【15】

氏　　　名	赤堀隆夫（あかほりたかお）
学位の種類	理学博士
学位記番号	理博第521号
学位授与の日付	昭和53年5月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科数学専攻
学位論文題目	Complex analytic construction of the Kuranishi family on a normal strongly pseudo-convex manifold （強擬凸多様体上での倉西族の複素解析的構成）
論文調査委員	（主査）教授 中野茂男　教授 戸田 宏　教授 永田雅宜

論文内容の要旨

複素ユークリッド空間内の一点xの近傍で定義された複素解析空間Vで，xを孤立特異点としてもつものを考え，xを特に指定して（V, x）と表わす。xを中心とし，十分小さな半径の超球面による，Vの切口をMとすると，Mは実（2n−1）次元の多様体となる，ここに $n=\dim_C V$. V はMの近くでは複素多様体だから，接バンドルが考えられるが，その複素化は型（1, 0）のベクトルのなす部分バンドルと，型（0, 1）のものから成る部分バンドルとの直和に分かれる。そのため複素化されたMの接バンドル CTM は，Mへの複素接ベクトルでVの意味で型（0, 1）であるもののなす部分バンドル ${}^0T''$ と，その共役 $\overline{{}^0T''}$ とを含む。さらに TM の1次元部分バンドルの複素化であるFを適当にとって，$CTM={}^0T''\oplus\overline{{}^0T''}\oplus F$ と直和に表わすことができる。$T'=\overline{{}^0T''}\oplus F$ とおく。

${}^0T''$ はVによって惹起されたM上の部分複素構造（partial complex structure）とよばれ，MがVの開部分多様体の境界であるため，Vの複素構造がMに反映した結果を示すのと考えうる。我々の（M, ${}^0T''$）は，強擬凸とよばれる性質をもつ。申請者は倉西正武氏の方法に従い，可微分多様体Mを固定し，Mに入れうる部分複素構造（もとのもの ${}^0T''$ に近いものに限る）を考察する。まず ${}^0T''$ に近い概部分複素構造というものを考えると，それらは $\Gamma(M, T'\otimes({}^0T'')^*)$ の元 φ で記述される。部分複素構造は，φ がある非線型偏微分方程式 $P(\varphi)=\delta_{T'}\varphi+R_2(\varphi)+R_3(\varphi)=0$ を満たす場合に他ならないことが，判る。（基本的には倉西によるが，$P(\varphi)$ を見易い形に書き表わしたのは，参考論文〔2〕の成果である。）

申請者の方法の重要な特徴の一つは，$P(\varphi)=0$ の解を $\Gamma(M, \overline{{}^0T''}\otimes({}^0T'')^*)$ の範囲で考察しようとすることである。けだし，孤立特異点の変形問題を論ずるに当って，十分に多くの解が狭い範囲から得られるならば，問題の解決はそれだけ容易になる訳である。実際この制限により，条件 $P(\varphi)=0$ は，より扱い易い微分方程式 $D_1\varphi+R_2(\varphi)=0$ と，微分を含まない付加条件 $L\varphi=0$ とに分かれることになる。

ついで申請者は，(a)「Mが正規である」との条件を導入する。これによって，考察すべき微分作用素の主要部分 D_1 は，ある differential complex の中の一つの微分作用素として現れる。この complex にJ. J.

Kohn の理論を適用するのに，条件(b)「$\dim_R M=2n-1\geqq 7$」が加わる。

申請論文の主定理で仮定される今一つの条件は，(c)「$\bar{\partial}_{T'}$ に関する2次元コホモロジーが消失している」ことである。$\bar{\partial}_{T'}$ に関する1次元コホモロジー群の次元をmとするとき，主定理は次のように言い表される：

定理5.2. 仮定(a)，(b)，(c)の下に，m次元複素ユークリッド空間での原点の近傍Uがあって，Uの点tに関し正則な $\Gamma(M, \overline{{}^0T''}\otimes({}^0T'')^*)$ の元の族 $\{\varphi(t)\}$ が存在し次のことが成立つ，$\varphi(0)=0$, $P(\varphi(t)=0$ かつ $\varphi(t)$ の展開でtに関し一次の項の係数が，ある意味をもつコホモロジー空間の基底をなす。

