数理解析研究所講究録
第1909巻 2014年 102-111

高等学校学習指導要領とNCTMの求める学力

千葉県立船橋啓明高等学校　大橋 真也*　(Shinya OHASHI)
Chiba prefectural Funabashi-Keimei Highschool

あらすじ

日本の高等学校数学で求められる学力とはどのようなものであるか。米国数学教師協会 (NCTM) のかかげるこれらの数学力と日本の学習指導要領を比較し，その中における数学ソフトウェアの扱いについて取り上げ，これからの高等学校数学科における数学ソフトウェアの可能性について検討する。

1　はじめに

これまで，日本の高等学校数学科の学習活動の中で，数学ソフトウェアがどのように活用することができ，かつどのような可能性があるかについて，述べてきた。しかしながら，新学習指導要領が全面実施された本年においても，高等学校数学科における実践の中では，数学ソフトウェアの重要性が高まったとは言いがたい状況がある。また,「データの分析」や「数学的活動」が高等学校数学の中に必修項目として取り入れられたにもかかわらず，数学ソフトウェアの活用が急速に広まっている状況も見られない。高等学校数学科では，数学ソフトウェアを活用することは必要と考えられていないのだろうか。

2　数学ソフトウェア

ここで，現状において高等学校数学科で，数学ソフトウェアがどのような目的・場面で活用されているか，考えてみる。数学ソフトウェアに関しては，活用の形態で分類すると，主に教員が活用する主体となる,「授業教材の作成，学習項目・内容の表現・提示のための活用」と教員と生徒が共に活用する「学習項目・内容における思考・探索のための活用」,「学習評価のための活用」の3つに分類することができる。活用の目的・場面としては，3つではあるが，数学ソフトウェアの分類とはなっておらず，ソフトウェア側から見れば，複数項目に亘るものも少なくない。また，3つ目の「学習評価のための活用」は，教員の校務処理としての活動を意味するものではなく，学習内容を評価する活動として，生徒の活動に結びついたものであると考える。

このような目的で活用される数学ソフトウェアではあるが，一般的な高等学校数学科の学習活動の中における ICT(Information Communication Technology) の活用の目的や場面について考えると，似たような分類を考えることができる。

- ICT を活用して，数学教材を作る (教材作成)

*conway@pisces.bekkoame.ne.jp

- ICT を活用して，数学を生徒に見せる (教材提示)
- ICT を活用して，数学を思考・探索させ，理解させる
- ICT を基礎とした数学を，思考・探索させ，理解させる

4 項目目は，ICT を基礎として発展してきた ICT を支える数学の項目に関して，ICT と関連した学習活動を行うというものである。「データの分析」のみならず,「記数法」,「場合の数」,「不定方程式」,「ユークリッドの互除法」などの多くの項目において，単にその内容を学習するのではなく，それらの項目と ICT の発達の関連などについて，多くの教科書でも記載されており，社会生活への数学との関連として取り上げられている。

3　高等学校学習指導要領と ICT

3.1　高等学校学習指導要領解説

それでは，高等学校学習指導要領の中での ICT の活用についてはどのように記載されているのであろうか。高等学校学習指導要領解説数学編 (2009) の中には，以下のような文章で，ICT 活用が取り上げられている。

> 3　改訂の要点
> (1) 高等学校における数学教育の意義
> 高度情報通信社会の進展する現代では多くの問題が数学的に整理されコンピュータの活用によって解決されており，数学の果たしている役割は極めて大きい。そのため，数学教育でコンピュータなどを積極的に活用することも重要である。これまで，学校数学の問題は解答の便宜のため簡単な数で解答できるように工夫されたものが多かった。しかし，コンピュータなどが活用できるようになった現在では，高等学校数学においてもより現実の世界を反映した問題を扱い，生活との関連を重視した学習が可能となってきている。そのような学習は，数学の学習に対する関心や意欲が高くない生徒に数学を学習する意義を認識させることにもつながると考えられる。

このように高度情報通信社会と数学との関連，現実社会の問題解決のための手段，数学の学習への関心・意欲を高めるためなどのツールとして ICT 活用をすることが求められている。

