

氏名 秋葉知温
あき ば とも はる
 学位の種類 理学博士
 学位記番号 論理博第711号
 学位授与の日付 昭和56年1月23日
 学位授与の要件 学位規則第5条第2項該当
 学位論文題目 Integrally-closedness of polynomial rings
 (多項式環の整閉性について)

論文調査委員 (主査) 教授 永田雅宜 教授 土方弘明 教授 戸田 宏

論文内容の要旨

申請者は、「可換環 R の上の多項式環 $R[x]$ がその全商環の中で整閉になるのは、どんな場合であるか」という問題についての研究結果をまとめている。

その問題に関連して、次のことはよく知られている。(以下、簡単のため、単に整閉というときは全商環の中で整閉であることを意味する。)

- (1) R が 0 以外のべき零元をもつときは、 $R[x]$ は整閉ではない。
- (2) $R[x]$ が整閉ならば、 R も整閉である。
 したがって、申請者の考察は可換環 R が 0 以外のべき零元を含まず、かつ整閉である場合である。
 この場合について、さらに次のことは既知であった。
- (3) R が整閉整域の場合は、 $R[x]$ も整閉である。
- (4) したがって、 R が (整閉) 整域の直和の場合、さらに R が (整閉) Noether 環の場合も $R[x]$ は整閉である。

申請者の主要な結果は、次の二つの定理にまとめられている。

- (I) R の高さ 0 の素イデアルの集合 $\min R$ が、Zariski 位相によってコンパクトである場合は、 $R[x]$ が整閉であるための必要充分条件は、 R の全商環 $Q(R)$ が von Neumann の意味の regular ring になることである。
- (II) R が次の条件(C)をみたせば、 $R[x]$ は整閉である。
 (C) R の有限生成イデアル I について、零化元の集合、 $\text{Ann}(I) = \{a \in R \mid aI = 0\}$ が、0 だけから成れば、 I は非零因子を含む。

この (II) から、次の (III) が出る。

- (III) 多項式環 $R[x]$ が整閉であれば、 R 上の何変数の多項式環でも、全部整閉である。

主論文の第3節において例示されたように、(II)の逆は正しくないので、目的とした問題の完全な解決になっているわけではないが、上記(I)、(II)は整閉性の研究を大変進歩させたものであることは確かである。

あると判断する。

論文審査の結果の要旨

多項式環 $R[x]$ の整閉性問題は、 R が整域のときや、Noether 環のときは易しい問題にあるが、一般の場合は大変むづかしい問題であり、R. Gilmer, G. D. Findlay 等によって特殊な場合について、若干の結果が既知であった。

申請者は、次の主結果ならびにそれによって得られるいくつかの結果を得ている。

R が (全商環内で) 整閉な環で、 0 以外にべき零元をもたないものとする、このとき：

- (I) R の高さ 0 の素イデアルの集合が Zariski 位相でコンパクトである場合は、 $R[x]$ が整閉であるための必要充分条件は、 R の全商環が、von Neumann の意味で regular ring になっていることである。
- (II) R が次の条件 (C) をみたせば、 $R[x]$ は整閉である。
- (C) R の有限生成イデアル I が零因子ばかりからなっていれば、適当な 0 でない元 a によって $aI=0$ になりたつ。

これらの結果は多項式環の整閉性問題に大変大きな進展をもたらしたものであり、高く評価される。

また申請者は参考論文において、一つの環と全商環との中間環に関するいくつかの結果、さらに環の整閉性の特徴づけに関するいくつかの結果を与えており、主論文における研究に寄与したところが大きい。

よって、本論文は理学博士の学位論文として、価値あるものと認める。