

氏名	浅井 照明 あき いてる あき
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第694号
学位授与の日付	昭和55年5月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	The class numbers of positive definite quadratic forms (正定値2次形式の類数)

(主査)  
論文調査委員 教授 土方弘明 教授 永田雅宜 教授 戸田 宏

### 論文内容の要旨

整係数の2次形式(あるいは対称行列)を整係数ユニモジュラー行列による同値類に分類するというのは古くからの基本的な問題の1つである。整数環上同値な対称行列は明らかに、(任意の素数 $p$ について) $p$ 進整数環上同値であるが、その逆は必ずしも正しくない。しかし、全ての $p$ 進整数環上同値な対称行列は有限個の同値類に分れることが知られており(類数の有限性)その数を類数と呼ぶ。2次形式が正定数でない場合には、類数の計算は、Eichler-Kneserの強近似定理によって、局所的な群指数の計算に帰着でき、その意味で解決された問題と考えられる。

正定数の場合には、全く事情が異なる。実際アデール群上の解析の立場から見れば、正定値の場合の類数とは、直交群の(ある特別な)保型形式の空間の次元であり、「保型形式の次元を求める」という大きな未解決な問題の1部である。この種の問題に対する、目下のところ一番一般的なアプローチは所謂 Selberg の跡公式によるものである。

本申請論文は、その方法に従って、2次形式の類数公式を出来るだけ一般的な形で考察し、一般的に可能な限りの reduction を行っている。実際計算可能な式を得るには、更にいくらかの個別的チェック(格子の分類)を要するが、申請論文では、4変数及5変数のとき、割合一般的仮定の下で、それが実行可能なことを例示し、最終的な類数公式を導いている。この公式は、現在までに多くの研究者により、様々の特殊な工夫によって得られていた結果を殆んど包括している新結果である。また、より変数が多い場合でも、具体的公式を導くのが原理的に不可能なわけではない。特に2次形式の2進数体での挙動に条件をつければ、結果は非常に簡単になる。

技術的な面を一言すれば、この跡公式では扱う群(実直交群)がコンパクトなため、解析的困難(積分の収束等)は全く存在せず、全ての努力は直交群の共役類の決定に費されている。副論文においては、直交群に限らず、より一般的な古典群に対し、体上の共役類の理論を展開し、その上になつて、主論文では、更に細かい考察を要する、整数環上の共役類について、正定値直交群に限定して論じている。

## 論文審査の結果の要旨

申請論文は Selberg の跡公式を利用して、正定値 2 次形式の類数公式を導くことを目的としている。全く一般に完全に explicit な式を出すことは本来無理であり、申請論文では、できる限り一般的に Reduction を行い、最終結果（計算可能な公式）は変数の数が 5 以下で与えられている。これは 1 つの新結果である。

但し、Selberg の跡公式から類数公式を得るという idea は申請者の創見ではなく、跡公式の登場（1960 年頃）以来何人かの人にとっては当然期待できたことである。申請論文の評価されるべき点は直交群の体上の共役類の理論を整備して（副論文）その上に更に複雑な整数環上の分類を実行してみた点にある。共役類の理論は群の表現論にとって不可欠のものである。今後多に行われると思われる代数群の表現論の case study として重要な意味をもつ。実際申請者が展開した共役類決定の定法は、その後、伊吹山、橋本（東大）等の研究者により、ややタイプの異なる古典群の共役類の研究にも利用され役立っている。

以上より申請論文は理学博士の学位に十分値するものと判定する。