それでは更に具体的な数学の学習内容との関連ではどうであろうか。高等学校学習指導要領解説の中の数学 I の「データの分析」では，次のように述べられている。

> 第 2 節 数学科の目標
> 数学的活動は，コンピュータなどを積極的に活用することによって一層充実したものにすることができる。

> 第 2 章 各科目
> 第 1 節 数学 I
> 例えば，今回の改訂で扱うこと になった「(4) データの分析」では，データのばらつきや偏りなどデータ間の関係について，適宜 コンピュータなどを用いてデータを整理し，数学的に考察し説明ができるようにする

(4) データの分析
中学校では，コンピュータを用いるなどして，ヒストグラムや代表値などにより資料の傾向をとらえることや，資料を整理して活用すること及び標本調査などを扱っている。

多くのデータを扱う場合には，コンピュータなどを積極的に活用するようにする。

データの整理や分析にコンピュータを積極的に活用することが述べられている。
同じく,「二次関数」の項目では，以下のような説明がなされている。

(3) 二次関数
二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフについては，関数 $y = ax^2$ のグラフの平行移動を扱った後で，$y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形し，グラフの対称軸 (直線 $x = p$) や頂点 (p, q) に着目して，関数 $y = ax^2$ のグラフとの位置関係を調べたり，コンピュータなどを活用して様々なグラフをかき，その特徴を帰納的に見いだしたりする活動が考えられる。

具体的にグラフの平行移動などの場面で，実際に教材提示や探求活動のツールとして，ICT の活用が説明されている。
更に数学 III では，次のような項目もあげられている。

第 3 節 数学 III
(1) 平面上の曲線と複素数平面
(イ) 媒介変数による表示
媒介変数の意味及び曲線が媒介変数を用いて表されることを理解し，それらを事象の考察 に活用すること。
(ウ) 極座標による表示
極座標の意味及び曲線が極方程式で表されることを理解し，それらを事象の考察に活用すること。
(1) 内容の (1) のアの (イ) 及び (ウ) については，二次曲線や内容の (3) 及び (4) で取り上げる曲線を中心に扱うものとし，描画においてはコンピュータなどを積極的に活用するものとする。

(3) 微分法
コンピュータなどを活用して極限の存在を確認させることが大切である。

二次曲線，媒介変数表示の曲線，極形式の曲線などの描画，微分法では極限の存在に活用することが説明されている。
前学習指導要領同様，項目選択がなされる数学 B では,「確率と統計的な推測」において，次のように書かれている。

第 5 節 数学 B
(1) 確率分布と統計的な推測
母平均の信頼区間の意味を生徒に理解させるために，幾つもの標本を抽出し，標本平均を計算することが考えられる。その際，コンピュータなどを積極的に活用させるようにする。このような学習を通して，統計的な推測の意味やよさを理解させ，活用する態度を育てることが大切である。

さらに，指導上配慮すべき事項として，次のような記載もなされている。

> 第 2 節 指導上配慮すべき事項
> (2) 各科目の指導に当たっては，必要に応じて，コンピュータや情報通信ネットワークなどを適切に活用し，学習の効果を高めるようにすること。
>
> コンピュータや情報通信ネットワークなどの活用は指導方法や学習形態に多様な可能性をもたらすことになり，生徒一人一人を生かす個に応じた指導を行う上において極めて有効である。

ここでも，「生徒一人一人を生かす個に応じた指導を行う上」として，現行の学習指導要領解説では，生徒個々の思考・表現ツールとしての ICT を重要視している。

ところが，高等学校現場では，生徒がそれを活用できる環境はあまり整備されていない。タブレット PC などが一部の自治体をもとに学校現場で導入されている報道などもあるが，ほとんどの学校では生徒個々が活用できる ICT 環境は提供できていない状況である。またそれを指導できる教員の研修に関しても実施されていないのが現状である。

3.2　教育の情報化に関する手引

同じく 2010 年に学習指導要領を追って，文部科学省から発表された「教育の情報化に関する手引」(2010) では，高等学校数学科の中でどのような ICT 活用が望まれているのだろうか。

