数理解析研究所講究録
第1990巻 2016年 230-237

プロジェクト・リスク・マネジメントにおける リスク対策の数理モデル化

金沢学院大学 経営情報学部 福田 裕一 (Hirokatsu Fukuda)
Faculty of Business Administration and Information Science,
Kanazawa Gakuin University
金沢学院大学 経営情報学部 桑野 裕昭 (Hiroaki Kuwano)
Faculty of Business Administration and Information Science,
Kanazawa Gakuin University

1 はじめに

プロジェクトではさまざまなプロジェクト・リスクが発生し，コストやスケジュールなどに悪い影響を与え，その結果としてプロジェクトが失敗に終わる場合がある．このため，プロジェクトの実務においては，事前にリスク対策を実施することにより，プロジェクト・リスクの発生を抑制したり，プロジェクト・リスクが実際に発生した場合の影響を減少させたりすることができると考え，適切なリスク対策を実施することによって，プロジェクトを成功に導こうと試みている．プロジェクト・リスク・マネジメントとは，このようなプロジェクト・リスクの発生と影響をコントロールするためリスク対策を計画・実行し，プロジェクトを成功に導こうとする一連のマネジメント活動のことを指している．

しかし，現実問題としてプロジェクト・リスク・マネジメントを実施したプロジェクトであってもプロジェクトの状況に応じたリスク対策を計画・実行することは非常に難しい．即ち，不十分なリスク対策しか実施されないままプロジェクト・リスクが発生し，その結果として与えられた期限までにプロジェクトを完了することができず，プロジェクトが失敗に終わってしまう場合も多く見受けられる．

上記のようにプロジェクトが失敗に終わる要因は複数考えられるが，そのひとつとして，リスク対策の効果を定量的に評価するための手法が確立されていないことがあげられ，リスク対策の効果を示すための数理モデルの導入が求められている。

2 プロジェクト・リスクマネジメント

2.1 プロジェクト，プロジェクト・リスク，プロジェクト・リスク・マネジメントとは

本研究の対象とするプロジェクト，プロジェクト・リスク，プロジェクト・リスク・マネジメントについて簡単に説明する．まず，プロジェクトとは何らかの順序性を持つ作業の集まりで，作業はそれが遂行されるために必要な所要期間を持つ．プロジェクト完了期間とは，プロジェクトに含まれる最初の作業を開始した日から，すべての作業が終了した日までの経過日数を指す．プロジェクトには予め定められた期限が存在し，プロジェクト完了期間が期限以下であれば，そのプロジェクトの結果は成功であると判断し，プロジェクト完了期間が期限を超えた場合には，そのプロジェクトの結果は失敗であると判断する．

次に，プロジェクト・リスクとはその生起によってプロジェクトに含まれる作業の所要期間が増加する事象を指す．プロジェクト・リスクの例としては，次のようなものが考えられる．

- 計画していた装置が故障のため利用できなくなった
- 予定した期日までに，所轄官庁の許認可が得られなかった
- 採用していた技術に欠陥が見つかった

プロジェクト・リスクの生起により作業の所要期間が増加すると，プロジェクト完了期間が増加し，結果としてプロジェクトが失敗に終わる場合がある．このようにプロジェクト・リスクとはそれが起きれば，プロジェクト完了期間に，さらにプロジェクトの結果に影響を与える不確実な事象を意味することとする．以下，プロジェクト・リスクがそのプロジェクトにおいて生起する確率をプロジェクト・リスクの発生確率，プロジェクト・リスクが生起した場合のプロジェクト完了期間の増加量を，プロジェクト・リスクの影響度または遅延日数と呼ぶ．

さらに，プロジェクト・リスク・マネジメントとはプロジェクトの結果に影響を与えるプロジェクト・リスクのマネジメントを行うプロセス全般を指す．具体的には，プロジェクトが予め定められた期限までに完了できるように，事前に認識されているプロジェクト・リスクを解消するためのプロセスなどを意味している．

2.2 プロジェクト・リスク対策とは

プロジェクトの実務では，いくつかのプロジェクト・リスクに関して，プロジェクト・リスクが生起する前に適切な対策を実施することにより，プロジェクト・リスクの発生確率や影響度をコントロールすることが可能であると考えている．先に紹介したプロジェクト・リスクの例に対しては，次のような対策を実施することによって，その発生確率や影響度をコントロールすることができると考えられる．

