

予防保全計画問題に対する不完備情報を考慮したノンパラメトリックブートストラップ法の適用について

広島大学大学院工学研究科 齋藤 靖洋 (Yasuhiro Saito) 土肥 正 (Tadashi Dohi)
Graduate School of Engineering, Hiroshima University

1 はじめに

予防保全計画問題は、コンポーネントの経年劣化に対して、最適な予防保全間隔を導出する問題として従来から数多くのモデルが提案されてきた [1]。その中でも近年、点推定値のみからでは測ることの出来ない統計情報を区間推定を行なうことで獲得し、さらに予防保全間隔の推定量の確率分布を導出する試みがなされている。Tokumoto *et al.* [2] は故障時間分布がワイブル分布であると仮定した年齢取替え問題に対して、パラメトリックブートストラップ法を用いて最適な年齢取替え間隔の推定量の導出を行なった。Saito *et al.* [3] は小修理を伴うブロック取替え問題に対して、パラメトリックブートストラップ法を適用し、最適予防保全間隔の推定量の統計的性質について調べている。しかしながら、パラメトリックなモデルにおいては、数多くあるモデルのうちどのモデルを選択すればデータに最も即した最適解を導出することが出来るのかを知ることは容易ではない。すなわち、モデル選択を誤れば、真の最適解からかけ離れた予防保全計画を招く可能性もある。そこで本稿では、モデル選択の必要性がなく、かつデータへの適合性が高いカーネル関数に基づくノンパラメトリックブートストラップ法を導入し、最適予防保全間隔の推定量の統計的性質について言及する。

2 小修理を伴うブロック取替え問題

2.1 モデル

本稿では、単一のコンポーネントに対する小修理を伴うブロック取替え問題 [4] を扱う。この問題では故障したコンポーネントに対して、2種類の修理が施される。ひとつは小修理と呼ばれ、故障率を変化させない応急修理を意味する。つまり、小修理を施されたコンポーネントは、故障直前の故障率を維持したまま復旧されるものとする。もうひとつは予防取替と呼ばれ、ある周期的時刻 $K\tau$ ($K = 1, 2, \dots$) 毎にコンポーネントを新品に取り替えることを意味する。この方法は、年齢取替えのように過去の取替えの履歴を把握する必要が無く、管理者にとって予防保全を容易に行なえるというメリットを持つ。しかしながら、小修理を行なったコンポーネントに対しても、時刻 τ が経過する度に予防保全を実施するため、余分な保全費用が必要となるというデメリットを併せ持つ。今、コンポーネントの故障時刻を表す非負の確率変数を T とし、小修理及び予防保全にかかる費用をそれぞれ $c_1 (> 0)$, $c_2 (> c_1)$ で表す。時刻 τ までに発生する期待累積故障数を $\Lambda(\tau)$ とすれば、予防取替までにかかる総期待費用は $c_1\Lambda(\tau) + c_2$ となる。これより、単位時間当たりの期待費用は

$$C(\tau) = \frac{c_1\Lambda(\tau) + c_2}{\tau} \quad (1)$$

と表される。この問題では式 (1) が最小となるような最適予防保全間隔 τ^* を求める。具体的には、式 (1) を微分することにより次の式を満たすような τ^* を求めることとなる。

$$q(\tau^*) = c_1 \left\{ \tau^* \lambda(\tau^*) - \Lambda(\tau^*) \right\} - c_2 = 0. \quad (2)$$

ここで、 $\lambda(t) = d\Lambda(t)/dt$ はコンポーネントの故障強度関数を表す。強度関数が狭義増加関数である、つまり $d\lambda(t)/dt > 0$ という仮定の下で、 $q(\infty) > 0$ が成り立つならば式 (2) の解となる有限で唯一の最適予防保全間隔 τ^* ($0 < \tau^* < \infty$) が存在する。

2.2 非同次ポアソン過程

本稿で対象とする小修理を伴うブロック取替え問題においては、コンポーネントの故障発生事象は非同次ポアソン過程（以下、NHPP）としてモデル化できる。つまり、時刻 t までに検出される累積故障数 $N(t)$ が次の性質をもつ計数過程によって記述される。

