

## 印刷教材における挿図の教育効果の検証

工学院大学 基礎・教養教育部門 北原 清志 (Kiyoshi Kitahara)  
Division of Liberal Arts,  
Kogakuin University  
甲南大学・知能情報学部 高橋 正 (Tadashi Takahashi)  
Faculty of Intelligence and Informatics,  
Konan University  
東邦大学・理学部 高遠 節夫 (Setsuo Takato)  
Faculty of Science,  
Toho University

### 1 はじめに

大学初年次や高等専門学校（以下カレッジ級という）の数学教育に現れる数学概念を、教育的視点から分かり易く的確に、学生にとって十分納得のゆく形に表現するためには、正確で見やすい図が適切に配置された挿図教材が重要な役割を果たすことが、我々の教育経験から次第に明らかになってきている [5]. しかしながら、カレッジ級の数学担当の先生方に対して行ったアンケート調査では、挿図教材の必要性を感じていない意見も多く聞かれた [6]. 本研究の目的は、注意深く準備された高品質の挿図教材が、学生の思考活動に与える影響を分析する手段を多面的に考察し、教材のもつ効果を客観的に把握する方法を明らかにすることである.

本稿で中心的に扱う指数的増大の理解に関する実験に先立って、図形的な概念の提示が理解に及ぼす影響について調査する目的で、プロジェクタ提示による動画を用いた教材を作成した [7]. べき関数  $y = x^4$  と指数関数  $y = 2^x$  のグラフを座標平面上に描き、順次  $y$  軸方向の縮尺を大きくして行くと終には 2 つのグラフが交わり、2 つの関数値の大小が入れ替わることを観察するものである. 動画は両座標軸のスケールが同じものから、 $y$  座標軸が  $\frac{1}{10,000}$  のものまで 37 枚用意した.

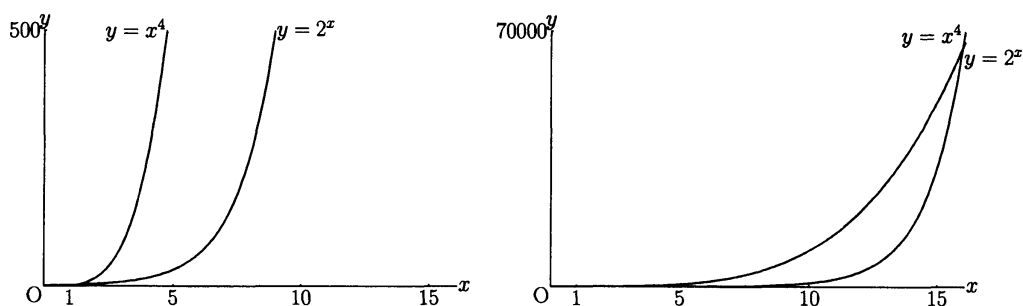


図 1. 動画の例

本教材を用いて約50名の学生を対象として実験授業を実施した。この授業の前後で行ったアンケートにより次の結果が得られた。

指数的増大について、69.4%の学生が授業前には知らなかったが授業後に正しく理解し、14.3%の学生が以前に聞いたことはあるが定着しておらず、授業後に正しく理解した。これらの学生を合わせると83.7%の学生がこの授業を通して指数的増大について正しく理解したことになる。あらかじめ知っていた学生は12.2%で非常に少ないことに注意する必要がある<sup>1</sup>。残りの4.1%は理解不十分と考えられる学生であった。

新たに開発した教材の効果を調べるために、授業の実施前後にアンケートやインタビューを通じて学生の意見・感想を調査することは、教材の改良という視点では非常に重要であるが、それによって教材に対する客観的な評価とすることには難しい点がある。このような観点からKETopicの研究グループでは、統計的な手法を用いて教材に対する客観的な評価を行うことも試みられている。2013年に行った実験授業では、長野高専と群馬高専で三角関数と極座標に関する2つの教材を用い、被験者を実験群と統制群に分けて分析を行った[4]。このような統計的手法は客観性を担保するためには重要であるが、一定以上の被験者数が必要なこと、カレッジ級の通常の授業との調整が困難なこと、など実施にあたっての問題も多い。

近年、長岡技術科学大学中川研究室を中心に、脳波計測による感性情報の分析により脳活動の様子を時系列的に捉える方法が開発されている。本研究による一つの成果は、指数的増大の理解をタスクとした脳波計測を行い、脳活動の様子を時系列的に捉えることによって、脳活動の進展状況の変化から、図入り教材に対する一つの客観的な評価が得られたことである。しかしそれ以上に本報告の目的は、我々KETopic研究グループのこの方面に対する幾つかの模索活動を概観することによって、客観的な評価への複数の道筋が明らかになってきたこと、それらの道筋は図入り教材の改良と発展の方向性とも大きく重なっていること、などを明らかにすることである。

## 2 指数的増大に関する図入り教材の改良と発展

適切に図を配置した教材の教育効果に対する客観的な指標を得ることを目的として、2014年8月に脳波計測を伴う実験が行われた[1]。この実験に収束してゆく形で、計測タスク内容や計測方法が改良されていったが、それらの改良と双方向的な関連を持ちながら、教材そのものも改良と発展を重ねてきた。その経緯を明らかにすることによって、良い教材についての方向性を探ることが本節の目的である。

指数的増大について目に見える形で提示するためのアイデアとして、同一座標平面上に指数関数とべき関数のグラフを両方描き、 $y$ 軸方向の縮尺を順次 $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ , ... と変化させた図を観察する、という方法に思い至ったことは、今後の展開にとって決定的な意味を持った。また、指数関数とべき関数の例として $y = 2^x$ と $y = x^4$ という自明過ぎず難し過ぎない、適切なものが見つかったことも重要な意味を持つ。