- 装置の故障を予測して，代替の装置を準備しておく
- 所轄官庁の許認可の遅れを予測して，申請時期を前倒しする
- 採用する技術の欠陥を予測して，実績のある既存技術に変更する

このような，プロジェクト・リスクの発生確率や影響度を抑制するための対策をリスク対策と呼ぶ．本研究では，特にプロジェクト・リスクの影響度をコントロールすることを目的としたリスク対策について取り扱う．プロジェクト・リスク・マネジメントには，プロジェクトの結果に影響を与えるプロジェクト・リスクを認識し，適切なリスク対策を決定し，実行する，というリスク対策に関する一連のプロセスが含まれる．

2.3 従来のプロジェクト・リスク・マネジメント手法とその課題

これまでプロジェクト完了期間に関しては，CPM や PERT などの数理的手法を用いた多くの研究が行われてきている [2, 3, 4]．これらの研究によって，作業ごとの所要期間の見積もりに基づいて，プロジェクト完了期間を予測することが可能となっている．さらに，作業ごとの所要期間の確率分布を予測し，この確率分布に基づいてプロジェクト完了期間の確率分布を求めることも可能となっている．これらの研究は，プロジェクト完了期間に関する情報を意思決定者に与えることにより，プロジェクトの結果を成功に導くことに大きく貢献してきた．また，プロジェクト・リスクに限らずリスク全般についての定量的な研究も行われてきた [1, 6]．しかしながら，プロジェクト完了期間およびその分布に関する情報のみからでは，プロジェクトの結果を成功に導くために，どのプロジェクト・リスク対策を実施することが最も適切かを意思決定することはできない．また，定量的なリスクマネジメントに関する研究においても，リスク対策によるプロジェクト完了期間への影響を対象とした研究は十分には取組まれていない．

このため，プロジェクト・リスク・マネジメントの実務においては，実施すべきリスク対策を選択するための効果的な情報を，意思決定者に提供することが急務となっている．

3　これまでの研究成果

これまでの研究では，プロジェクト完了期間に影響を与える全てのプロジェクト・リスクを特定することが可能であるという仮定のもとに，プロジェクト・リスクごとの発生確率および影響度を予測し，プロジェクト・リスクの生起に起因するプロジェクト完了期間の増加分，すなわち遅延日数の分布を数理モデルに従って求めることにより，リスク対策の効果を意思決定者に提供した [7, 8, 9, 10]．しかし，実際のプロジェクトにおいては，プロジェクト完了期間に影響を与える全てのプロジェクト・リスクを特定することは困難な場合がある．

本研究では，リスク対策を実行していない場合の遅延日数の分布の予測と，リスク対策の対象とするプロジェクト・リスクの発生確率および影響度の予測に基づいて，リスク対策を実行した場合の遅延日数の分布を求めることに取り組む．ここで，プロジェクトマネジメントの実務においては，リスク対策を実行していない場合の遅延日数の分布を，作業ごとの所要期間の見積もりに基づいて，モンテカルロ・シミュレーション等の手法を用いて求めている [5]．

4　プロジェクトリスク対策の数理モデル化

4.1　プロジェクトリスクの定義

プロジェクト・リスクを次のように定義する。

定義 4.1. $\mathbf{r}$ が確率 p でコスト C を発生するプロジェクト・リスクであるとは，以下を満たす確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ および 2 つの関数 $S, C : \Omega \to \mathbb{R}$ が存在するときをいい，$\mathbf{r} = \langle S, p, C \rangle$ と表す．

$$\Omega = \{r, r^c\},\ \mathcal{F} = \left\{\phi, \{r\}, \{r^c\}, \Omega\right\},\ \mathrm{P}(\{r\}) = p,\ \mathrm{P}(\{r^c\}) = 1 - p,\ 0 < p < 1,$$

$$C(\omega) = \begin{cases} d, & \text{if } \omega = r, \\ 0, & \text{if } \omega = r^c \end{cases}, \quad S(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{if } \omega = r, \\ 0, & \text{if } \omega = r^c. \end{cases}$$

また，$(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ をプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ に付随する確率空間，P をプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ に付随する確率（測度）とよぶ．さらに，S をプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ の生起状態と呼び，$S = 1$ のときプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ は生起している，$S = 0$ のときプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ は生起していないという．