- $N(0) = 0$
- $N(t)$ は独立増分を持つ
- $\Pr\{N(t + \Delta t) - N(t) \geq 2\} = o(\Delta t)$
- $\Pr\{N(t + \Delta t) - N(t) = 1\} = \lambda(\Delta t) + o(\Delta t)$

また、時刻 t までの累積故障数 $N(t)$ は次のような確率関数によって与えられる。

$$\Pr\{N(t) = n\} = \frac{\{\Lambda(t)\}^n}{n!} \exp\{-\Lambda(t)\}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(x) dx. \quad (4)$$

この時、確率過程 $N(t)$ は平均値関数 $\Lambda(t)$ 及び強度関数 $\lambda(t) = d\Lambda(t)/dt$ をもつ NHPP と呼ばれる。

今、平均値関数 $\Lambda(t)$ が未知である場合を想定し、カーネル関数に基づくノンパラメトリックモデルを提案する。NHPP に従う故障時刻列 $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ を正規化した故障時刻を $x_i = t_i/t_n \in (0, 1]$ とおき、正規化 NHPP の故障時刻列 $\chi = \{x_1, \dots, x_n\}$ を定義する。この時、カーネル強度関数と呼ばれる正規化 NHPP の強度関数の推定量は以下のように表される。

$$\hat{\lambda}(x) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right). \quad (5)$$

ここで $K(\cdot)$ はカーネル関数であり、 $h(> 0)$ はバンド幅と呼ばれる任意パラメータである。本稿ではカーネル関数として、一般的に広く用いられるガウスカーネルを用いる。

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (6)$$

カーネル関数に基づく強度推定においては、バンド幅の推定が最も重要となる。Diggle and Marron [5] はバンド幅を決定する手法として最小二乗クロスバリデーション法（LSCV 法）を適用した。LSCV 法では、故障時刻列データを学習用データと検証用データに分割する。本稿では、 χ から i ($= 1, 2, \dots, n$) 番目のデータの一つずつ抜き取ることで、 $n-1$ 個のデータからなる n 組の学習用データを生成する。更に任意の時刻 t において、強度関数の推定量 $\hat{\lambda}(x)$ の積分二乗誤差を次のように定義する。

$$ISE(h) = \int_0^1 (\hat{\lambda}(x) - \lambda(x))^2 dx. \quad (7)$$

式 (7) から h と独立な項を除いた場合、 $ISE(h)$ を最小化する最適なバンド幅は以下の式を最小化するバンド幅と等価である。

$$LSCV(h) = \int_0^1 \hat{\lambda}(x)^2 dx - 2 \sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_{h,j}(x_j). \quad (8)$$

ここで,

$$\hat{\lambda}_{h,j}(x) = \frac{1}{h} \sum_{i=1, i \neq j}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (9)$$

である. 式 (8) より算出したバンド幅を用いてカーネル強度関数の推定量を求め, 式 (2) に代入することで, 小修理を伴うブロック取替え問題に関する最適な予防保全間隔 τ^* とその時の単位時間当りの最小期待費用 $C(\tau^*)$ の点推定値 $\hat{\tau}^*$ 及び $C(\hat{\tau}^*)$ を求めることが出来る.

3 ノンパラメトリックブートストラップ法

2.2 節で説明した通り, 一組の故障時刻列データを用いて小修理を伴うブロック取替え問題の解となる最適予防保全間隔の点推定値 $\hat{\tau}^*$ を算出することは容易である. しかしながら, コンポーネントの故障は確率的に生じるため, 得られた最適予防保全間隔の点推定値が常に最適であるとは言えず, また確率変数としての最適予防保全間隔の推定量自身の不確実性を考慮することは出来ていない. これに対して推定量の確率分布を求めた場合, 高次モーメントの導出や区間推定を可能とし, 予防保全の管理者に対して統計的に有意義な情報を与えてくれる. ただし, 近似的な手法を用いたとしても, 本稿で対象とするような最適化問題の区間推定を行なうことは厳密には困難である. この問題点を克服するべく本稿では, 直接的に予防保全間隔の推定量の分布を導出するために, カーネル強度関数に基づくノンパラメトリックブートストラップ法を適用する.

