

氏 名	森 重 文 もり しげ よみ
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 602 号
学位授与の日付	昭 和 53 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	The endomorphism rings of some abelian varieties (幾つかのアーベル多様体の自己準同型環)

論文調査委員 (主査) 教授 永田雅宜 教授 土方弘明 教授 戸田 宏

論 文 内 容 の 要 旨

申請者は主論文において種々の非特異代数曲線 C のヤコビ多様体 $J(C)$ について、その自己準同型環 $\text{End } J(C)$ を決定している。

この問題に関して、古くから Hurwitz の問題と呼ばれる「ほとんどすべての代数曲線 C について $\text{End } J(C)$ は有理整数環 Z と同型である」ことを証明しようという問題があり、F. Severi が取り上げて証明を試み、次のように主張した。「非特異代数曲面 X において、 $H^1(X, \mathcal{O}_X) = 0$ であると仮定する。 X 上の linear system Σ が base point をもたず、さらに分離的な有理写像を定義するならば、 Σ の生成因子 D_η について $\text{End } \overline{k(\eta)} J(D_\eta) \cong Z$ 」

しかしながら、Severi の証明は不十分であり、上記の主張そのものに誤りがあった。O. Zariski はその誤りを指摘し、改良することを試みたが十分な成功は改めなかった。

Hurwitz の問題に限れば、小泉正二氏が申請者とほぼ同時に、独立に肯定的証明を与えたが、申請者は Hurwitz の問題の解答だけでなく、Severi の主張を次のように改良、一般化して、それに厳密な証明を与えたのである。「 Σ が非特異射影曲面 X 上の linear system で、主論文中に記載されている 3 条件 (N_1) , (SR) , (GS) をみたすならば、 Σ の生成因子 D_η について

$$\text{rank } \text{End } \overline{k(\eta)} J(D_\eta) / J(X) \leq e(\Sigma)$$

ここに、 $e(\Sigma)$ は Σ によって定まる正の整数で、 $J(X)$ は X のピカル多様体の連結成分である。もし、 Σ がさらに性質 (IR) をもてば等号が成り立つ」また、この主張での仮定の条件を弱めることがほぼ不可能であることを種々の例によって示している。

この主定理はいろいろな応用をもつ。まず第一に、前記の Hurwitz の問題は $J(X) = 0$, $e(\Sigma) = 1$ の特別な場合に相当し、そのような Σ を求める問題として簡単に解ける。

第二の応用例として、 g が自然数で $g \geq 3$ ならば、 g 次元のプリム多様体 P で $\text{End } P \cong Z$ となるものがあることを示している。

また、申請者は参考論文 2 において、可換環論への応用例として、素元分解環に関する Samuel の問題についてのすぐれた例を、この主定理を利用して与えている。

論文審査の結果の要旨

Hurwitz の問題とよばれる「ほとんどすべての代数曲線 C について、そのヤコビ多様体 $J(C)$ の自己準同型環 $\text{End } J(C)$ は有理整数環と同型である」ことを示す問題に関連して、F. Severi がある定理を主張し、それによってこの問題が解けたと考えたが、その基礎となった定理に誤りがあることが O. Zariski によって指摘されていた。しかし O. Zariski も十分な改良を与えることができなかった。

主論文の主定理は Severi の主張した定理を補正したものである。

申請者がいくつかの例によって示しているように、申請者の補正は、その仮定の 3 条件のどれをゆるめても論が成立しなくなるような、限度一杯の定理である。

また、申請者の証明は大変独創的であり、これによって Severi 以来 Zariski を含む多くの人々が苦心して解けなかった点をきれいに解決した点は高く評価されるものである。

さらに、この主定理は、単に Hurwitz の問題を解くだけでなく、いろいろな応用をもっており、この主定理は高く評価されるものである。

よって、本論文は理学博士の学位論文としての価値あるものと認める。