<sup>1</sup>日本の数学教育では指数的増大についてほとんど扱っていないのが現状である[8]。

第1段階の実験授業は2013年10月に数人の学生（高専生と大学生）に対して行われた。実験の方法は次のようになる。

(1)  $y = x^4$  と  $y = 2^x$  のグラフ ( $x \geq 0$ ,  $x$  軸と  $y$  軸は同一目盛) を見た後, 次の質問に答える (5分~10分)。

(a)  $x$  がすべての実数を動くとき, 2つのグラフの交点は ( ) 個ある。

(b) 2つのグラフにはどんな特徴があるか (箇条書きで, 答えられるだけでよい)

(2) 最初の図を回収後, 同一関数のグラフで  $y$  軸方向が  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1,000}$ ,  $\frac{1}{10,000}$  である図を見た後, 上記 (a),(b) の質問と次の質問に答える (5分~10分)。

(c) 指数関数  $y = a^x$  とべき関数  $y = x^n$  のグラフの一般的な特徴をまとめよ。

この実験は正解者が出ないという形で失敗に終わった。教員にとっては何でもない事のように思える考え方が, 学生にとっては非常に分かり難いことがあるという事実を示す教訓的な実験であった。

その後, 2014年3月に長岡技術科学大学中川研究室の協力のもとに, NIRS 計測に併用する形で脳波計測を行うことになり, 実験に向けて教材の改良を進めていった。以下が実験で使用した教材の改良点である。

始めにタスクの説明プリントが配られ, タスクの指示が,

それでは,  $x$  を限りなく大きくしたときの  
べき関数と指数関数の増え方の違い  
をグラフで考えてみよう。

となっている。次のプリントから時間計測が始まり, Sheet 1 ~ Sheet 7 まで各1分以内に解答する。Sheet 1 は  $y = x^2$  と  $y = x^4$  の比較であり, 2曲線が同一座標平面上に  $0 \leq y \leq 10$  の範囲で描いてある。Sheet 1 の図以外の問題部分を以下に記述する。

1.  $x$  が限りなく大きくなるとき, 増え方が大きいのはどちらか。

(1)  $y = x^2$                       (2)  $y = x^4$

2.  $x$  が限りなく大きくなるとき,  $y = \frac{x^2}{x^4}$  の値はどうなると考えられるか。

Sheet 2 は  $y = x^2$  と  $y = 2^x$  の比較で, グラフや問題形式は Sheet 1 と同じである。

Sheet 3 ~ Sheet 7 が主要問題である,  $y = x^4$  と  $y = 2^x$  の比較で, 2曲線が同一座標平面上に  $0 \leq x \leq 15$  の範囲で描いてある。各 sheet は  $y$  軸方向の縮尺がそれぞれ  $1$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1,000}$ ,  $\frac{1}{10,000}$  となっている。グラフと問題文を次に示す。(Sheet 4:  $y$  方向の縮尺  $\frac{1}{10}$  に対する問題文である)。

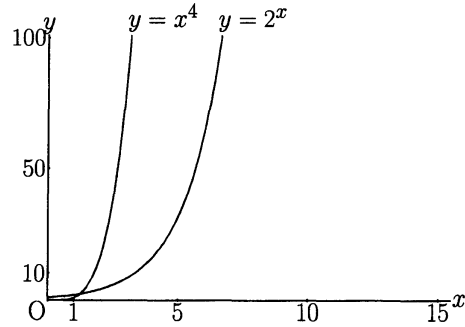


図 2. Sheet 4: 1/10

1.  $x$  が限りなく大きくなる時、増え方が大きいのはどちらか。  
 (1)  $y = x^4$                       (2)  $y = 2^x$

他の Sheet も問題形式は同じである。

先に述べたように、実験は NIRS 計測に併用する形で脳波計測を 2 電極のみで行った。被験者は高等専門学校の上級生で男性 2 名女性 1 名である。この実験において、行動観察と共に解答時間を記録したことが、データ解析で重要な意味を持つことが明らかになった。表 1 は各被験者の各タスク Sheet 1 ~ 7 について、解答までに必要とした秒数と解答の正誤を表わす。3 人とも始めは間違えた解答をしていたが、途中から誤りに気づき、それ以降は正解を答えている。ここでは被験者 2 が最も典型的な認識パターンを示しているが、解答時間の記録と脳波データとを付き合わせてみると、誤りに気付いた時点の脳波の標準偏差がそれ以外の部分のものとは大きく違っていることが観察された。さらに、誤りに気付かず解答しているときと、誤りに気づき自分の解答に確信をもった後とでは、解答時間に顕著な差が見られ、誤りに気付いた後はその前より解答時間が短くなることが確認される。始めは自然な形で誤答に導かれ、事態が進むにつれて自分の誤答に疑問を持ち始め、終には正解に到達するという認識パターンは、概念を深く理解する上で非常に重要であることがこの実験結果から示唆される。実際、終了後のインタビューで、 $\frac{1}{100}$  のグラフをみて自分の選択が違うかなと思い始め、 $\frac{1}{1,000}$  のグラフで「確信した」と答えている。被験者 1 は正答の前後で解答時間に大きな差は見られませんが、終了後のインタビューで次のように答えている。 $\frac{1}{1,000}$  のグラフを見て  $x^4$  より  $2^x$  が「あっ」と思った。被験者 3 は最後の Sheet の開始から 20 秒後に誤答を選択し、30 秒後に選択を消し、45 秒後に正答を選択している。

	Sheet1	Sheet2	1/1	1/10	1/100	1/1,000	1/10,000
Sub1	16, R	10, W	18, W	13, W	09, W	17, R	15, R
Sub2	28, R	32, W	33, W	36, W	45, R	15, R	16, R
Sub3	18, R	18, W	15, W	14, W	10, W	17, W	45, R

表 1. 解答時間と正誤

この計測実験をきっかけとして、同じタスクによる (脳波計測を伴わない) 実験を、2014 年 5 月にペンシルベニア州立大学と東邦大学で 1 年生 20 名程度に対して行なった。これらの実験を通して、タスク内容の説明方法や問題の質問方法を改良する必要性が次第に