小修理を伴うブロック取替え問題に対して, 元となる正規化故障時刻列データ x_1, \dots, x_n が得られているものとする. ブートストラップ (BS) 法を用いて $m (> 0)$ 組の正規化故障時刻列データを複製し, これをブートストラップ標本と呼ぶ. 本稿では, ブートストラップ標本を生成するための方法として薄削 (thinning) 法 [6] を利用したシミュレーションベースの方法を用いる. 具体的には, 以下のアルゴリズムに基づき擬似時刻列データを生成した上で, 正規化を行なう.

Step 1: Set $T_0 = 0$ and $T^* = 0$

Step 2: For $i = 1, 2, \dots, n$,

Do:

Step 2-1: Generate a random variable $U \sim U(0, 1)$

Step 2-2: Generate an exponential random variate $E = -\ln U/\bar{\lambda}$

Step 2-3: $T^* := T^* + E$.

Step 2-4: Generate a random variate $U \sim U(0, 1)$

Step 2-5: If $U > \lambda(T^*)/\bar{\lambda}$ then return to Step2-1

(\rightarrow reject the failure time)

else set $T_i := T^*$ and $i := i + 1$

(\rightarrow accept the failure time)

ここで, k 回目 ($1 \leq k \leq m$) の複製における i 番目の擬似正規化故障時刻データ x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) を $\bar{x}_{k,i}$ とおく. 得られた m 組の擬似正規化故障時刻列データから m 組のバンド幅 \hat{h} を推定することが出来る. バンド幅の推定値 \hat{h}_k ($k = 1, 2, \dots, m$) とカーネル強度関数を用いて, 式 (2) より最適予防保全間隔の正規化推定値を求め, 逆正規化を行なうことによって m 組の最適予防保全間隔 τ^* の推定値を求める. 更に式 (1) を

用いて、対応する最小期待費用 $C(\tau^*)$ の推定値を m 組算出して経験分布を構成することで、 τ^* 及び $C(\tau^*)$ の推定量の確率分布を求める。続いて、得られた最適予防保全間隔 τ^* の m 組の推定値をそれぞれ $\hat{\tau}^*[k]$ とおく。ここで、 $k=1, 2, \dots, m$ であり、 $\hat{\tau}^*[k]$ は $\hat{\tau}^*[1] \leq \hat{\tau}^*[2] \leq \dots \leq \hat{\tau}^*[m]$ を満たすものとする。同様に、最小期待費用 $C(\tau^*)$ の m 組の推定値をそれぞれ $C(\hat{\tau}^*)[k]$ ($C(\hat{\tau}^*)[1] \leq C(\hat{\tau}^*)[2] \leq \dots \leq C(\hat{\tau}^*)[m]$) とおく。本稿では、 $\hat{\tau}^*[m/2]$ 及び $C(\hat{\tau}^*)[m/2]$ を BS 中央値、 $\bar{\tau}^* = (\sum_{k=1}^m \hat{\tau}^*[k])/m$ 及び $\bar{C}(\tau^*) = (\sum_{k=1}^m C(\hat{\tau}^*)[k])/m$ を BS 平均値と呼ぶ。また、最適予防保全間隔（最小期待費用）の推定量の分散 $V_{\tau^*}(V_{C(\tau^*)})$ 、歪度 $S_{\tau^*}(S_{C(\tau^*)})$ 及び尖度 $K_{\tau^*}(K_{C(\tau^*)})$ を、それぞれ

$$V_{\tau^*} = \frac{\sum_{k=1}^{m-1} (\hat{\tau}^*[k] - \bar{\tau}^*)^2}{m-1}, \quad (10)$$

$$V_{C(\tau^*)} = \frac{\sum_{k=1}^{m-1} (C(\hat{\tau}^*)[k] - \bar{C}(\tau^*))^2}{m-1}, \quad (11)$$