以下，プロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ のコスト C を影響度 (遅延日数) $d > 0$ と考え，C を d と同一視して $\mathbf{r} = \langle S, p, C \rangle$ を $\mathbf{r} = \langle S, p, d \rangle$ と表す．また，混乱がなければ，“確率 p でコスト C を発生するプロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ ” を “プロジェクト・リスク $\mathbf{r}$ ” と簡略化して表す．

さらに，複数のプロジェクト・リスクを扱えるよう，$\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle$, $k = 1, 2, \ldots, K$ によって K 個のプロジェクト・リスクを表し，それぞれに付随する確率空間を $(\Omega_k, \mathcal{F}_k, \mathrm{P}_k)$ と表す．また，添え字集合を $U = \{1, 2, \ldots, K\}$ とおく．次に，個々のプロジェクト・リスクが生起したかどうかを表すリスク・シナリオを定義する。

定義 4.2. K 個のリスク $\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle$, $k \in U$ を考える．このとき，各リスク $\mathbf{r}_k$ に付随する確率空間 $(\Omega_k, \mathcal{F}_k, \mathrm{P}_k)$ の直積確率空間を $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ と表し，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k,\ k \in U\}$ に付随する確率空間と呼ぶ．また，任意の $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \ldots, \omega_K) \in \Omega$ に対して

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}) \stackrel{\text{def}}{=} \left(S_1(\omega_1), \ldots, S_K(\omega_K)\right) \in \{0, 1\}^K$$

によって定義された $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ 上の確率変数 $\boldsymbol{S}$ をプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク・シナリオと呼ぶ．

上記の定義により，任意の $\boldsymbol{\ell} = (\ell_1, \ldots, \ell_K) \in \{0,1\}^K$ に対して

$$\mathrm{P}(S = \boldsymbol{\ell}) = \prod_{k \in U} \mathrm{P}_k(S_k = \ell_k)$$

と与えられる．次に，リスク構造を定義する．

定義 4.3. プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U\}$ に付随する確率空間を $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ とし，そのリスク・シナリオを $\boldsymbol{S}$ とする．このとき，$(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d})$ をプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ のリスク構造と呼ぶ．ここで $\boldsymbol{d} = (d_1, \ldots, d_K)$ は，各プロジェクト・リスク $\mathbf{r}_k$ の影響度 $d_k > 0$ を要素とするベクトルであり，リスク構造 $(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d})$ の影響度ベクトルと呼ぶ．

以下，"リスク構造 $(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d})$ の影響度ベクトル" を簡略化して "リスク影響度ベクトル" と表す

4.2 プロジェクトの定義

次に，プロジェクトを定義する．

定義 4.4. $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U\}$ をプロジェクト・リスク集合とし，そのリスク構造を $(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d})$ とする．また，$G = (V, E)$ をソース $s \in V$，シンク $t \in V$ および各エッジ $(i, j) \in E$ に対して容量 $u_{ij} > 0$ を持つ有向グラフとする．

このとき，$\mathbb{P} = \Big((V, E), (\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d}), L\Big)$ を 遅延限界 $L \geq 0$ のプロジェクトと呼び，各エッジをアクティビティ，それぞれのアクティビティに対応する容量を所要期間と呼ぶ．

さらに，プロジェクトの遅延日数を以下のように定義する．

定義 4.5. $\mathbb{P} = \Big((V, E), (\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d}), L\Big)$ を遅延限界 $L \geq 0$ のプロジェクトとし，$\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U\}$ によってそのプロジェクト・リスク集合を表す．

このとき，$(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ 上の確率変数 $X_U = \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{d}$ をプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$ による遅延日数と呼ぶ．ここで $\cdot$ は内積を表す．

ここで，$X_U \leq L$ の場合プロジェクトは成功したと表現し，$X_U > L$ の場合プロジェクトは失敗したと表現する．

4.3 リスク対策の効果

先にも示したとおり，プロジェクト・リスク・マネジメントの実務においては，適切なリスク対策を実施することにより，プロジェクト・リスクを回避したり，プロジェクト・リスクの影響を減少させることが可能であると考える．このプロジェクト・リスクの「回避」や「影響の軽減」を目的とした "リスク対策" を行う「"リスク対策" されるプロジェクト・リスク」と "リスク対策" を行わない「"リスク対策" されないプロジェクト・リスク」とを区別して表現するため，リスク構造の分割を次のように導入する．

