

氏名	上野和茂 うえのかずしげ
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第621号
学位授与の日付	昭和53年7月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	Reducibility of Differential Equations and Pseudo-isomorphism of Automorphism Pseudo-groups (微分方程式の可約性と自己同型擬群の擬同型)

論文調査委員 (主査) 教授 島田信夫 教授 中野茂男 教授 松浦重武

### 論文内容の要旨

申請者は一般の偏微分方程式に関する Lie の古典的な研究を継承し、一連の論文で、連続変換擬群の作用という幾何学的観点から微分方程式の同値、分類問題、標準形への変換問題、積分問題などを追求している。

主論文はとくに微分方程式の局所分類を主題としたものである。

一般に多様体  $N$  から多様体  $Q$  への局所写像の  $e$ -ジェットを作るジェット空間  $J^e(N, Q)$  を考え、その一点  $P$  の近傍における実解析函数の組として、局所的な微分方程式系  $E$  が定義される。これはジェット空間における部分多様体の定義式系でもあり、また、 $Q$  上の局所的ベクトル場から作られる或る弱 Lie 代数層  $L$  およびその  $J^e(N, Q)$  上への prolongation  $L^{(e)}$  に関する微分不変量の系とも見なされる。微分方程式系  $E$  の解  $s$  とは、 $N$  から  $Q$  への局所写像で、それが定める  $e$ -ジェット  $j^e(s)$  が点  $P$  の近傍で上記定義式系を満足するものである。  $E$  の解の全体を  $S(E)$  で表わし、  $E$  の解空間とよぶ。  $Q$  上の局所同型  $\varphi$  があって、  $\varphi \cdot S(E_1) = S(E_2)$  のとき、  $\varphi$  を微分方程式  $E_1$  から  $E_2$  への同型とよぶ。とくに  $E_1 = E_2 = E$  のとき、  $\varphi$  を  $E$  の自己同型、それらの作る擬群  $A(E)$  を  $E$  の自己同型擬群という。

申請者は一定の擬群  $\Gamma$  を自己同型擬群として持つような微分方程式系の類  $C\Gamma$  を考察し、この類における同値、分類問題を論じた。そのため変換擬群  $\Gamma$  を生成する弱 Lie 代数層  $L\Gamma$  に関する適当な正則性条件をおき、Cartan-倉西の prolongation 定理を援用して、  $C\Gamma$  に属する微分方程式系  $E$  にはそのレゾルベント系と称する別の微分方程式系が伴うことを証明し、ついで微分方程式系の同値問題をそのレゾルベント系の同値問題に帰着させるなどいくつかの興味ある結果を得た。

また申請者は、微分方程式系  $E$  を  $A(E)$ -軌道系の族として、またレゾルベント系の解空間をこの族の媒介変数空間として把え、さらに微分方程式の可約性の概念を導入して次の主要定理を得た。

定理、微分方程式系が可約であるための必要十分条件は、その自己同型擬群が非原始的であり、かつ、同伴レゾルベント系が可約となることである。

その他申請者は、連続変換擬群の擬同型の概念を厳密に定式化し、簡約化の間の同値定理を与え、また擬群の完全性の概念に関する注意を与えている。さらにいくつかの微分方程式について、申請者の理論の適用例を示している。

### 論文審査の結果の要旨

S. Lie は前世紀後期に微分方程式の研究過程で、幾何学的な着想による連続変換群（芽）の概念を創始し、これを応用して微分方程式論に大きな業績を残した。Lie の研究は、今世紀に入ってから漸く評価され、Lie 群（および Lie 環）論として飛躍的な発展を遂げたが、無限次元 Lie 群、連続変換擬群およびその微分方程式論への応用に関する方面の開発はまだ十分とは言えない。

申請者上野和茂は、主論文、参考論文を通じて Lie の意図したと思われる方向に微分方程式論の展開を目指し、主論文では微分方程式系の局所分類を主題として論じている。

このため申請者は、ジェット空間、ファイバー束、弱 Lie 代数層、葉層構造など微分幾何学或いは位相幾何学的な諸概念を用いて、Lie の仕事の現代的な定式化をはかりながら連続変換擬群を許容する微分方程式系の構造を調べた。とくに、未知函数系の値域における一つの連続変換擬群を固定し、それを自己同型擬群とする微分方程式系の類に注目し、この類において同値、分類問題に関するいくつかの興味ある結果を得ると同時に同伴レゾルベント系の幾何学的意義を明らかにした。

また微分方程式系の簡約化の問題を取り上げ、可約性の概念を新たに定式化し、主定理として、微分方程式系の可約性に対する自己同型擬群と同伴レゾルベント系による特徴づけを与えた。さらに連続変換擬群の擬同型の概念を明確化し、それを用いて簡約化の間の同値定理を与えた。

これらの結果は、微分方程式分類理論における基本的概念を確立するとともに、微分方程式系の構造解明のための重要な基礎を与えるものとして評価できる。

参考論文 1 は有限次元変換群  $G$  に対する  $G$ -保型（微分方程式）系の可解性を  $G$  のそれに帰着させたもの、参考論文 2 は連続変換擬群  $\Gamma$  に対する  $\Gamma$ -保型系の存在および同値定理、参考論文 3 は、はめ込み型微分方程式の自己同型擬群の保型系について論じたもので、何れも主論文に関連した研究である。

以上の様に申請者の研究は、微分方程式分類理論に、幾何学的な見地から新しい知見と手段を提供するものとして、この方面の研究発展に寄与するところが大きいと思われる。

よって本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。