$$S_{\tau^*} = \frac{\sum_{k=1}^m (\hat{\tau}^*[k] - \bar{\tau}^*)^3}{mV_{\tau^*}^{\frac{3}{2}}}, \quad (12)$$

$$S_{C(\tau^*)} = \frac{\sum_{k=1}^m (C(\hat{\tau}^*)[k] - \bar{C}(\tau^*))^3}{mV_{C(\tau^*)}^{\frac{3}{2}}}, \quad (13)$$

$$K_{\tau^*} = \frac{\sum_{k=1}^m (\hat{\tau}^*[k] - \bar{\tau}^*)^4}{mV_{\tau^*}^2}, \quad (14)$$

$$K_{C(\tau^*)} = \frac{\sum_{k=1}^m (C(\hat{\tau}^*)[k] - \bar{C}(\tau^*))^4}{mV_{C(\tau^*)}^2} \quad (15)$$

によって求める。更に、優位水準を $\alpha \in (0, 1)$ とした場合の $100(1-\alpha)$ %信頼区間をそれぞれ $[\hat{\tau}^*[m(\alpha/2)], \hat{\tau}^*[m(1-\alpha/2)]]$ 及び $[C(\hat{\tau}^*)[m(\alpha/2)], C(\hat{\tau}^*)[m(1-\alpha/2)]]$ として算出する。

4 数値例

4.1 シミュレーション実験

モデルパラメータを $(\beta, \eta) = (3, 0.2)$ とした NHPP のベキ法則モデル $\Lambda(t) = (t/\eta)^\beta$ を用いて、元データとなる故障時刻列データを生成した。費用の係数はそれぞれ $c_1 = 1, c_2 = 5$ とする。この場合、小修理を伴うブロック取替え問題の最適予防保全間隔と最小期待費用の真の値はそれぞれ $\tau^* = 0.2714, C(\tau^*) = 27.630$ となる。更に、元データに対してノンパラメトリックブートストラップ法を適用し、 $m = 2000$ 組のブートストラップ標本を生成した。2000 組のブートストラップ標本それぞれに対し、LSCV 法を適用してバンド幅とカーネル強度関数を推定し、2000 個の最適予防保全間隔及び最小期待費用の推定値を算出した。それらの推定値に基づいて経験分布を構成した上で、優位水準を $\alpha = 0.05$ として最適予防保全間隔及び最小期待費用の推定量の 95 %信頼区間を導出した。よく知られているように、歪度及び尖度は得られた分布と正規分布との類似性を比較するために利用可能であり、それぞれが 0 及び 3 に近い場合、推定量の確率分布を近似的に正規分布とみなすことが出来る。ここでは、元となる故障時刻列データの個数 n を変化させた場合の漸近的な性質を調べるため、 $n = 10$ から $n = 150$ まで 10 刻みで増加させた場合の BS 推定値（平均と中央値）や高次モーメント（分散、歪度、尖度）及び 95 %信頼区間を計算した。表 1 及び表 2 はそれぞれ最適予防保全間隔と対応する最小期待費用に関する結果を示している。それぞれの表において、LSCV の項目は、各元データに対して LSCV 法を用いて推定したカーネル強度関数から算出した推定値を示している。最適予防保全間隔に関する結果については、LSCV の値が一定となる特徴が読み取れる。また、歪度と尖度の値に注目してみれば、最小期待費用の推定量の分布と比べて最適予防保全間隔の推定量の分布は歪度・尖度ともに 0 と 3 から離れた値を取る傾向がある。このことから、最適予防保全間隔の推定量に関しては正規近似の適用が困難であるという結論が得られる。

更に、最適予防保全間隔及び最小期待費用の推定量に関する漸近的变化の様子を図 1 及び図 2 に示す。これらの図から、最小期待費用の推定量に関しては、元データ数が少ない場合には真の値が 95 % 信頼区間から外れているが、元データ数が増加するにしたがって、信頼区間に含まれていくことが分かる。また、BS 平均値と中央値に関しても元データ数が少ないうちは LSCV の値と離れているが、元データ数の増加に伴って、非常に近い値を取っていくことが確認できる。一方で、最適予防保全間隔の推定量については、元データ数が少ないうちから真の値が安定して 95 % 信頼区間に含まれていることが確認できる。更に、BS 平均値及び中央値が真の値に非常に近い値で推移していることも確認出来る。