> 第 3 章 教科指導における ICT 活用
> 第 1 節 教科指導における ICT 活用の考え方
> 3. 教科指導における ICT 活用の効果
> 教科指導における ICT 活用による効果については，これまでの調査研究などから明らかになっている。例えば，平成 17 年度及び 18 年度に文部科学省委託事業により実 施した「ICT を活用した指導の効果の調査」において，全国で実施された 752 件の検証授業を分析評価した結果では，ICT を活用して授業を行った教員の 98.0%が，「関心・意欲・態度」の観点において効果を認めていた。それ以外の観点 (知識・理解，思考・判断，表現・技能・処理) や，ICT 活用によって児童生徒が集中して取り組めるようになることや児童生徒が楽しく学習できるようになることなどについても，多くの教員が効果を認めていた。

「教育の情報化に関する手引」では，学習活動における ICT 活用の有効性について述べられている。「関心・意欲・態度」を高めることや，児童生徒が楽しめ，集中して学習できるツールとしての位置づけを与えている。具体的に調査した ICT 活用の効果についても掲載している。また，別な項目では以下のように述べられている。

> 4. 授業での教員による ICT 活用の効果を高めるために
> 「ICT そのものが児童生徒の学力を向上させる」のではなく，「ICT 活用が教員の指導力に組み込まれることによって児童生徒の学力向上につながる」といえる。

「教育の情報化に関する手引」の中では，ICT 活用の教科指導の場面として，次のように整理している。

第 2 節 教科指導における ICT 活用の具体的な方法や場面
1. 学習指導の準備と評価のための教員による ICT 活用
(1) 教育効果を上げるための ICT 活用の計画
(2) 授業で使う教材や資料などを収集するための ICT 活用
(3) 授業に必要なプリントや提示資料を作成するための ICT 活用
(4) 評価を充実させるための ICT 活用

また，授業中の教員の活用に関しては，次のように整理されている。

2. 授業での教員による ICT 活用
(1) 学習に対する児童生徒の興味・関心を高めるための教員による ICT 活用
(2) 児童生徒一人一人に課題を明確につかませるための教員による ICT 活用
(3) わかりやすく説明したり，児童生徒の思考や理解を深めたりするための教員による ICT 活用
(4) 学習内容をまとめる際に児童生徒の知識の定着を図るための教員による ICT 活用

生徒の活用に関しては，次のようにまとめられている。

3. 児童生徒による ICT 活用
1) 情報を収集したり選択したりするための児童生徒による ICT の活用
2) 自分の考えを文章にまとめたり，調べたことを表や図にまとめたりするための児童生徒による ICT の活用
3) わかりやすく発表したり表現したりするための児童生徒による ICT の活用
4) 繰り返し学習や個別学習によって，知識の定着や技能の習熟を図るための児童生徒による ICT の活用

具体的な，高等学校数学科における活用に関しては，以下のような「二次関数」と「データの分析」における活用例があげられている。

【数学科における具体例】 ・数学 I
「二次関数」において，グラフ作成ソフトなどを活用して，二次関数の式で係数を固定したり変化させたりして，グラフの変化の様子を考察する。
「データの分析」において，統計の基本的考え方を身に付けるために，表計算ソフトなどを利用して，グラフ化して考察する。
「データの分析」において，インターネットなどを活用して実際の統計を収集し，それを分析することで社会における統計の活用意義について考える。

3.3 教科書での扱い

それでは，新学習指導要領における教科書の中での ICT 活用の扱いはどのようになっているのだろうか。残念なことに，一部の教科書を除いて，ICT の活用に関する記載は減少している。また単元の表題に「コンピュータ」という用語が見られなくなっている。「コンピュータ」活用が当然のことと考え，なくなったのならば問題はないのであるが，内容を見ると ICT 活用の可能性のあ

る箇所でも教科書ではそれらを明示している箇所はほとんどないと言える。教科書の分析に関しては，今回はすべてが出そろっていないため詳細には実施していない。今後教科書分析に関しても進めていきたいと考えている。