明らかになってきた。「2つの関数の増え方の違い」という概念が難しく、その意味を被験者が理解していないことが判明したことがその理由である。この必要性に基づいて8月の計測では説明文におけるタスクの指示を次のように改良した。

それでは、 $x$ を非常に大きくしたとき  
べき関数と指数関数のどちらが大きくなるか  
を考えてみよう。

Sheet 2~Sheet 6が主要問題であり、問題文は次の形に改良した (Sheet 4:  $y$  方向の縮尺  $\frac{1}{100}$  に対する問題文である。Sheet の番号は前実験の図2とは違っている)。

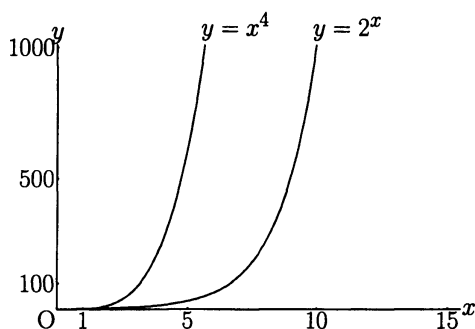


図3. Sheet 4:  $1/100$

**問題1.**  $y = 2^x$  のグラフで、 $y = 100$  となる  $x$  は次の範囲のどこにあるか。

- (1-1)  $0 < x < 5$       (1-2)  $5 < x < 10$       (1-3)  $10 < x < 15$

**問題2.**  $x$  を非常に大きくしたとき、次のどれが正しいか。

- (2-1)  $x^4 > 2^x$  である      (2-2)  $x^4 < 2^x$  である      (2-3) どちらもいえない

以前の問題と変わったところは、まず第1に、問題2に対する基準問題としての問題1を設けたことである。基準問題は誰でもが簡単に答えられる内容になっており、計測後の脳波解析において脳波の基準値の役割を果す。即ち、脳活動がそれほど活発でない状態での脳波の形状を特定し、続くメインのタスクにおいて脳の活動状況に変化が見られるかどうかの判断基準となるものである。問題1はデータ分析担当者からの提案を教材作成者の視点で分析し具体化したものである。問題2がメインのタスクであるが、改良前の問題文は増大度の違いを問うていたのに対して、正しい不等式を選択するようになっており、単純な大小関係を問う理解しやすい問題となった。

最後のSheet 7はテイラーの定理を用いて、指数的増大という性質を理論的に説明する内容である。このSheetは以前には無かったものであり、8月の計測で初めて作成・使用した。この説明の必要性を認識したのは、本教材による実験授業を行う中で、学生の次のような反応に直面したことが原因である。即ち、一連の図示によって指数的増大に関する直観的な理解には到達したが、腑に落ちるという形では納得していない学生がいたことである。そのような学生に対して理論的説明を行うことによって、初めて心からの納得が得られたのである。従って理論的説明を行うSheetの存在は一連の図示による直観的説明と一体となって、本教材を完結させる位置を占めるものということができる。以下にその内容を記述する。

$x$  が十分大きくなると、べき関数より指数関数の方がいつでも大きくなる。  
 このことを、指数関数  $y = e^x$  とべき関数  $y = x^2$  の場合について説明しよう。  
 $y = e^x$  のマクローリン展開は

$$\begin{aligned} e^x &= 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{4!}x^4 + \dots \\ &= 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \varepsilon \quad (\varepsilon = \frac{1}{4!}x^4 + \dots \text{とおいた}) \end{aligned}$$

となり、 $\varepsilon$  は、 $x > 0$  のとき常に正であることが知られている。  
 このことから、 $x > 0$  のとき

$$e^x > \frac{1}{6}x^3$$

が成り立つ。

$\frac{1}{6}x^3$  と  $x^2$  の大小を調べると

$$\frac{1}{6}x^3 - x^2 = \frac{1}{6}x^2 \left( x - \square \right) \quad (*)$$

したがって、 $x > \square$  のとき、(\*) は正となるから、 $e^x > x^2$  であることがわかる。

問題 1.  $\square$  に入る数はいくつか。

(1-1) 2

(1-2) 3

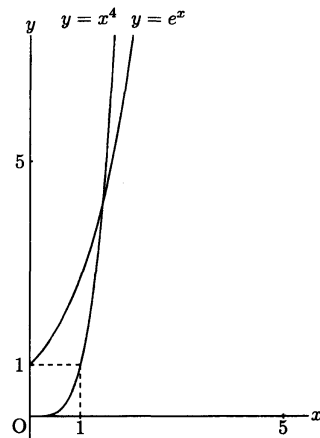
(1-3) 6

問題 2. 図は  $y = e^x$  と  $y = x^4$  のグラフである。  
 $x$  を十分に大きくしたとき、次のどれが正しいか。

(2-1)  $x^4 > e^x$  である

(2-2)  $x^4 < e^x$  である

(2-3) どちらともいえない



本節の最後に解答方法と解答時間計測に関して、大幅な改善が行われたことを報告する。8月の計測では、被験者が解答するとき、Sheet に筆記用具で印をつけるのではなく、Response Analyser のスイッチを押下げる方式とした。こうすると体動が抑えられてノイズの少ない計測が可能になる。Response Analyser は臼井教授（木更津高等専門学校）によって試作され、現在も改良が続けられている。特徴は次のとおりである。

- 無線通信により、複数の子機を同時計測可能
- 親機は Raspberry Pi

- Linux ベースの OS を搭載
- 拡張性が高い
- 将来的にネットワーク通信が可能

Response Analyser の使用により解答時間が正確に計測できるようになり、被験者の思考過程の特徴が視覚化できるようになったことは非常に大きな意味を持つ。複数の子機を同時計測可能なので、人数の多い被験者に対して同一のタスクを課して応答データを分析することにより、教材の新しい評価方法が得られる可能性がある。