4.2 パラメトリック法との比較

元データ生成モデル（ベキ法則モデル）と異なるモデルを仮定した場合のパラメトリックブートストラップ法の結果を算出し、上で挙げたノンパラメトリックブートストラップ法の結果との比較を行なう。ここでは、NHPP の中でも Cox-Lewis モデル $(\Lambda(t) = [\exp\{\alpha + \beta t\} - \exp\alpha] / \beta)$ を仮定した場合を考える。先ほどと同様に、モデルパラメータが $(\beta, \eta) = (3, 0.2)$ であるベキ法則モデル $\Lambda(t) = (t/\eta)^\beta$ を用いて、元データとなる故障時刻列データを生成した。費用の係数はそれぞれ $c_1 = 1, c_2 = 5$ とする。故障時刻 $\{t_1, t_2, \dots, t_i\}$ が与えられた場合、次の故障時刻までの時間間隔 $t = t_{i+1} - t_i$ が確率分布関数 $F(t) = 1 - \exp[-\{\Lambda(t_i + t) - \Lambda(t_i)\}]$ に従うことを利用して、逆関数 $F^{-1}(\cdot)$ を用いて擬似時刻列データを生成し、ブートストラップ標本 $m = 2000$ 組を求めた。それぞれのブートストラップ標本に対して、最尤法（MLE）を用いて Cox-Lewis モデルのパラメータを推定し、平均値関数を求めて 2000 個の最適予防保全間隔 τ^* 及び最小期待費用 $C(\tau^*)$ の推定値を算出した。最適予防保全間隔及び最小期待費用の推定値に関する漸近的变化の様子を図 3 及び図 4 に示す。最適予防保全間隔の推定量に関しては、最尤推定値と BS 平均値及び中央値が近い値を取っていることが分かるが、真の値が信頼区間から大きく外れている様子が見て取れる。更に、最小期待費用に推定量については、元データ数が増加するにしたがって真の値が 95 % 信頼区間から外れていく様子を確認でき、推定量の分布の形成が上手く機能していないことが分かる。以上の結果から、パラメトリックブートストラップ法では、モデル選択が非常に重要な要素となることが分かる。これに対して、ノンパラメトリックブートストラップ法ではモデル選択の必要性がなく、データへの適合性を考慮しなくても推定量の確率分布の導出が上手く機能していることが分かる。

4.3 実データ解析

列車設備の小修理データに対して、本研究の手法を適用した例を示す。ここでは、実故障時刻の代わりに実故障マイルデータ ($n = 150$ 個, 平均故障マイル間隔 $= 178126$ miles) を用いた。図 5 は故障の振る舞いを図示したものであり、横軸はマイル数、縦軸はデータの個数を表している。費用の係数はそれぞれ $c_1 = 1, c_2 = 5$ とする。元データに対して本稿で提案したノンパラメトリックブートストラップ法を適用し、 $m = 2000$ 組のブートストラップ標本を生成して経験分布を構成した。表 3 は、それぞれ最適予防保全間隔と対応する最小期待費用に関する結果を示しており、図 6 及び図 7 は、それぞれの推定量に関する経験分布を表している。これらの結果から、最小期待費用の推定量に関しては、BS 平均値と中央値は非常に近い値を取っており、LSCV の値とも近い値をとっていることが確認できた。更に、歪度及び尖度の値から、最小期待費用の推定量の分布については、正規分布に近い形状を持っていることも分かった。一方で、最適予防保全間隔の推定量の分布については正規分布からは離れており、右に裾の長い分布形状を取っていることから信頼区間の上限が大きくなりやすい傾向にあることが分かった。