$T \subseteq U$ を "リスク対策" されるリスクの添え字集合とし，以下，簡単のため $T = \{1, \ldots, m\}$ $(m < K)$ とおく．プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in T\}$ に付随する確率空間を $(\Omega_T, \mathcal{F}_T, \mathrm{P}_T)$，リスク・シナリオを $\boldsymbol{S}_T = (S_1, \ldots, S_m)$，リスク影響度ベクトルを $\boldsymbol{d}_T = (d_1, \ldots, d_m)$ と表す．同様に，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_{U \setminus T} = \{\mathbf{r}_k = \langle S_k, p_k, d_k \rangle,\ k \in U \setminus T\}$ に付随する確率空間を $(\Omega_{U \setminus T}, \mathcal{F}_{U \setminus T}, \mathrm{P}_{U \setminus T})$，リスク・シナリオを $\boldsymbol{S}_{U \setminus T} = (S_{m+1}, \ldots, S_K)$，リスク影響度ベクトルを $\boldsymbol{d}_{U \setminus T} = (d_{m+1}, \ldots, d_K)$ と表す．

さらに，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ による遅延日数を $X_T = \boldsymbol{S}_T \cdot \boldsymbol{d}_T$，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_{U\setminus T}$ による遅延日数を $X_{U\setminus T} = \boldsymbol{S}_{U\setminus T} \cdot \boldsymbol{d}_{U\setminus T}$ と表す．ここで，$X_{U\setminus T}$ はプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に対してリスク対策を行った場合，プロジェクトに依然として残るプロジェクト・リスクに起因する遅延日数であると考えることができる．

さらに，3つのプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U$, $\mathcal{R}_T$, $\mathcal{R}_{U\setminus T}$ それぞれによる遅延日数 X_U, X_T, $X_{U\setminus T}$ には $X_U = X_T + X_{U\setminus T}$ の関係が成り立ちそうに見えるが，それぞれの定義された確率空間が異なるため成立しない．そこで，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_U = \{\mathbf{r}_k,\ k \in U\}$ に付随する確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ における確率変数 $\widetilde{X}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T}$ を2つの K 次元ベクトル $\widetilde{\boldsymbol{d}}_T = (d_1, \ldots, d_m, 0, \ldots, 0)$ と $\widetilde{\boldsymbol{d}}_{U\setminus T} = (0, \ldots, 0, d_{m+1}, \ldots, d_K)$ を用いて $\widetilde{X}_T = \boldsymbol{S} \cdot \widetilde{\boldsymbol{d}}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T} = \boldsymbol{S} \cdot \widetilde{\boldsymbol{d}}_{U\setminus T}$ と定義し，必要に応じて X_T, $X_{U\setminus T}$ と $\widetilde{X}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T}$ を同一視する．なお $\widetilde{X}_T$, $\widetilde{X}_{U\setminus T}$ は独立な確率変数である．

遅延限界 $L \geq 0$ のプロジェクト $\mathbb{P} = \Big((V, E), \big(\boldsymbol{S}, (\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}), \boldsymbol{d}\big), L\Big)$ において，プロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に対してリスク対策を実施した場合の効果は，

$$\mathrm{P}(X_U \leq L) - \mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq L)$$

で表すことができる．$\mathrm{P}(X_U \leq L)$ は既知であることから，$\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq L)$ を求めることができれば，リスク対策の効果を定量的に求めることが可能である．

定理 4.1. $\mathrm{P}(X_U \leq x), \mathrm{P}(X_T = x)$ が任意の x について既知である場合

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq 0) &= \frac{\mathrm{P}(X_U \leq 0)}{\mathrm{P}(X_T = 0)} \\
\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq 1) &= \frac{\mathrm{P}(X_U \leq 1) - \mathrm{P}(X_T = 1)\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq 0)}{\mathrm{P}(X_T = 0)} \\
&\vdots \\
\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq L) &= \frac{\mathrm{P}(X_U \leq L) - \sum_{i=1,\cdots,L} \mathrm{P}(X_T = i)\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq L - i)}{\mathrm{P}(X_T = 0)}
\end{aligned}$$

により，$\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq L)$ を求めることができる．ここで，$\mathrm{P}(X_U = x)$ はリスク対策を実施しない場合の遅延日数の分布を，$\mathrm{P}(X_T = x)$ はプロジェクト・リスク集合 $\mathcal{R}_T$ に起因する遅延日数の分布を，$\mathrm{P}(X_{U\setminus T} = x)$ は $\mathcal{R}_T$ に対してリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布を表している．