### 3 計測の方法と結果

本稿が考察する脳波計測は2014年8月4日、5日に長岡技術科学大学において行われた。5感性情報(安静, 快, 不快, 喜び, 怒り)の抽出を行うために国際10-20法に基づく16か所の計測部位で測定を行った。被験者は一般男性7人でその内訳は大学院生6人(Sub1~Sub6 とする)と高等専門学校4年生1人(Sub7 とする)である。計測装置はTEAC Polymate V(16channel, 8000[Hz])を用いた。

計測タスクは大きく2種類に分けられる。感性解析の reference data を計測する部分と数学タスクを計測する部分である。感性基準値を計測する部分の内容は

Wait, 安静, Rest, 快, Rest, 不快, Rest, 喜び, Rest, 怒り

であり、計測時間は全て1分間である。

数学タスクは合計7枚のプリントを用いて行われた。被験者は横長の机を前にして椅子に座る。プリントは被験者の前面左側の机の上に、次のタスクが見えないように裏面を上にして重ねて置かれ、被験者自身が一枚ずつめくって正面机上で観察する。各プリントは2問構成の解答選択式であり、1枚目から6枚目までのタスク(これを Task A1~A6 と呼ぶ)は1分間、7枚目のタスク(これを Task B と呼ぶ)は3分間の解答時間が与えられている。被験者に見えるようにデジタル時計が置かれているが、解答時間が終了する毎にタイムキーパーによって被験者に音声で通知が行われる。通知が行われることは予め被験者に伝えてあるので、時間を気にすることなくタスクに専念することができる。被験者の前面右側机上には Response Analyser が置かれており、4つのスイッチボタンの押下げによって解答する。今回の計測では新開発の Response Analyser が本質的に重要な役割を果しているが、そのことは前節で触れた。

数学タスクの内容は次のようになる。最初に被験者に渡されるプリントは、タスク内容の説明と、解答操作時の注意を述べたものでありこの間は計測を行わない。前節でタスクの指示方法を改良した(「増え方の違い」という聞き方はしない)ことを述べたので、解答操作時の注意を示す。この注意は以前からあったものに対し Response Analyser の使用に伴って追加修正したものである。

- ◇ 「はい」と声をかけたら、新しいページをめくって下さい。
- ◇ 各選択肢は、(問題番号 - 解答番号)の形になっています。
- ◇ 答えるときは、問題番号と解答番号を順に押して下さい。

例 (1-3) のとき, 1, 3      (2-2) のとき, 2, 2

- ◇ 各ページは、特に断らない限り1分ずつ提示します。  
終了時には、「はい」と声をかけます。
- ◇ 時間内であれば、答えを何度でも訂正していいです。  
訂正するときも、問題番号と解答番号を順に押して下さい。  
また、どれを選んだか分からなくなったときも、もう一度押して下さい。  
例 (1-4)に訂正するとき、そのまま1, 4を押す。  
例 念のためもう一度(1-3)を入力したいとき、そのまま1, 3を押す。

次に時間計測を開始し、1枚目のタスク(Task A1)を行う。Task A1は数学タスク全体に対する基準タスクで、グラフを見ながら $y = x^2$ と $y = 2^x$ の大小比較に関する2つの間に答える形である。さらに問題1はTask A1に対する基準タスクである。

**問題1.** 原点を通る曲線はどちらか。

(1-1)  $y = x^2$                       (1-2)  $y = 2^x$

**問題2.**  $x$ を非常に大きくしたとき、次のどれが正しいか。

(2-1)  $x^2 > 2^x$  である    (2-2)  $x^2 < 2^x$  である    (2-3) どちらともいえない

Task A2~A6も全く同じ問題構成になっている。問題内容は前節に示した。以下にそのグラフを示すが、 $y$ 軸方向の縮尺を順次 $1, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1,000}, \frac{1}{10,000}$ とするグラフを見ることによる脳活動の変化を計測することが目的である。一連の図4に表示したグラフに対応するタスクはA2, A4, A5, A6である。

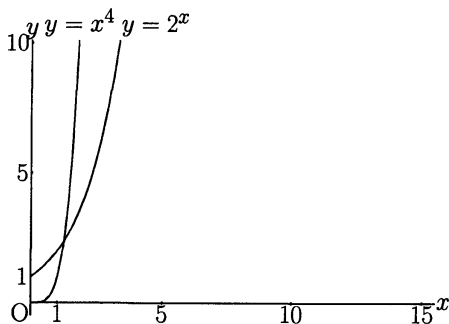


図 4-1. Sheet 2: 1/1

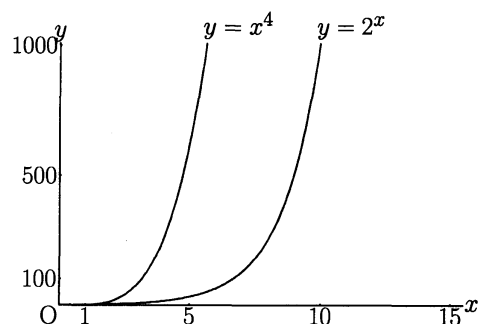


図 4-2. Sheet 4: 1/100

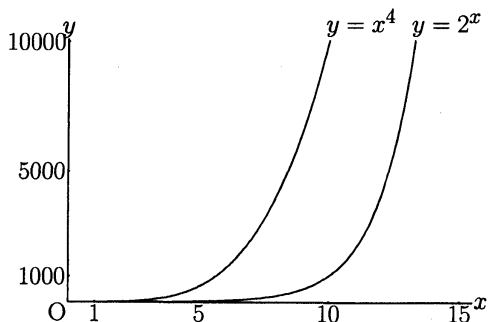


図 4-3. Sheet 5: 1/1,000

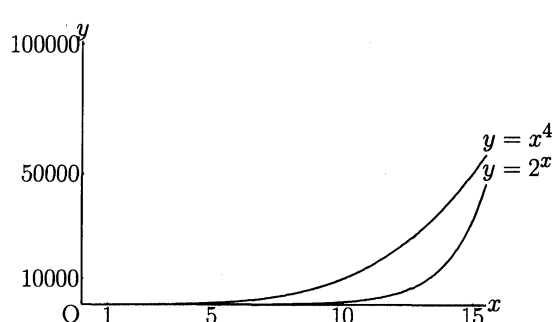


図 4-4. Sheet 6: 1/10,000

図 4. 脳波計測に用いたグラフ



最後の Task B はテイラーの定理を用いた指数的増大の理論的説明を理解するというタスクであり，説明を読み，解答する時間は3分である。

次の表は被験者 1, 4, 7 の各タスクにおける解答時間と解答の正誤を記録したものである。各被験者は各タスクの各問題毎にスイッチを 2 回押下げることが求められている。始めのスイッチ押下げが表中の key1 であり，問題番号を意味している。key2 が解答であり，R/W は解答の正誤を表わしている。

