalevskian であるとき L は O で kowalevskian であるという。L が定数係数であれば Lが kowalevskian であるためには特性多項式 $P(\xi.\ \tau) = \mathrm{det}L(\xi.\ \tau)$ が τ に関して kowalevskian polynomial であることが必要十分であることは知られている。しかしながら一般の変数係数の場合にはこの様な定式化が出来ないことを溝畑は指摘した。現在までに kowalevskian であることが知られている比較的まとまったクラスはソビエトの Volevic が提唱した次のものである：ある $\{t_i\}$ があって，

$$\mathrm{order}\ P_{ij} \leqslant t_i - t_j + 1 \quad (1 \leqslant i,\ j \leqslant N)$$

したがってこの条件がみたされていない場合，kowalevskian であるための判定条件を求めることになる。まず P の order をつぎのもので定義する：order $p_{ij} = r$ (i, j) のとき，

$$P = \max\ \frac{1}{\ell}\left\{\max_{\sigma\varepsilon S\ell} \sum_{j=1}^{1} r(i_j, i_{\sigma(j)})\right\}$$

ここで $S\ell$ は{1, 2, …, ℓ} の置換群，max は $l\varepsilon\{1, 2, \ldots, N\}$, $i_1 < i_2 < \cdots < i\ell$ のすべてにわたるもの

とする。order$P\leqq 1$のときが Volevic の提唱した kowalevskian である。今の場合,

$$\text{order } p_{ij}\leqq t_i-t_j+p \quad (1\leqq i,\ j\leqq N)$$

をみたす$\{t_i\}$ があり，この等号の起る p_{ij} の斎次部分を p_{ij} とし

$$p_{ij}(x.\ t;\ \partial x)=(p_{ij}(x.\ t;\ \partial x))\,1\leqq i,\ j\leqq N$$

とおく。以後$p>1$と仮定する。L がkowalevskian であるためには pij(x. t; ξ) が巾零であることが必要である。申請者はこの結果に着目し，つぎの結果をえている。

$P(x.\ t;\ \xi)^k\equiv 0$をみたす最小の k を s とおき,

$P(x.\ t;\ \partial x)^s\equiv(p_{ij}^{(s)})$ とおく，$\text{order}(p_{ij}^{(s)})\leqq t_i-t_j+ps$

($1\leqq i.\ j\leqq N$) をみたす最小の p_s をとり $p_s>1$と仮定する。等号の起る斎次部分を $p_{ij}^{(s)}$ とおき，この要素をもつ行列を Ps (x. t; ∂x) とおくと，Ps (x. t; ξ) が巾零であることが kowalevskian であるために必要である。

ついでこの定理を用いることによって次の中心的な定理をえている。ただし $n=1$の場合に限る。L(x. t; ∂x) が kowalevskian であるためには次の事が必要十分である：係数が原点の近傍で有理型である N × N 行列 J(x. t; ∂x) が存在し，それは J^{-1}(x. t; ∂x) をもち（これも有理型保数をもち $JJ^{-1}J^{-1}=J^{-1}J=I_N$ がなりたち，かつ $J^{-1}LJ$ は Volevic の意味で kowalevskian である。この定理から kowalevskian であるための一つの必要十分条件が与えられ，また解の一意性に関する定理も得られている。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

単独高階偏微分方程式の場合には kowalevskian の定義は明確に与えられており，これは Cauchy-Kowalevsi の定理がなりたつ方程式と一致している。しかしながら system の場合になると kowalevskian の定義，定理がなりためための必要十分条件は未確定である。偏微分方程式の一般理論においてこの定理の占める役割を考えるとき，主論文の研究の意義は大きい。

申請者の結果の中心的なものは，Cauchy-Kowalevski の定理がなりたつとすればその方程式系は本質的には Volevic の提唱した system に帰着できるということである。この証明は現在の所 $n=1$の場合に成功しているが，この問題に見通しを与えたものと考えられ，優れた結腰であり，一般 n の場合にも成立が期待されるものである。この結果を用いて次の定理が示されている。$n=1$の場合 L が kowalevskian であるための必要かつ十分条件は,

$$\lim\sup \text{ order } P(x;\ \partial x)\, m/m\leqq 1 \quad m\to\infty$$

この条件をさらに精密と思われる条件：十分大きい m をとれば order $P^m=m$ がなりたつ，という形でおきかえることができない例を申請者は与えている。最後に Holmgren の定理の一般な system への拡張がのべられている。形として完全に整理されたものとは言えないようであるが，将来の発展の出発点となることが期待される可能性をもっている。

参考論文１は 主論文の考察の出発点となったものであり，Cauchy-Kowalevski の定理の成立について鋭い考察がのべられている。また参考論文２は２階の退化したある種の偏微分作用素の準楕円性を

論じたものであって，興味ある結果が示されており，同時に申請者の学識の広さを示している。

よって，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。