3.4 学校現場と数学ソフトウェア

学校現場で数学ソフトウェアの活用は，どのような現状なのであろうか。プリントやテストは，ICT を活用して作成する教員は増えていると言えるだろう。TEX などを活用できる教員も増え，プリントなど TEX ソースで共有している学校も出てきている。しかし，授業の中で ICT を活用した教材提示や活用に関しては，他の数学教育に関する学会や研究会の発表などを見ても CAS(Computer Algebra System) や DGE(Dynamic Geometry Environment) を活用する実践は，広がっていないと考えられる。数学的活動や「データの分析」などで ICT の活動の場面は増えているにもかかわらず，高等学校数学科全体に ICT の活用は広がっている状況は，現時点では確認できない。調査が必要であると考えている。

4 NCTM の ICT 活用

ここで国外の例として，NCTM(National Council of Teachers of Mathematics:米国数学教師協会) で，数学教育の中における ICT 活用はどのように位置づけられているのかについて考えてみよう。NCTM の指針である Principles & Standards for School Mathematics(2003) と Focus in High School Mathematics(2009) では，米国における学習指導要領のような役割を果たしている。この中で，Focus in High School Mathematics : Technology to Support Reasoning and Sense Making(以下 Focus in High School Mathematics : Technology) について取り上げ，その ICT の活用について調べてみよう。

4.1 Focus in High School Mathematics : Technology

Focus in High School Mathematics : Technology の中で教師がテクノロジーを使う場面として，以下のような項目を挙げている。

1. illustrating mathematical ideas(数学的なアイデアを表現する)
2. posing mathematical problems(数学的な問題を提示する)
3. opening opportunities for students to engage in mathematical sense making and reasoning (数学的なセンスメイキングと推論を学ぶ生徒のための機会を開く)
4. eliciting evidence of students' mathematical thinking (生徒の数学的思考の証拠を引き出す)

これらは，日本の学習指導要領解説や「教育の情報化に関する手引」でも似たような項目が挙げられているが，3，4 番目の項目は，日本ではあまり取り上げられていない。「センスメイキング」や「推論」に関しては，その必要性が PISA などでも必要性が求められているのにもかかわらず，その学力と ICT 活用との関連が日本では不明確である。

また数学教育のための Conveyance technologies(情報伝達のためのテクノロジー) の分類として，次のような機器における分類をあげている。

- Presentation technology
  IWB(電子黒板)，スライドソフトウェア，書画カメラ，プロジェクタ，モニタ
- Communication technology　インターネット
- Sharing/collaboration technology
- Assessment/monitoring/distribution technology

数学活動のためのテクノロジー (Mathematical action technologies) の分類としては，次のようなものがあげられている。

- Computational/representational tool kits(計算・表現のためのツール)
  (graphing calculators,computer algebra systems [CAS],spreadsheets)
- Dynamic geometry environments(DGE)(動的幾何環境)
  (examples: the Geometer ' s Sketchpad,Cabri)
- Microworlds(マイクロワールド)
  (constrained environments with mathematically defined " rules of engagement ")
- Computer simulations(シミュレーションツール)
  (parameter-driven virtual enactments of physical phenomena)

これは，数学ソフトウェアの分類と呼んでもよいだろう。マクロワールドやシミュレーションツールは，使われているが，このように分類されて取り上げられている例は少ない。

Mathematical Action Technology as a Tool for Doing では，テクノロジーの目的別の分類が整理されている。

- Analyzing a ploblem(問題の分析)
- Implementing a strategy(解決のための戦略の実装)
- Seeking and using connections(別な表現や解決がないか探索)
- Reflecting on a solution to a problem(問題解決の熟考・再考)

このような具体的な問題解決とテクノロジーの関連を整理してあることは重要である。

A Guide for Choosing and Using Interactive Technology Scenarios では，数学教育の中で ICT 活用を行うためのシナリオも整理されている。

1. Is the action purposeful, thoughtful, and deliberate?
2. Are any special technical skills needed
3. Is the action mathematically meaningful?
4. Are the consequences immediate, visual, and mathematically meaningful?