5 まとめと今後の展望

本稿では、小修理を伴うブロック取替え問題の最適予防保全間隔等の推定量について、故障時刻を記述する平均値関数が未知である場合を想定し、ノンパラメトリックブートストラップ法を用いた確率分布の導出を行なった。シミュレーション実験や実データ解析を通じて、算出された高次モーメントや信頼区間などの推定量に関する様々な統計的性質を確認することが出来た。今後の課題としては、本稿で提案したカーネル強度関数に基づくノンパラメトリック手法ではなく、他のノンパラメトリック手法を取り入れたブートストラップ法を用いた場合との結果の比較検証を行なう予定である。

参考文献

- [1] A. Sarkar, S. C. Panja and B. Sarkar (2011), Survey of maintenance policies for the Last 50 Years, International Journal of Software Engineering and Applications, vol. 2, pp. 130-148.
- [2] S. Tokumoto, T. Dohi and W. Y. Yun (2012), Confidence interval of optimal age replacement policy - parametric bootstrapping approach -, Advanced Reliability and Maintenance Modeling V (H. Yamamoto, C. Qian, L. Cui and T. Dohi, eds.), pp. 494-501, McGraw Hill.
- [3] Y. Saito, T. Dohi and W. Y. Yun (2013), Applying parametric bootstrap methods for a block replacement problem with minimal repair, Proceedings of the 17th International Conference on Industrial Engineering (IJIE2013), pp. 136-142.
- [4] R. E. Barlow, and F. Proschan (1965), Mathematical Theory of Reliability, Wiley.
- [5] P. Diggle, and J. S. Marron (1988), Equivalence of smoothing parameter selectors in density and intensity estimation, Journal of the American Statistical Association, vol. 83, pp. 793-800.
- [6] P. A. W. Lewis, and G. S. Shedler (1979), Simulation of nonhomogeneous poisson processes by thinning, Naval Research Logistics Quarterly, vol. 26, pp. 403-413.

表 1: 最適予防保全間隔に関する結果.

n	LSCV	BS 平均値	BS 中央値	分散	歪度	尖度	95 %信頼区間
10	0.2885	0.2757	0.2717	0.0011	0.5987	3.5246	[0.2222, 0.3486]
20	0.2885	0.2810	0.2753	0.0016	1.0071	4.9659	[0.2182, 0.3760]
30	0.2885	0.2756	0.2704	0.0012	1.1844	6.5653	[0.2233, 0.3566]
40	0.2885	0.2761	0.2712	0.0011	1.1435	5.9399	[0.2247, 0.3564]
50	0.2885	0.2749	0.2689	0.0013	1.0485	5.2560	[0.2190, 0.3585]
60	0.2885	0.2748	0.2704	0.0013	0.8987	4.4649	[0.2171, 0.3606]
70	0.2885	0.2746	0.2694	0.0013	1.4917	8.0012	[0.2217, 0.3587]
80	0.2885	0.2747	0.2704	0.0010	0.8471	4.3351	[0.2239, 0.3516]
90	0.2885	0.2730	0.2685	0.0010	1.1152	5.5468	[0.2236, 0.3487]
100	0.2885	0.2733	0.2697	0.0011	0.9509	5.0908	[0.2189, 0.3557]
110	0.2885	0.2739	0.2691	0.0012	0.9445	4.6856	[0.2177, 0.3614]
120	0.2885	0.2785	0.2740	0.0009	1.0526	5.6563	[0.2310, 0.3458]
130	0.2885	0.2789	0.2739	0.0010	0.7882	4.1327	[0.2294, 0.3455]
140	0.2885	0.2785	0.2750	0.0011	1.0094	5.2455	[0.2277, 0.3536]
150	0.2885	0.2769	0.2733	0.0012	1.1517	6.5967	[0.2233, 0.3531]

