【 56 】

氏　　　名	山口佳三（やまぐち けいぞう）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	理　博　第　496　号
学位授与の日付	昭和53年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科数学専攻
学位論文題目	**Non-degenerate real hypersurfaces in complex manifolds admitting large groups of pseudoconformal transformations** (高次元の擬正変則換群を許容する非退化実超曲面)
論文調査委員	(主査) 教授 戸田　宏　教授 永田雅宜　教授 楠　幸男

論　文　内　容　の　要　旨

n 次元複素多様体Mの実超曲面 S に対して，Sのそれ自身への 変換はそれがMの解析的変換に拡張可能であるとき擬正則であるといわれる。Sの擬正則変換全体のなす群をA (S) とするとき，A (S) の次元は，S の Levi 型式が非退化のとき，高々 n^2+2n であることが知られている。

申請者山口佳三は，A (S) が最大次元 n^2+2n を持つ場合と，その次に大きい次元を持つ場合に，S を擬正則同値の意味で分類することを試みた。申請論文は2部よりなり，第I部においてSは等質であるという仮定の下にその分類を行ない，第II部においては非等質の場合も考察して，Sの分類を完成した。

主定理は以下の様に述べられる。

Sは n 次元複素多様体Mの実連結超曲面で，その Levi 型式は非退化かつ指数 r $(0 \leqq r \leqq [\frac{n-1}{2}])$ を持つものとする。

(1)　A (S) の次元が最大 $(=n^2+2n)$ の場合には，S は等質で，n 次元複素射影空間 $Pn(\mathbf{C})=\{[z_0;z_1;\cdots\cdots;z_n]\}$ において，

$$-\sqrt{-1}\,z_0\bar{z}_n-\sum_{i=1}^{r}z_i\bar{z}_i+\sum_{i=r+1}^{n-1}z_i\bar{z}_i+\sqrt{-1}\,z_n\bar{z}_0=0$$

で与えられる実超曲面 Q_r と擬正則同値である。

(2)　A (S) の次元が2番目に大きい場合には，S は次のものに擬正則同値である:

(a)　$n=3$, $r=1$のとき，等質な Q_1^{**},

(b)　$n=5$, $r=2$のとき，等質な Q_2^{**}, Q_2^{*}または非等質な $Q_2\backslash\{\tilde{v}\}$,

(c)　$n\geqq 2$, $r=0$のとき，等質な Q_5^{*},

(d)　その他のときには，等質な Q_r^{*}または非等質な $Q_r\backslash\{\tilde{v}\}$,

但し，Q_r^{*} は Q_r において $z_0\neq 0$で，Q_1^{**} はQ_1 において$|z_0|+|z_1-z_2|\neq 0$ で，Q_2^{**} は Q_2 において

$|z_0|+|z_1-z_4|+|z_2-z_3|\neq 0$ でそれぞれ与えられ，$\tilde{v}=[0;\cdots\cdots;0;1]\in Q_r$ とする。

主定理の証明は4段階に分けて行なわれる。

第1段階において，A(S)の Lie 環 $\mathfrak{A}(S)$ が決定される。モデル空間 Q_r の自己同型群の Lie 環 $\mathfrak{g}(r)$ には，S上に構成された Cartan 接続によって filtration が入り，これから $\mathfrak{A}(S)$ の filtration が誘導される。$\mathfrak{g}(r)$ はそれ自身階別Lie環で，$\mathfrak{A}(S)$ に付随する $\tilde{\mathfrak{A}}(S)$ は $\mathfrak{g}(r)$ の階別部分 Lie環 $\mathfrak{g}$ と同型となる。さらに，$\mathfrak{A}(S)$ と $\tilde{\mathfrak{A}}(S)$ は同型となり，これらのことによって $\mathfrak{A}(S)$ が分類される。

第2段階では第1段階で定められた階別部分 Lie 環 $\mathfrak{g}$ に対応するモデル空間を構成し，その自己同型群を詳しく調べる。

第3段階は等質性の仮定の下におけるSの分類であり，第1部に相当する。最後に，第4段階で非等質な場合も考慮して A(S) の作用による軌道分解を調べることによって，定理が完成される。特に，A(S) の次元が最大のときには，Sはつねに等質であることが示される。

以上の様に，申請者は複素多様体の実超曲面という興味ある素材を選び，その上の擬正則変換群が豊富な次元をもつものの分類に成功し，美しい結果を得ている。本論文の結果は，多様体とその自己同型群の研究分野に斬新かつ特徴ある知見を与えるものであり，その方面の研究の発展に貢献したものであるということができる。

論文審査の結果の要旨

n次元複素多様体Mの実超曲面Sについて，Sの擬正則変換のなすA(S)は，Sの Levi 型式が非退化のときは高々 n^2+2n 次元の Lie 変換群であることが知られている。申請者山口佳三は A(S) の次元が比較的大である場合にSを擬正則同値の意味で分類することを志した。

この問題については，$n=2$ の場合に E. Cartan による分類があるが，申請者の研究はこれを一般の次元に拡張して考え，A(S) の次元が最大およびその次に大きい場合に，Sの分類を完成させたものである。

Sの Levi 型式の指数を r とするとき，Sのモデル空間として，n次元複素射影空間 Pn(C) 内の実超曲面

$$Q_r:\ -\sqrt{-1}\,z_0\bar{z}_n-\sum_{i=1}^{r}z_i\bar{z}_i+\sum_{i=r+1}^{n-1}z_i\bar{z}_i+\sqrt{-1}\,z_n\bar{z}_0=0$$

を考える。A(S) の次元が最大（$=n^2+2n$）の場合にはSは Q_r と擬正則同値である。A(S) の次元がその次に大きい場合は，その次元は $n=3$，$r=1$ のとき $11\,(=n^2+2)$，その他のときは n^2+1 であり，Sは Q_r の適当な開集合と擬正則同値となる。

申請者は以上の結果を，申請論文の第I部において等質性の仮定の下に証明したが，引続き検討を重ねた結果，非等質な場合も含む一般な結果を第II部において完成したものである。

豊富な自己同型群をもつ空間を決定するという問題は，すでに Riemann 幾何，Affine 幾何，射影幾何，共形幾何等において考察されている。本論文の結果は擬正則多様体の概念の下にこれらに対応するものであると考えることができ，またその方法は射影幾何，および共形幾何にも適用できるものであ

る。

以上を要するに，申請者の業績は，複素多様体の実超曲面をその擬正則変換群の次元という見地から把握して見事な結果を得たものであり，他に類のない研究である。この業績はこの方面の研究の発展に資する所，今後とも大であると考えられる。また，申請論文の内容は申請者の豊富な知識と緻密な論理構成を十分に示している。

よって，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。