5. Is the connection between the action and consequence evident?
6. Does the use of the technology provide enhancements
7. Are the representations mathematically faithful (true to the math) and cognitively faithful (not perceptually misleading)?
8. Does the action-consequence scenario provide opportunities for reflection?
9. What prior mathematics knowledge and understandings will students need
10. What new knowledge and understandings could students build

4.2 活用例

ここで，実際の ICT 活用の例についてみてみよう。多くはグラフ電卓のキャプチャ画像と共に説明されている例が多いが，CAS や DGE でも活用できる例が多い。

「Example 1.1. An Interesting Function: $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$」では，定義されない点と負の x の値に対する挙動について議論する活動があげられている。このように ICT を活用した (誤差やノイズが出ている) 結果に関して議論する活動も多くあげられている。

Example 1.1. An Interesting Function: $y = (1 + x)^{1/x}$

Task

Investigate the graph of the function $y = (1 + x)^{1/x}$. What is its domain (the set of real values x for which the function has a defined real number value)?

In the classroom (second-year algebra, precalculus)

The students each have a graphing calculator, but before they start graphing, the teacher asks "what real values for x would clearly not be in the domain and why?" The most common answer is $x = 0$, since the power 1/0 would be undefined. Another student offers $x = -1$, because $y = (1 + (-1))^{1/(-1)} = (0)^{-1} = 1/0$, which would also be undefined. No other values are offered, so the teacher suggests that they start out considering the graph of the function in a common viewing window. In this case, all students use window settings so that ten pixels in both the horizontal and vertical directions correspond to one unit (for these calculators, this is called a Zoom Decimal window setting; see fig. 1.6).

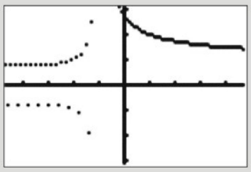
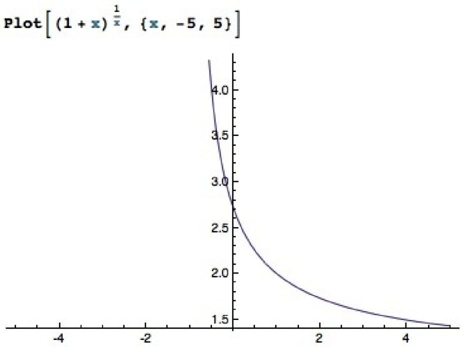


Fig. 1.6. An interesting graph

Teacher: What do you think?
Dee: I'm not sure it's a function. I mean, does it pass the vertical line test?
Jesse: The points below the x-axis are spaced differently than the points above, so I'm not

これを実際に CAS を用いて，実行してい見ると残念ながら同じ結果を再現することはできなかった。しかし生徒が議論できる内容はこれをもとにして作ることは可能である。



教材の作成や内容の取り上げ型の例に関しても例を元に説明されている。

「Technology as a Tool for Developing Understanding:The Action-Consequence Principle」では，生徒が認知的に誤解されるような教材ではいけないことを説明している。ここでは，直交座標の縦横のメモリのスケールを変えることによって，直角の概念がつかめない例を挙げている。

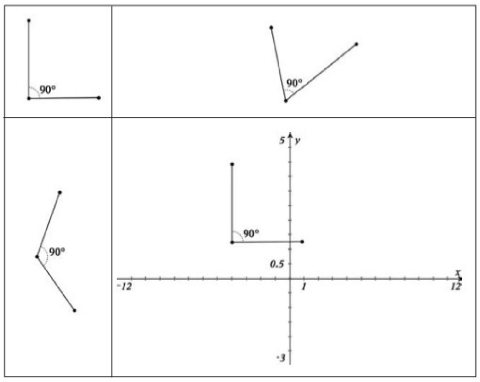
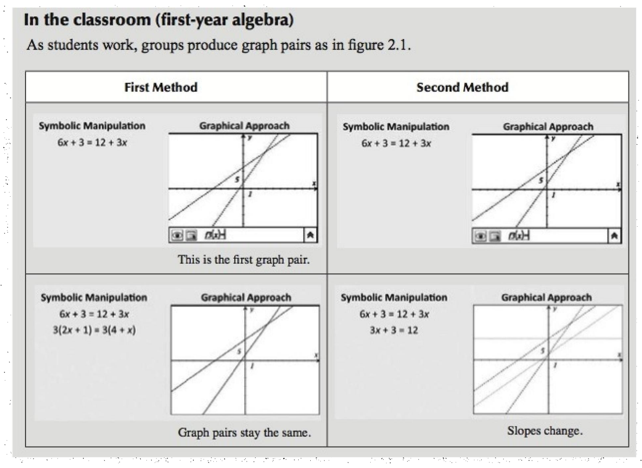