Task	Sub1			Sub4			Sub7		
	Time	k1	k2R/W	Time	k1	k2R/W	Time	k1	k2R/W
A1	0:13.0	1	1 R	0:44.7	1	1 R	0:11.0	1	1 R
	0:41.7	2	2 R	1:01.9	2	2 R	0:24.5	2	2 R
A2	1:08.4	1	1 R	1:34.1	1	1 R	1:06.0	1	1 R
	1:17.3	2	1 W	1:51.0	1	1 R	1:52.0	2	2 R
A3	2:29.6	1	2 R	2:26.3	1	2 R	2:18.1	1	2 R
	2:49.8	2	1 W	2:44.6	2	1 W	2:59.2	2	1 W
A4	3:31.6	1	3 W	3:14.3	1	2 R	3:15.1	1	2 R
	3:46.1	2	1 W	3:32.3	2	1 W	3:58.0	2	1 W
A5	4:14.5	1	3 R	4:13.1	1	3 R	4:09.4	1	3 R
	4:52.5	2	1 W	4:22.6	2	1 W	4:32.0	2	2 R
A6	5:20.5	1	3 R	5:31.4	1	3 R	5:07.3	1	3 R
	5:34.8	2	1 W	5:35.3	2	2 R	5:08.2	2	2 R
B	5:52.5	2	2 R						
	7:52.7	1	3 R	6:36.8	1	3 R	6:53.1	1	3 R
	8:22.6	2	2 R	7:06.6	2	2 R	7:03.5	2	2 R

表 2. 解答時間，押されたキーと正誤

表から読み取ることのできる傾向について述べる。全ての被験者について，メインタスクの A2~A6 において，途中まで間違えているが最後の A6 では正解に到達している。理論的な考察をするタスク B で全員が問題 1，問題 2 共に正解を答えている。これらのことより，今回の課題について全員が正しい理解に到達したと考えることができる。また，タスク A1 及び各タスクの問題 1 は全員が正解しているので，基準問題として妥当であると判断できる。

今回は感性解析用に 16 か所の脳波データを計測したが，感性解析を行うまでには至っていない。ここでは電極の 4,5 から得られた脳波に対して自己相似性解析という手法によって特性指数 (the variance property)  $\alpha(t)$  を計算し，そのグラフから脳活動の特徴を考察した。次に示すのは特性指数と電極電圧との関係の概要である [2]。計測された電極電圧  $x(t)$  に対して偏差に相当する量

$$\text{a variogram at lag } \tau: V(\tau) = \frac{1}{2} E [(x(t) - x(t + \tau))^2]$$

を計算する。今回の解析では  $\tau = 0.25$  sec. である。信号  $x(t)$  が自己相似性 (self-similarity) をもつと，比例関係  $V(\tau) \approx |\tau|^\alpha$  が成り立ち，両辺の対数をとれば次式が得られる。

$$\log V(\tau) = \log A + \alpha \log |\tau|$$

特性指数  $\alpha$  は入力信号  $x(t)$  に雑音や偏りが少ないとその値が  $1 \leq \alpha \leq 2$  の範囲にあることが知られている。脳活動が休止状態のときは  $\alpha$  は 1.2 に近い値をとりながら振動する、 $\alpha$  値の高い所での振動は、様々な脳信号が同期することにより、脳活動が活性化していることを表わすと考えられている。

以下に被験者 1 と被験者 4 のタスク A5, A6 実行中の  $\alpha(t)$  のグラフを示す。赤のグラフが左脳、緑のグラフが右脳の計測から得られたものである。左脳と右脳のグラフにはほとんど違いが無く、両者の違いには意味はないと考えられる（被験者によって赤が常に上側にある、或いは常に下側にあるという違いは見られる）。図中の鎖線は計測開始後から Response Analyser のスイッチが押されるまでの経過時間を表わし、表 2 の記録時間と一致している。また、1R, 2W 等は問題 1 が正答、問題 2 が誤答を表わす。

