氏　　　名	安　藤　良　文（あんどう　よしふみ）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	論 理 博 第 623 号
学位授与の日付	昭 和 53 年 11 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	On a decomposition of Thom-Boardman singularities of order two （2次のトム―ボードマン特異集合の1つの分解について）
論文調査委員	（主 査）教 授 戸 田　宏　　教 授 永田雅宜　　教 授 池部晃生

論　文　内　容　の　要　旨

可微分多様体の間の可微分写像の特異点を r-jet バンドルで示すものとして，r 次の Thom-Boardman 特異集合がある。申請論文は，2次の Thom-Boardman 特異集合を構成する多様体の次元を調べることによって，Thom-Boardman 特異集合の余集合のホモトピー型を詳しく調べようとするものである。

NおよびPを可微分（C^∞-）多様体とし，NからPへの可微分（C^∞-）写像全体の作る集合 $C^\infty(N, P)$ に C^∞-位相を入れる。可微分写像の $(r+1)$-次以上の導関数を無視してえられる r-jet 全体を $J^r(N, P)$ とするとき，$J^r(N, P)$ はNの上のファイバーバンドルとなる，可微分写像 $f \in C^\infty(N, P)$ とNの点 x について，x における f の r-jet $j_x{}^r f$ を考えるとき，$j^r f(x) = j_x{}^r f$ で与えられる $j^r f$ は $J^r(N, P)$ における切断を与える。従って，Γ_N を $J^r(N, P)$ における切断の作る空間とするとき，連続写像

$$j^r : C^\infty(N, P) \to \Gamma_N$$

がえられる。$J^r(N, P)$ の開部分バンドル Ω が与えられたとき，Ω における可微分切断の作る空間 $\Gamma_N(\Omega)$ と，$j^r f : N \to J^r(N, P)$ の像が Ω に入るような f の作る $C^\infty(N, P)$ の部分空間 $C^\infty{}_\Omega(N, P)$ について，連続写像

$$j^r : C^\infty{}_\Omega(N, P) \to \Gamma_N(\Omega)$$

が，どの程度弱ホモトピー同値に近いかということが，特異点の理論における1つの一般的課題である。ここで，Ω は特異点集合 Σ の余集合，Σ としては Thom-Boardman 特異集合からえられるものを考える。非負整数列 $I = (i_1, \cdots\cdots, i_r)$ に対応する Thom-Boardman 特異集合 Σ^I は，まず局所的な r-jet のベクトル空間 $J^r(n, p)$, $n = \dim N$, $p = \dim P$, において，Jacobian extension または intrinsic derivation を用いて定義され，次に大域的に拡大される。

上記の課題は $r=1$ の時には Gromov の理論によって知られる所であるが，$r>1$ については，最近 du Plessis が弱ホモトピー同値を与える1つの十分条件を述べた研究があるのみである。

申請者安藤良文は，$r=2$ の場合に着目し，j^r を詳しく調べた。そのため，申請者は $J^2(n, p)$ の Thom-

Boardman 特異集合 Σ^{I}, $\mathrm{I}=(i, j)$, は互いに交わらない部分多様体の和

$$\Sigma^{\mathrm{I}}=\bigcup_{t,c\in\mathrm{N}}\Sigma^{\mathrm{I}}(t, c)$$

に分解されることを示し，$\Sigma^{\mathrm{I}}(t, c)$ の性質を調べることによって，上記の課題の $r=2$ における１つの解答を与えた。例えば，$h\leq j$, $j-i+t<0$, $c\leq t$ の範囲にある $\Sigma^{(i,h)}(t, c)$ の $J^2(n, p)$ における余次元の最小値を $\sigma+n+1$ とおくとき，

$$(j^2)_*: \pi_i(C^{\infty}{}_{\Omega^{\mathrm{I}}}(N, P))\rightarrow\pi_i(\Gamma_N(\Omega^{\mathrm{I}}))$$

は，$i<\sigma$ のとき同型，$j=\sigma$ のとき全射であることが示される。

論文審査の結果の要旨

特異点の理論における１つの課題として，可微分多様体 N, P の間の可微分写像 f の特異点の除去の問題がある。この課題は，第１段階として，f の r–jet j^rf を r–jet バンドル $J^r(N, P)\rightarrow N$ の断面と考えて，j^rf を変形によって Thom–Boardman 特異集合 $J_{\Sigma^{\mathrm{I}}}$ と交わらないようにとること，第２段階として，そのように変形してえられた f を f の Thom–Boardman 特異集合 $\Sigma^{\mathrm{I}}(f)=(j^rf)^{-1}(J_{\Sigma^{\mathrm{I}}})$ が空となるように変形すること，の２つの段階に分けられる。

申請者安藤良文の論文は，この第２段階に関するものである。$\bigcup\Sigma^{\mathrm{K}}$ の補集合を Ω^{I} とするとき，

$$j^r: C^{\infty}{}_{\Omega^{\mathrm{I}}}(N, P)\rightarrow\Gamma_N(\Omega^{\mathrm{I}})$$

において，弧状連結成分の対応が１対１であること，いいかえると，次の対応

$$(j^r)_*: \pi_i(C^{\infty}{}_{\Omega^{\mathrm{I}}}(N, P))\rightarrow\pi_i(\Gamma_N(\Omega^{\mathrm{I}}))$$

が $i=0$ のとき全単射であることを示すことが，上記の第２段階に相当する。申請者は，これを高次のホモトピーに拡張した問題，即ち $(j^r)_*$ がどの範囲の i まで全単射であるかということを研究し，$r=2$ の場合に，Σ^{I} の多様体による分割を与えることによって，$(j^r)_*$ が全単射である i の範囲を確立したものである。

申請者の取り扱った問題については，$r=1$ の場合の結果と $r>1$ における du Plessis の結果があるが，$r=2$ の場合の申請者の結果は du Plessis より十分よい結果であり，特に申請者の与えた分割によって，この問題の本質がより良く把握できるようになったのである。

以上の様に，申請者の研究は可微分写像の特異集合の理論を確実に一歩進めたものであり，同時に将来の展望も与えるものとして，この方面の今後の発展に寄与する所大であると考えられる。

よって，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。