

氏 名	長 町 重 昭 なが まち しげ あき
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 721 号
学位授与の日付	昭 和 56 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	The theory of vector valued Fourier hyperfunctions of mixed type (ベクトル値混合型フーリエ超関数の理論)

論文調査委員 (主 査) 教授 佐藤幹夫 教授 松浦重武 教授 一松 信 教授 荒木不二洋

論 文 内 容 の 要 旨

この論文において申請者は、フレシェ空間に値をとる混合型フーリエ超関数を定義して、その性質を調べている。フーリエ超関数とは超関数 (hyperfunction) におけるフーリエ変換理論を与えるものであるが、それには2種類あり、その一つ (I型) は早く1970年に河合隆裕により建設され、偏微分方程式の研究に利用された。他の一つ (II型) は、これよりおかれて佐分利により詳しく調べられた。混合型とは、一部の変数についてI型、他についてII型のものをさす。スカラー値の場合は参考論文 (麦林と共著) の中で導入され、場の量子論への応用が示された。

論文 (I) においては、§2で緩増加な C^∞ 関数の空間 $\mathcal{F}(\Omega)$ が核型フレシェ空間であることが示される。§4では第1番目の主要結果である定理4.11が与えられる。即ち、 $\tilde{O}_{k,l}$ を緩増加な正則関数の層、 $\mathcal{F}(0,p)$ を緩増加な $C^\infty(0,p)$ 型式の層とすると、

$$0 \rightarrow \tilde{O}_{k,l} \rightarrow \mathcal{F}_{(0,0)} \xrightarrow{\tilde{\partial}} \cdots \xrightarrow{\tilde{\partial}} \mathcal{F}_{(0,m)} \rightarrow 0$$

完全列である。§5では $\tilde{O}_{k,l}$ に係数をもつ種々のコホモロジー群の消滅定理を準備し、§6では、以前Ion-河合がフレシェ空間に値をもつ超関数を定義するのに用いたテンソル積の方法を用いて、フレシェ空間に値をとる緩増加な正則関数の層 $E_{\tilde{O}_{k,l}}$ に係数をもつ種々のコホモロジー群の消滅定理を得ている。ここでは、 E がフレシェ空間であり、 $\mathcal{F}(\Omega)$ が核型フレシェ空間であること、および§4で得られた $\tilde{O}_{k,l}$ の分解が軟層 $\mathcal{F}(0,p)$ によって与えられる (定理4.11) が重要である。2番目の主要結果は、これら一連の消滅定理のおかげで E に値をとる混合型フーリエ超関数の空間 ${}^{\mathcal{R}}R_{k,l}(\Omega)$ が定義でき (定義6.9)、それが軟弱層をなすこと (定理6.11) が証明されたことである。

論文 (II) では、コンパクト集合 K に台をもつ E 値フーリエ超関数の空間 $H_K^s(V, {}^{\mathcal{R}}\tilde{O}_{k,l})$ が、 K 上急減少正則関数の空間から E への連続線型写像の作る空間 $L(\tilde{O}_{k,l}(K), E)$ と同型であることが示される (§5)。そのためにまず (§2以下) 緩増加な C^∞ 関数と急減少 distribution のフーリエ像の性質を調べ、ついでヘルマンダーによる増大度つきコホモロジー群の理論を拡張して、多項式を係数とする連立1次方

程式の解の増大度の評価を導いている。次に、これまでの結果を用いて双対性の議論を行うことによって、急減少正則函数の層 $Q_{k,l}$ が急減少 distribution の軟層の $\bar{\theta}$ 完全列に分解されることが示され、これは (I) の第 1 主要定理に相對應する結果である。この完全列に基づいて、さらに、セール—小松の双対性定理と、フレシエ空間と核型フレシエ空間とのテンソル積の性質を用いて、目標の同型： $H_x^q(V, \mathcal{O}_{k,l}) \cong L(Q_{k,l}(K), E)$ が § 5 において証明されている。

論文審査の結果の要旨

申請者の主論文二篇は、これまで申請者が参考論文 [1] ~ [5] において一貫して追求して来た主題の延長上にあつて、その数学的側面を代表するものである。そしてその主題とは‘超函数(hyperfunction)の理論による公理的場の理論の基礎づけ’である。

ワイトマン (Wightman) と彼のスクールにより場の量子論の数学的公理化がなされ、またユークリッド的場の理論への言い換えも行われた。これらは L. シュワルツの distribution の理論を用いて構成されているが、このことが取扱えるモデルを制約していることは既にボゴリューボフによって指摘されていた。また、ユークリッド的場の理論からワイトマン理論を復元する際にも同じ原因から不自然な補助条件が必要になって来る。

これらの理由から申請者は distribution の代りに超函数 (hyperfunction) のわく組みを用いて、より満足すべき公理論を建設しようとし、成功裡にこれを遂行して来た。

即ち参考論文 [1] (伊東由文氏と共著) においてベクトル値フーリエ超函数の理論を準備した後、参考論文 [2], [3] Hyperfunction quantum field theory I, II ; 麦林布道氏と共著) においてその主題を展開した。この中で、期待通り、不自然な補助条件が不要になることも明らかにされている。

この参考論文の展開のために、フーリエ超函数として通常のもの (I 型) の他に、別種 (II 型) のそれ及び I, II の混合型のフーリエ超函数に対応するものが必要であり、主題の証明に必要な範囲でその理論を展開している。

申請者はそこで応急に用いた方法に満足せず、超函数論本来の立場において、即ち多変数解析函数の境界値として、しかもベクトル値超函数の理論展開に耐え得るようなコホモロジー的方法により、混合型フーリエ超函数の理論を構成した。これが、申請論文、とくに I の主定理の実質的意味である。

定理の内容は、緩増加正則函数を緩増加 C^∞ 函数の層の $\bar{\theta}$ 列に分解するとき、各々の C^∞ 函数層の断面の作るフレシエ空間が核型である、と言うものであつて、このことにより、任意のフレシエ空間 E とのテンソル積演算が完全函手となり、従つて E に値をとる緩増加函数の、同じく E 値緩増加 C^∞ 函数による分解が自動的に従い、従つて E に値をとるフーリエ超函数がスカラー値の場合と全く同様に相對コホモロジー群として定義されるのである。

第 II 部で展開されているのは、この $\bar{\theta}$ 分解定理と對をなす結果である。ただし、ベクトル値フーリエ超函数の理論を作る上にはこの結果は直接必要ではない。

これを要するに、申請論文、とくに第 I 部は、ベクトル値フーリエ超函数の理論を美しくかつ満足すべき形に建設した基本的な文献であり、申請者が直接の動機としている‘超函数的場の理論’の基礎づけの

ために重要であるばかりでなく、超函数論と函数解析学の交錯する諸分野において広く役立つべきものである。

申請者は本学の数学科において池部教授のもとに函数解析を学んだのち、神戸大学において参考論文の共著者でもある麦林教授に場の量子論を学んだ。このことが彼の研究方向を定めた大きな原因と推察される。数理物理学の発展期に際会している今日、このような傾向の研究者のあることは貴重であろう。

参考論文〔4〕は国際シンポジウム（王子セミナー）における講演記録である。〔5〕は、‘超函数的場の理論’の立場から、ハーク・リュエルの散乱理論を扱ったものである。

以上によって、本申請論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。