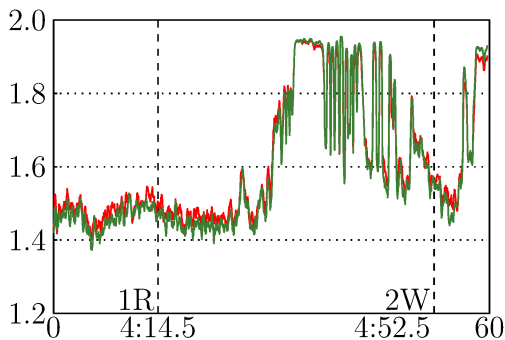


図 5-1. Sub1, Task A5

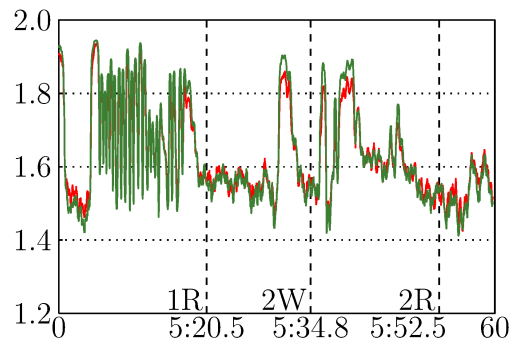


図 5-2. Sub1, Task A6

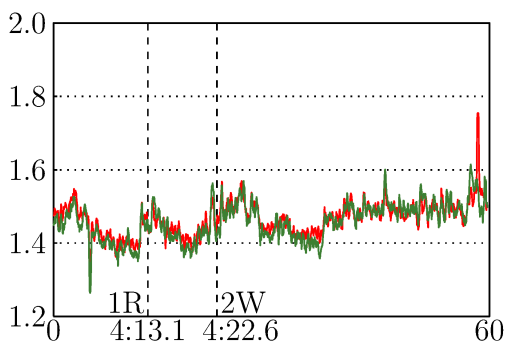


図 5-3. Sub4, Task A5

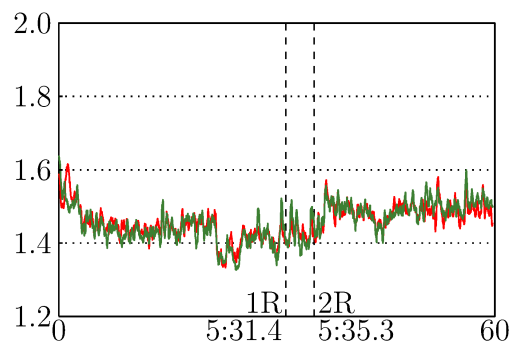


図 5-4. Sub4, Task A6

図 5. 被験者 1,4 に対する  $\alpha(t)$  のグラフ

被験者 1 はタスク A5 の問題 2 に対する誤答の前後で  $\alpha$  値の大きな振動が見られる。振動はタスク A6 の問題 1 の正答直前まで続き、一旦小さな振動になるが問題 2 の誤答前後で再び大きくなり、やがて 2 回目の問題 2 に対する正答を経て小さくなって行く。実験後のアンケートで、分かったことを書いて下さいという質問に対して、べき関数より指数関数の方がいつでも大きくなると記述しているが、これまでその事実は知らなかったと答えている。

被験者 4 はタスク A6 以前は問題 1 に対する解答時間が短めに推移しているが、A6 では時間が掛かっている。しかし、問題 1 の正答後すぐに問題 2 に正答している。 $\alpha$  値の

振動は小さいが，A6の解答前後で $\alpha$ 値の上昇が認められる．問題2に対するそれまでの回答が誤答であったことに気づき正答したことを確信している様子が推測される．実験後のアンケートに対して， $x$ が小さいときは $y = x^n$ の方が大きい，増加量は $y = a^x$ の方が大きい，と記述しており，指数的増大については，高専の1~2年の頃授業で聞いたことがあると答えている．

被験者7については最も典型的な回答状況を示していると考えられ，次節で分析する．

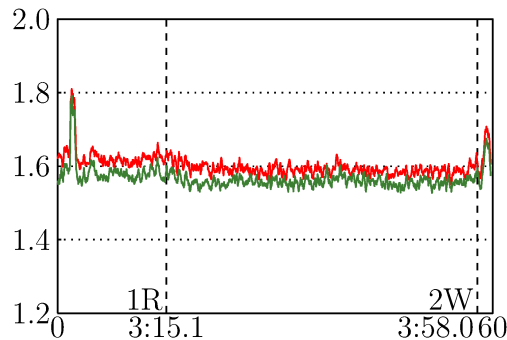


図 6-1. Sub7, Task A4

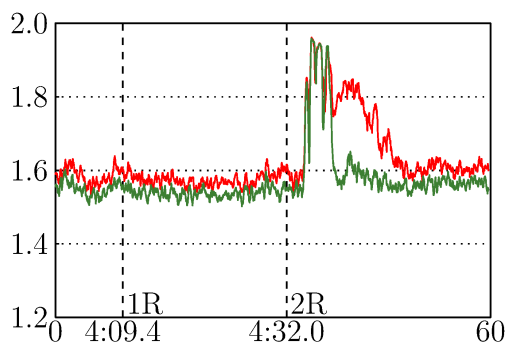


図 6-2. Sub7, Task A5

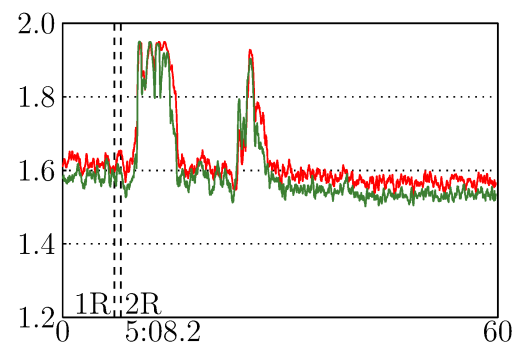


図 6-3. Sub7, Task A6

図 6. 被験者7に対する  $\alpha(t)$  のグラフ

## 4 まとめ

ここでは被験者7について，Response Analyserによる解答時間の記録と $\alpha$ 値のグラフを基に考察する．

1. 被験者が問題の本質に気づき，誤答から正答へと考えを変える様子が捉えられている．
2. 自分の解答に確信をもって解答している様子が捉えられている

(1) 図 6-2 で正しい解答をした後の $\alpha$ 値の高い位置での振動とその持続時間の長さが，自分の解答に納得している様子を表わしていると考えられる．これに対し 図 6-1 の左端

では A3 のタスクでの誤答後の脳活動が、右端では A4 のタスクでの誤答後の脳活動が反映されており、どちらも  $\alpha$  値の上昇は確認できるものの、目立つ程ではなく持続時間もわずかである。

(2) 図 6-3 において、問題 1 の正答の直後に問題 2 に正答し、その後  $\alpha$  値が大きく上昇して振動し持続時間も長いことが示されている。被験者 7 はタスク後のアンケートに対して、べき関数と指数関数の大小については知らなかったが、タスク A5 で気付き、タスク A6 で確信した、と記述しており、タスク B は理解できたと答えている。