Fig 0.2. Cognitively unfaithful right angle due to unequal scaling of coordinate system

また,「Example 2.1. Seeing Equivalent Equations」の中では，代数的操作で図を理解させる例なども挙げられており，面白い。



「Example 2.3. Primitive Parameter Exploration」では，グラフのパラメータを変化させて，探求活動を行う例も挙げられている。

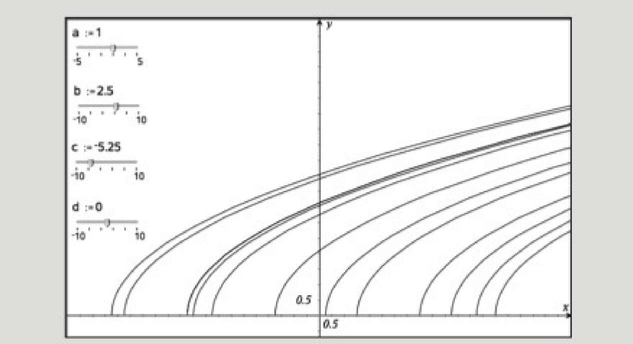
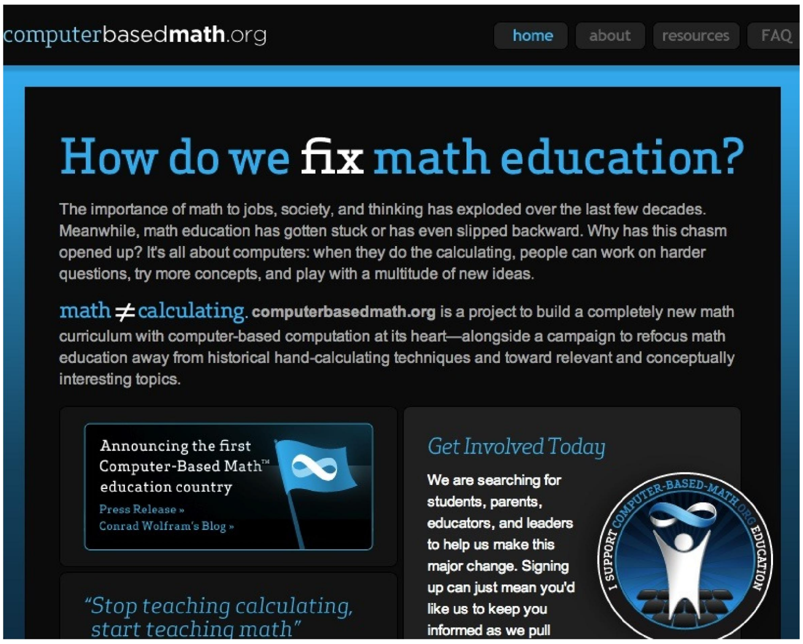


Fig. 2.7. Graphs for *f* (*x*) = a SQRT(*b*(*x* – *c*)) + *d* illustrating effects of *c*

5 Computer Based Math

数年前から，欧米では「Computer Based Math」という活動が進められており，計算するだけではなく，数学を教えようということが，全世界の数学科の教員向けに呼びかけられている。そのためにコンピュータなどの ICT 活用が効果を持つことなどに関しても，さまざまな研究が始められてきている。



6 おわりに

日本の学習指導要領やその解説でも数学の中に ICT の活用や数学ソフトウェアについて積極的な活用について記述されているが，現実には普及が遅れている。また米国 NCTM でも，ICT の活用に関してのさまざまな例や方法論を取り上げており，実際に現場でどの程度活用されているのかに関しては，今後調査が必要であろう。さらに，日本における数学ソフトウェアの教育活用に関しては，更に整理し，普及させていくこと，その効果，教授法・方法論などについての研究が今後必要であろう。