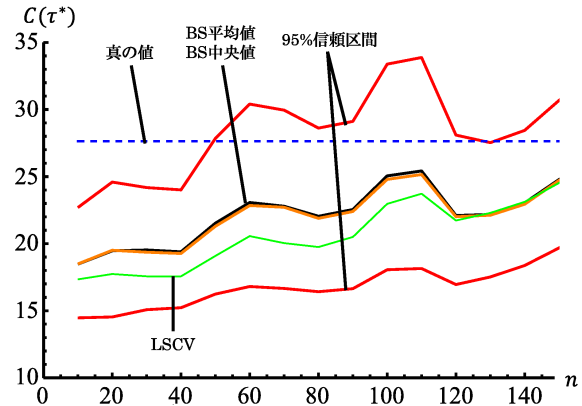
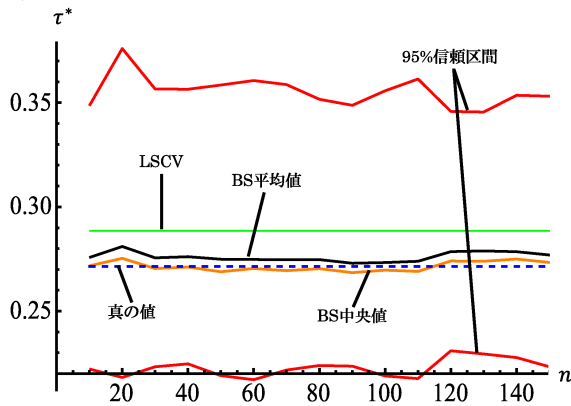


図 1: ノンパラメトリック BS 法を用いた場合の最適 図 2: ノンパラメトリック BS 法を用いた場合の最小
 予防保全間隔の推定量の漸近的振る舞い。 期待費用の推定量の漸近的振る舞い。

表 2: 最小期待費用に関する結果.

n	LSCV	BS 平均値	BS 中央値	分散	歪度	尖度	95 %信頼区間
10	17.3367	18.4743	18.4924	4.5432	0.1254	3.1473	[14.4705, 22.6953]
20	17.7352	19.4650	19.5058	6.5804	0.1225	3.0237	[14.5338, 24.5881]
30	17.5650	19.5295	19.3656	5.4051	0.1463	3.0734	[15.0757, 24.1813]
40	17.5650	19.3929	19.2699	5.0708	0.2824	3.2518	[15.2240, 24.0101]
50	19.0856	21.5284	21.2937	8.8736	0.3849	3.1328	[16.2384, 27.8402]
60	20.5625	23.0682	22.8461	12.1498	0.3825	3.1272	[16.8056, 30.4042]
70	20.0434	22.7917	22.7124	11.1198	0.3299	3.2551	[16.6626, 29.9524]
80	19.7511	22.0445	21.8910	9.6469	0.3566	3.3553	[16.4208, 28.6149]
90	20.4962	22.5494	22.3964	10.3590	0.3089	3.0310	[16.6444, 29.1158]
100	22.9674	25.0511	24.7916	15.1893	0.3396	3.0827	[18.0601, 33.3858]
110	23.7252	25.4211	25.1561	15.9470	0.3390	3.1446	[18.1484, 33.8781]
120	21.7255	22.1029	22.0126	8.1537	0.4698	4.1136	[16.9521, 28.0941]
130	22.2927	22.1768	22.1226	6.4871	0.3141	3.5234	[17.5178, 27.5280]
140	23.1164	23.0386	22.9423	6.5401	0.2898	3.1626	[18.3721, 28.4436]
150	24.5277	24.7797	24.7080	8.1029	0.2999	3.0117	[19.6765, 30.6776]

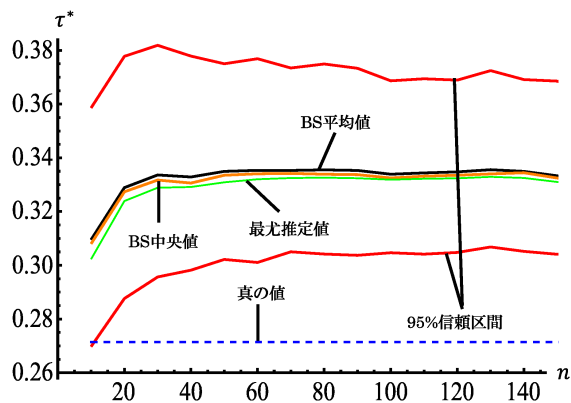


図 3: パラメトリック BS 法 (Cox-Lewis モデル) を用いた場合の最適予防保全間隔の推定量の漸近的振る舞い.