問題 1 のタスクについては全タスクで正解であり、スイッチ押下げ前後で脳波は落ち着いた状態にあり特別な活性化はしていない。タスク A6 については、問題 1 の解答後 0.9 秒で問題 2 に解答しているため、問題 1 の解答状況を分離することはできない。

## 5 あとがき

### 5.1 教材作成課題における感性分析

K $\epsilon$ Tpic を用いて内接円を作図する教材作成課題に挑戦して頂いた高専教員の脳波計測による感性情報抽出の結果について、解析の一部を報告する [3]。被験者は K $\epsilon$ Tpic の初心者なので、角の 2 等分線を引くタスク、2 本の 2 等分線の交点を求めるタスク、内接円の半径を求め内接円を描くタスクなど、3 つの段階を順に助言者のヒントを基に、不慣れなコマンドを使いながらクリアして行くというものである。感性出力図の青のグラフは「安静」の感性、緑は「快」、赤は「不快」の感性を表わす。

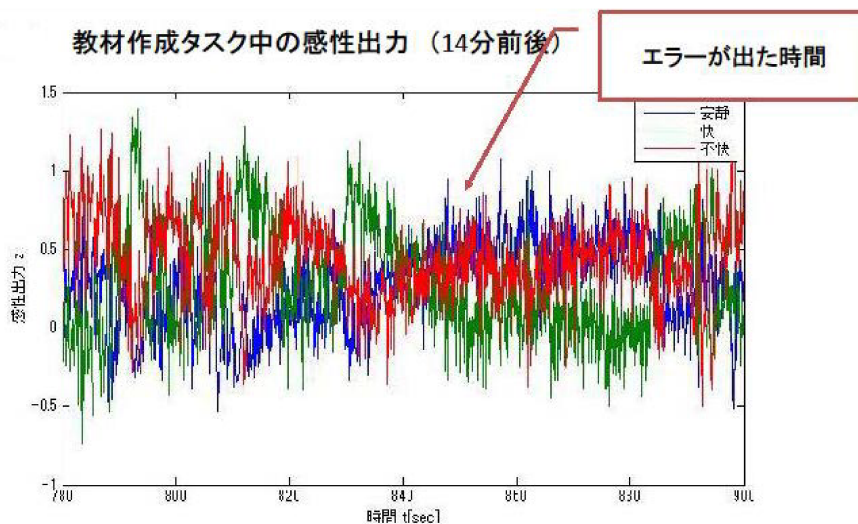


図 7-1. エラー出力に遭遇

図 7-1 の感性出力図は幾つかのコマンドを書いて実行し、中間出力図が得られるはずであったが、思わぬエラー出力に出会ってしまったときの感性の変化を記録したものである。エラー出力に遭遇する前後での快・不快の入れ替わりがはっきり捉えられている。

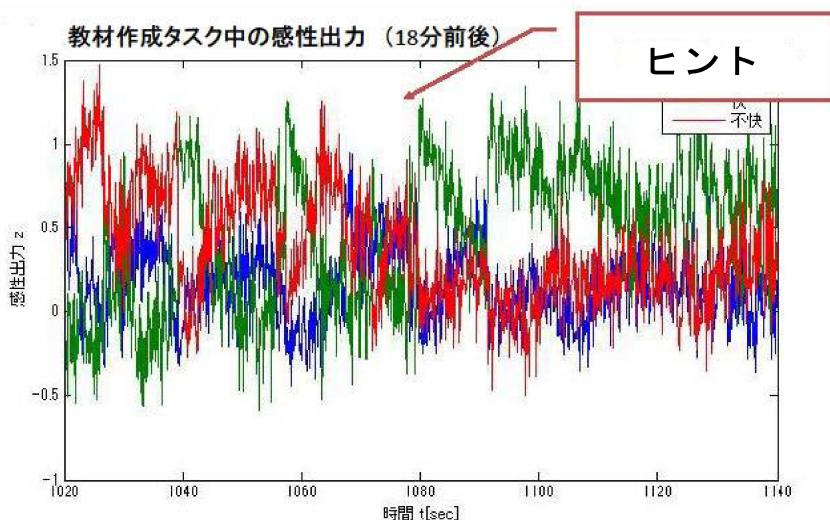


図 7-2. 助言者からヒントを受ける

図 7-2 の出力図は、先のエラーの原因が見つからないままに時間だけが推移して行く困惑した状況の中で、助言者から適切なヒントを示されて「そうか!」という気付きが起こる前後の状態である。困惑した中でも快・不快が交互に現れているが、気付きが起こった直後では、快の感性が圧倒的に強くなっていることは一目瞭然である。

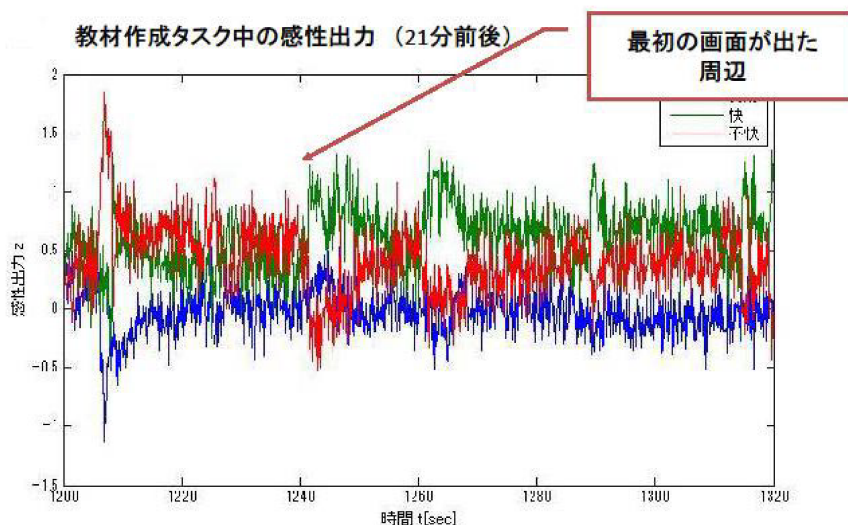


図 7-3. 初めて画像出力に成功

図 7-3 の出力図は、助言者のヒントを基にエラーの原因を一つ一つ潰して行き、これで大丈夫というところで実行した結果、最初の図形描画に成功した前後の様子である。結果が出る前では快・不快が拮抗しつつ推移しているが、成功画面を見ると同時に快の感性が優位となることが見て取れる。