定理 4.1 より，リスク対策を実施していない場合の遅延日数の分布 $\mathrm{P}(X_U = x)$ と，リスク対策の対象とするプロジェクト・リスクに起因する遅延日数の分布 $\mathrm{P}(X_T = x)$ を用いて，リスク対策を実行した場合の遅延日数の分布 $\mathrm{P}(X_{U\setminus T} = x)$ を求めることができる．

5 数値例

定理 4.1 を用いて，リスク対策実施後の遅延日数の分布を予測することにより，適切なリスク対策の選択が可能であることを示す．このプロジェクトにおけるプロジェクト・リスクの発生確率と遅延日数は表1のとおりとし，遅延限界 $L = 20$ とする．また，このプロジェクトでは，プロジェクト・リスク r_1 および r_2 にリスク対策を実施することが可能であり，リスク対策の対象を，r_1 のみ，r_2 のみ，r_1 および r_2 のいずれかから選択することができるとする．さらにこの数値例では，リスク対策の対象とするプロジェクト・リスクの個数を最小とし，リスク対策後のプロジェクトの成功確率 $\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq L) \geq 0.8$ としたいと考えている．

まず，表1のプロジェクト・リスクに対して，リスク対策を実行していない場合の遅延日数の分布を表す．リスク対策を実行しない場合のプロジェクトの成功確率 $\mathrm{P}(X_U \leq L) = 0.69 < 0.8$ であるため，いくつかのリスク対策を実施する必要がある．

リスク	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}
発生確率	0.1	0.4	0.3	0.2	0.1	0.2	0.1	0.3	0.2	0.1
遅延日数	15	10	0.3	0.2	0.1	0.2	0.1	0.3	0.2	0.1

表 1: プロジェクト・リスクの発生確率と影響度

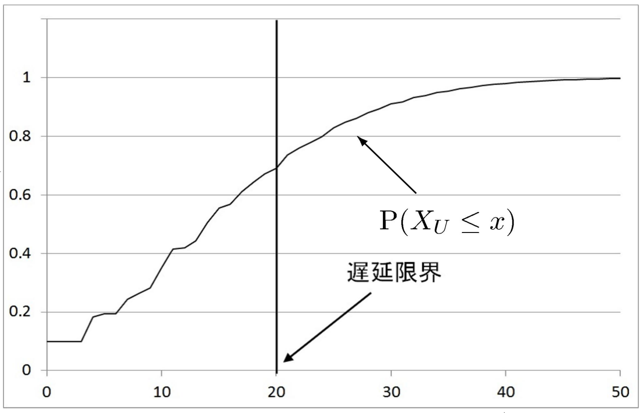

図 1: リスク対策を実施しない場合の遅延日数の分布（累積）

次に定理 4.1 を用いて，r_1 にリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布を算出する．この場合も，プロジェクトの成功確率 $\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq L) = 0.74 < 0.8$ であるため，リスク対策を追加する必要がある．

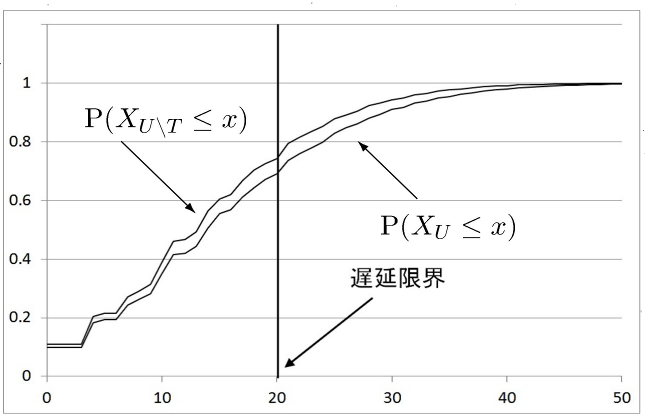

図 2: r_1 にリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布

同様に，r_2 にリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布算出する．この場合は，プロジェクトの成功確率 $\mathrm{P}(X_{U\setminus T} \leq L) = 0.84 \geq 0.8$ であるため，リスク対策を追加する必要はない．