この定理を証明するには（t）に関する $\varphi(t)$ の整級数展開の，各項を順次にきめて行くのであるが，その構成と収束性の証明とのためには，順次現れる項の評価，およびあるヒルベルト空間内での特定な部分集合の閉性を示さねばならない。前者は§3で行われ，その結果は命題3．8に集約される。後者は命題4．1として確立される。命題3．8に至る一連の評価においても，申請者の創意がよく発揮され，${}^0T''$，$\overline{{}^0T''}$ 方向の微分とF方向の微分を巧みに使いわけ，また新しいノルムを導入することによって，必要な評価を導き出している。

最後に§6において，主定理によって存在を保証された $\varphi(t)$ の族が，孤立特異点の変形の意味においては versal である（最初の状態（V，x）に近い状態をすべて含んでいる）ことを示している。これによって，条件(a)，(c)等の下にではあるが，複素解析的な versal 族の存在が，（倉西式の方法で）初めて示された。

論文審査の結果の要旨

複素解析的対象の変形の問題は，現代数学の中でも大きな関心を集めている問題である。中でも孤立特異点の変形の問題，すなわち複素解析空間Vとその（一つの）孤立特異点xとの対（V，x）を考え，必要に応じてVは小さく制限した上，Vの変形とそれに伴う孤立特異点の変化の状態を考えようという問題は，多くの数学者が取扱った所である。(V，x) の変形の versal family，すなわち（V，x）の微小な変形をすべて含み，しかもパラメーター空間が（その Zariski 接空間から無限小変形の空間への写像が一対一であるという意味で）なるべく小さい family の存在に関しても，一方では Grauert，Schlessinger などによる結果があって，いわば代数幾何学的な方法により，既に証明が与えられている。

ところが一方では，倉西正武氏に始まる，微分幾何学的一函数解析的方法というのがあって，これも方法上大いに興味があり，多くの数学者の関心を集めている。この方法は，Vを含む複素ユークリッド空間内で，特異点xを中心とする小さな実超球面を考え，これによるVの切口Mの上に，Vの複素構造の反映として惹き起される。いわゆる部分複素構造の変形を考察し，それによって孤立特異点の変形を考えようとするもので，倉西によって理論の枠組は与えられている。しかし部分複素構造を記述する偏微分方程式が，楕円的でなく亜楕円的（subelliptic）であるに止まるため，その解の解析に困難があり，倉西の結果では versal family のパラメーター空間が複素解析空間の構造をもつことを，示すには至らなかった。

申請者の研究は倉西の線に沿いつつ，方程式の解をより狭い範囲に求めることによって困難を避け，正規・$H^2_{T'}=0$という条件の下にではあるが，複素解析的パラメーター空間をもつ versal family の存在を

示したものである。上記の idea の他にも見るべき所はいろいろあって，亜楕円的な方程式を取扱うに当って，「よい方向」と「悪い方向」を見分け，それらを巧みに組み合せたノルムを考えることにより，必要な評価を導き出した点，また制限された範囲内に解を求めたにも拘らず versal family が得られていることを証明する手法などに，力強さが感じられる。

申請論文は，上記のようにこの方面の研究に新知見を与えているばかりでなく，その方法がさらに一般の場合に適用できる見込が高く，現に種々の場合の研究が申請者自身によっても，また他の研究者との協力によっても，進行中であり，将来の発展の見込という点からも，この労作の価値は高いと言える。

参考論文〔2〕は，倉西理論中の微分幾何学的定式化の部分を見通しよく再構成したもので，これなくしては主論文の主要なアイディア（解の範囲の制限）も生じえなかったであろうと思われるほど，重要な先駆的労作である。参考論文〔1〕ともども，申請者の研究能力を示すものといえよう。

以上により，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。