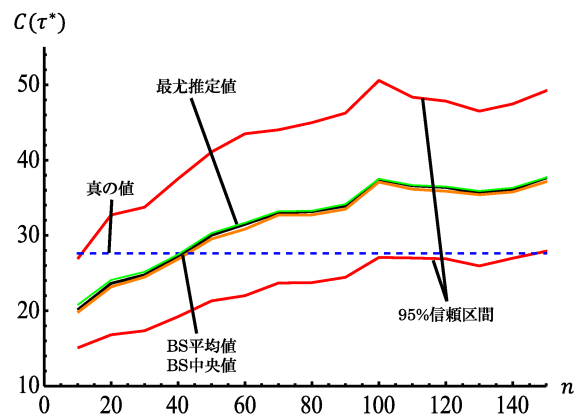


図 4: パラメトリック BS 法 (Cox-Lewis モデル) を用いた場合の最小期待費用の推定量の漸近的振る舞い.

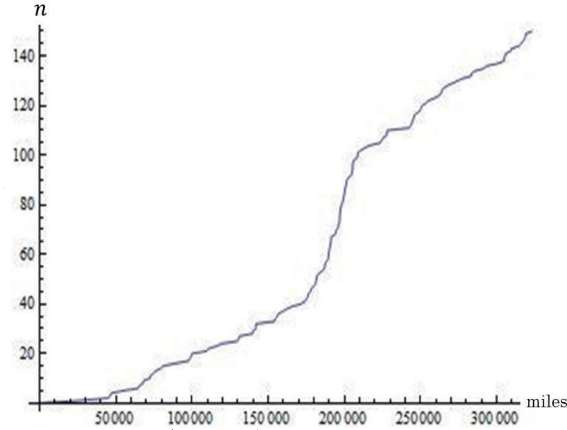


図 5: 列車設備の小修理データの振舞い.

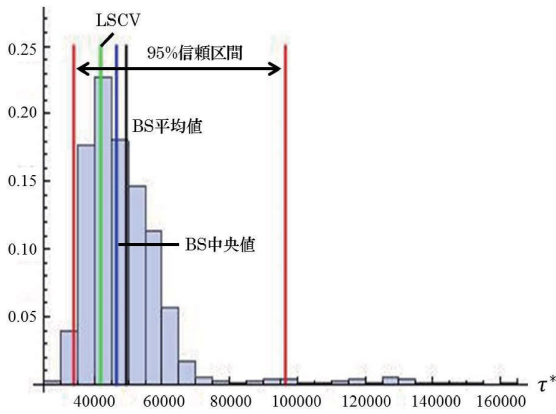


図 6: ノンパラメトリック BS 法を用いた場合の最適予防保全間隔の推定量の分布.

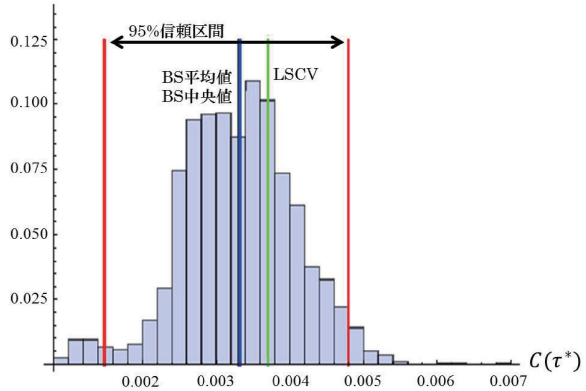


図 7: ノンパラメトリック BS 法を用いた場合の最小期待費用の推定量の分布.

表 3: 実データ解析結果.

	LSCV	BS 平均値	BS 中央値	分散	歪度	尖度	95 %信頼区間
最適予防保全間隔	41797	49415	46451	2.27e8	3.2735	17.848	[33895, 96462]
最小期待費用	0.0037	0.0033	0.0033	6.00e-7	-0.0956	3.6171	[0.0014, 0.0047]