ここでは教員に対する感性分析を示した。同様な方法を学生の課題遂行に対して適応することにより、図入り教材の教育効果についての客観的評価が得られることが期待されるが、2014年8月の脳波計測でのデータを用いて感性分析が進行中である。

## 5.2 統計解析の手法による実験授業

正確な図を伴う数学教材の教育効果について検証するために、統計解析の手法による実験授業を行った結果について考察する。ここで扱う課題は「極座標で表された関数」である。少人数による予備実験の後に、長野・長岡の各高专で2年生各1クラス(約40名)ずつを対象に、各々を実験群・統制群各20名程度に乱数を用いて二分する形で、2013年7月に本実験を行った。使用する教材としては、同一のグラフ作成課題に対して、K<sub>E</sub>Tpicによる正確な図の情報を一部付加した場合(実験群)とそうでない場合(統制群)の2種類を作った。実験は通常の導入授業の流れの中で行った。即ち、被験者が共通に使っている教科書を用いて、極座標の定義やそれによって表される関数の意味を説明した後、例題として $r = 2\sin^2\theta$ のグラフを描画させる課題を課した。図8の左の図を統制群に、右の図を実験群に与えて書かせるという形で比較を行った。

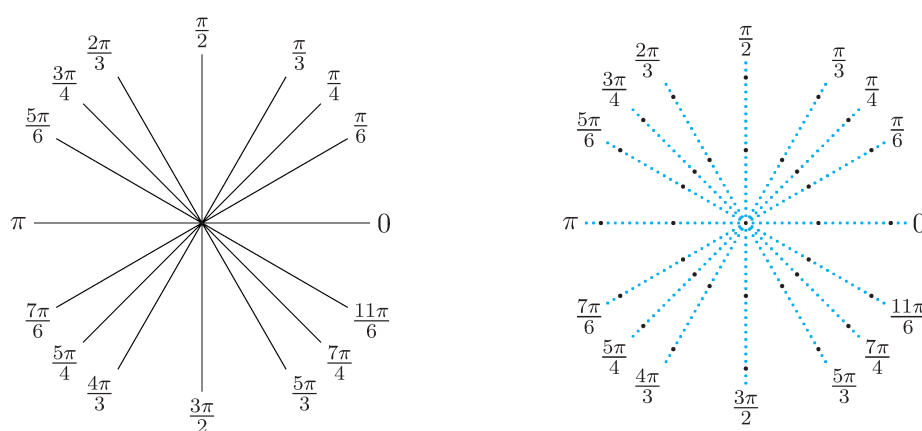


図8 極座標に関する実験用教材

統制群の一般的な図に対して、実験群の図は、K<sub>E</sub>Tpicを用いることによって0.1cm単位に正確に点が打たれている上、原点から1cm, 2cmそれぞれ離れた点にだけ大きな点が打たれている。このことによって、被験者のイメージの中に原点を中心とした同心円が浮かび上がり、「極座標で表された関数のグラフ」という概念の理解を助けることが期待された。グラフの完成度に関する採点基準を設けた上で、全被験者の得点に基づいてウェルチのt検定を行った結果得られたp値が0.002388となり、2群の差が有意に認められる状況であった。従って、長さや形を正確にとった「方眼」の存在が、解答の質に寄与する可能性が示された。他の教材についても同様な手法を試みたが、深い理解をもたらす教材かどうかに対する客観的評価にとっては、統計的手法だけでは不十分であると考えられる。

## 謝辞

本研究は、科学研究費補助金・基盤研究(C)(課題番号24501075)の助成と、長岡技科大、豊橋技科大および国立高专機構による三機関連携事業の協力を受けています。



## 参考文献

- [1] K. Kitahara, K. Usui, M. Kaneko, S. Takato, "Neuroscientific consideration of the educational effect achieved using illustrated course materials", *Scientiae Mathematicae Japonicae Online e-2014*, 305-315
- [2] A. Nemoto, S. Tanaka, I. Kurimoto and Y. Kuo, "Detecting Incongruities of Semantic and Hearing in Chinese Sentence by Using Variogram", 2014 Fourth International Symposium on Technology for Sustainability(ISTS2014), <http://www.ists2014.ntut.edu.tw/>
- [3] 野澤 武司, "三機関連携 AT WGIII 医用・感性情報インターフェース (生体情報計測・脳情報計測処理) 数学教材作成と脳機能計測実験・研究打ち合わせ (2014年3月21日～2014年3月23日) 実施報告書", 2014年4月
- [4] 金子 真隆, 前田 善文, 濱口 直樹, 野澤 武司, 大内 俊二, 高遠 節夫, "CASの利用に基づく正確な図の利用がもたらす教育効果検証について", 京都大学数理解析研究所講究録 No.1909 (2014), pp.136-146
- [5] M. Kaneko, Y. Maeda, N. Hamaguchi, T. Nozawa, S. Takato, "'A Scheme for Demonstrating and Improving the Effect of CAS Use in Mathematics Education", Proc. ICCSA2013, pp.62-71, 2013
- [6] M. Kaneko and S. Takato, "The effective use of  $\LaTeX$  drawing in linear algebra", The electronic journal of mathematics and technology, vol.5-2, pp.129-148, 2011
- [7] M. Kaneko and S. Takato, "A CAS macro package as  $\LaTeX$  graphical command generator and its applications", Proc. ICCSA2011, pp.72-81, 2011
- [8] J. Stewart, Metric International Version Calculus, 6e, ISBN-13: 978-0-495-38362-8, p.349 and p.433 (2009)