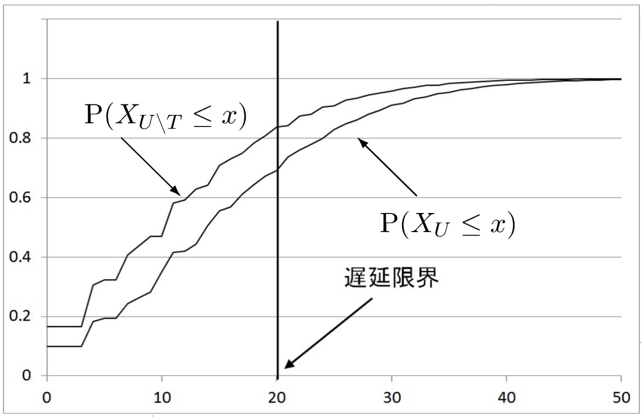

図 3: r_2 にリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布

さらに，r_1 および r_2 にリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布を算出する．この場合は，プロジェクトの成功確率 $P(X_{U\setminus T} \le L) = 0.89 \ge 0.8$ であるため，リスク対策を追加する必要はない．

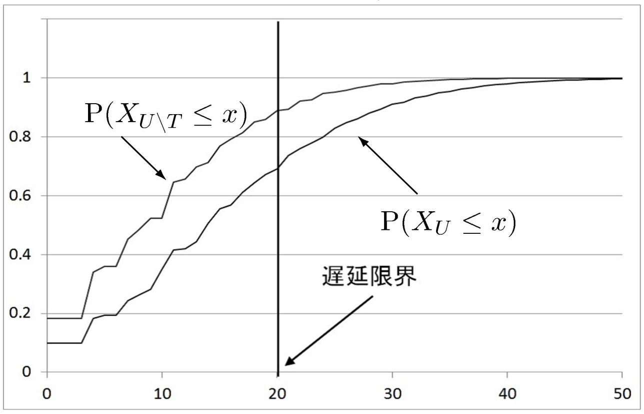

図 4: r_1，r_2 にリスク対策を実施した場合の遅延日数の分布

よって，リスク対策の対象とするプロジェクト・リスクの個数を最小とするという条件のもとでは，プロジェクト・リスク r_2 に対するリスク対策のみを選択することが適切であることがわかる．

6 結論と研究課題

リスク対策を考慮していない遅延日数の分布と，プロジェクト・リスクの発生確率および影響度の予測から，リスク対策を実行した場合の遅延日数の分布を求めることにより，従来のプロジェクト・リスク・マネジメントの手法では不明であったリスク対策の効果を定量的に表し，プロジェクト・リスク・マネジメントにおけるリスク対策に関する意思決定に有効な情報を与えることができることを示した．

現在，リスクの独立性，およびリスク対策を実行した場合の遅延日数の分布をより簡単に求める手法について研究を行っている．

参考文献

[1] Stanley Kaplan and B. John Garrick, On The Quantitative Definition of Risk, Risk Analysis, Vol.1, No.1, pp.11-21, 1981

[2] James E. Kelley Jr, Critical-Path Planning and Scheduling: Mathematical Basis, *Operations Research*, Vol. 9(3), pp.296-320, 1961.

[3] Kenneth R. MacCrimmon and Charles A. Ryavec, An Analytical Study of the PERT Assumptions, *Operations Research*, Vol. 12, No. 1, pp.16-37, 1964.

[4] J. O. Mayhugh, On the Mathematical Theory of Schedules, *Management Science*, Vol. 11, No. 2, pp.289-307, 1964.

[5] Project Management Institute, A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide). Fifth Edition, Project Management Institute, Inc., USA, 2013

[6] Moshe Shaked and J. George Shanthikumar, Stochastic Orders, Springer, 2006.

[7] 福田裕一，桑野裕昭，島孝司, プロジェクト・リスク・マネジメントにおける遅延時間に関する一考察, RIMS 講究録 1912, pp.112-120, 2014.

[8] 福田裕一，桑野裕昭，島孝司, プロジェクト・リスクと遅延時間の関係の数理モデル化, 日本 OR 学会 2014 年春季研究発表会アブストラクト集, pp.184-185, 2014.

[9] 福田裕一，桑野裕紹, プロジェクト・リスクにおける汎用的フレームワークについて, RIMS 講究録 1939, pp.162-171, 2015.

[10] 福田裕一，桑野裕紹, プロジェクト・リスク・モデルを用いた リスクの優先順位づけについて, 日本 OR 学会 2015 年春季研究発表会アブストラクト集, pp.116-117, 2015.