氏名	北條俊一（ほうじょうしゅんいち）
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第707号
学位授与の日付	昭和56年1月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	Structures of fundamental functions of S3-like Finsler spaces （S3-like フインスラ空間の基本関数の構造）
論文調査委員	（主査）教授 戸田　宏　教授 永田雅宜　教授 土方弘明

論文内容の要旨

申請者が主論文で取扱った問題は「Finsler 空間が $S3$-like であるための必要十分条件を，その基本関数で表せ」というものである。

局所座標 (x) と接空間の誘導座標 (y) の関数 $L(x, y)$ で，$y \neq 0$ で微分可能なものの，与えられた微分多様体について，L が y について正斉一次かつ計量テンソル $g_{ij}(x, y)=\frac{1}{2}\partial^2L^2/\partial y^i\partial y^j$ が正の定符号であるとき，L を基本関数とする Finsler 空間といい，特に，その角計量テンソル h_{ij} と v-曲率テンソル S_{ijkl} との間に等式

$$L^2S_{ijkl}=S(h_{ik}h_{jl}-h_{il}h_{jk})$$

が成り立つときは，この空間は S を v-曲率とする $S3$-like Finsler 空間であるという。

Finsler 空間は，3次元ではつねに $S3$-like であり，4次元以上の $S3$-like Finsler 空間では，その v-曲率 S は x のみの関数であることが知られている。

問題を局所的に議論する限りでは，Finsler 空間は $\hat{R}^n=R^n-\{0\}$ にその座標 (y) の正斉一次関数 $L(y)$ が付随した Minkowski 空間 $(\hat{R}^n, L)$ について考察すれば十分である。このとき，$S3$-like 空間の v-曲率 S は定数である。

Finsler 空間が $S3$-like であるための必要十分条件としては，大久保—松本による $S>-1$ の場合の L に関する微分方程式，および菊池による $S=0$ の場合の L^2 に関する条件が知られていた。申請者は，後者の結果を拡張するため，$L^p(p\neq 0, 1)$ に着目して，より一般な結果を得た。

申請論文では，まず，$S\leqq -1$ または $S\geqq 0$ のとき，$(\hat{R}^n, L)$ が v-曲率 S の $S3$-like 空間であるための必要十分条件が，L^p に関する微分方程式として与えられている。この微分方程式の積分条件を調べることによって，次の主定理が得られた。

定理　$S<-1$ または $S\geqq 0$ で，p は $S=(p-2)^2/4(p-1)$ をみたすとする。このとき，$(\hat{R}^n, L)$ が v-曲率 S の $S3$-like Finsler 空間であるための必要十分条件は，

$$L^p=\textstyle\sum_b a_b(F^b)^p,\quad \sum_b a_b(F^b)^{p-1}F^b{}_{ij}=0,\quad \mathrm{rank}(F^b_i)=n$$

をみたす，正斉一次非負関数 $F^1, \cdots\cdots, F^n$ と0でない定数 $a_1, \cdots\cdots, a_n$ が存在することである。

また，$S=-1$ のときにも，ある種の条件の下に，次の形の必要十分条件が得られた。

$$L^p=\prod_{b=1}^{n}(F^b)a_b,\ \sum_b a_b=p,\ \sum_b a_b(F^b)^{-1}F^b{}_{ij}=0,\ \mathrm{rank}(F^b_i)=n$$

その他，S3–like 空間の例を従来のものより一般的な形で与え，また3次元の場合にはLのより詳しい構造を与えている。

以上のように，本論文は，S3–like Finsler 空間の特徴づけの問題において残されていた $S\leqq-1$ の場合をほぼ完全に解決したものでありこの方面の研究を大きく進歩させたものであるということができる。

論文審査の結果の要旨

Finsler 空間では，その計量テンソル g_{ij} が点xのみでなく，xにおける接ベクトルyに関係して定まり，g_{ij} がyに無関係なリーマン幾何学を一般化したものが，Finsler 幾何学であるともいえる。例えば，地表面での距離を，測地的なものではなく，所要時間を尺度に選べば，ある道の長さと，その逆方向の道の長さは異ることになる。これは，Finsler 幾何学に属する概念である。

Finsler 空間は，$g_{ij}=\frac{1}{2}\partial^2L^2/\partial y^i\partial y^j$ を与える基本関数 L をもつ微分多様体であって，特に3次元 Finsler 空間では，

$$L^2S_{ijkl}=S(h_{ik}h_{jl}-h_{il}h_{jk})$$

が成り立つ。この等式の成り立つ Finsler 空間は S3–like であるといわれ，その構造の解明は，Finsler 幾何学における一つの重要な課題となっている。

申請者は主論文において，Finsler 空間が S3–like であるための必要十分条件を基本関数 L によって記述した主定理を，v–曲率Sが $S\leqq-1$ または $S\geqq0$ の場合に，証明した。この主定理は，$S=0$ の場合の菊池の定理の一般化であり，また，従来知られていなかった $S\leqq-1$ の場合に満足すべき解答を与えたものといえる。主論文は，S3–like 空間の構造の精密な解析と豊富な実例を与えており，この方面の研究の進展に寄与する所大である。

参考論文では，微分幾何学の研究における，申請者の並々ならぬ識見を見ることができる。

よって，本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。