

(続紙 1)

京都大学	博士 (理学)	氏名	陽 焜
論文題目	Degeneration of Period Matrices of Stable Curves (安定曲線に付随する周期行列の退化性について)		
(論文内容の要旨)			
<p>通常、遠アーベル幾何では、数論的な体の上で定義された代数多様体を扱い、その代数多様体に付随する幾何的基本群への基礎体のガロア群の外作用から出発して与えられた代数多様体の幾何的性質をどの程度において復元することが可能であるか、といったような問題が中心的なテーマになるわけだが、それに対して組合せ論的遠アーベル幾何では、標数ゼロの代数閉体の上で定義された (多くの場合、双曲的代数曲線に関連した) 設定において、</p> <p style="text-align: center;">その設定の組合せ論的・幾何的性質がどの程度において設定に付随する (幾何的副有限) 基本群の群論的性質に反映されるか、</p> <p>といったような問題が主たる考察の対象となる。代表的な例として、「遠アーベル体の半グラフ」 (semi-graph of anabelioids) への (双曲的代数曲線の退化から生じる) 惰性群の作用が与えられたとき、様々な条件の下でその半グラフの組合せ論的幾何を、遠アーベル体の半グラフに付随する副有限基本群への (与えられた) 惰性群の外作用から復元するという、「組合せ論的グロタンディーク予想 (CombGC)」が挙げられる。</p> <p>これまで様々な種類のCombGCが得られているが、最も基本的な種類のCombGCでは、扱っている双曲的代数曲線の退化から生じる「周期行列」という不変量の非退化性が重要な役割を果たす。任意の種類の変位に対してこの周期行列の非退化性を示すことが仮にもしも可能だと仮定すると、非常に強い形のCombGCを示すことが可能になるが、実際には (数体上の固有双曲的代数曲線に付随する外ガロア表現の単射性等) 重要な応用では、所望の周期行列の非退化性が成立しない場合も知られている。このような状況を踏まえて考えると、</p> <p style="text-align: center;">与えられた双曲的代数曲線の退化に付随する周期行列がどのような条件の下で非退化になるか、</p> <p>といったような問い掛けが一つの本質的な未解決問題として浮上するわけだが、陽氏の学位論文の主定理、つまり、双曲的代数曲線の退化に対して、</p> <p style="text-align: center;">付随する半グラフから自己交差するすべての辺を除去することによって得られる半グラフの非可縮性が、退化な周期行列を生じる「群論的に非退化な退化」の存在性と同値である</p> <p>という結果によって、上記の未解決問題に対する決定的な解決が与えられたことになる。論文では、与えられた退化な双曲的代数曲線の様々な変形や部分曲線をとることによって、問題の周期行列を「ブロック化」し、その行列式を容易に計算できるような形のものに書き直すことによって主定理を証明している。</p>			

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

陽氏の学位論文の主定理の証明は最終的には、与えられた退化な双曲的代数曲線の変形や部分曲線への移行によって比較的単純な「ブロック化」された形の行列の行列式の計算に帰着するという形で行なわれるわけだが、この研究の初期の段階では、そのような簡単な計算も、定理の適切かつ簡明な定式化もなかった。つまり、研究の初期の段階では、陽氏は実に膨大な量の具体例の計算を行なった上で、それらの具体例に発生している組合せ論的現象の本質を直観的なレベルで理解し、その直感を様々な具体例の場合に（指導教員である）望月に詳しく解説した。この解説を受けて望月は一種の「作業仮説」ないしは「予想」として最終的な主定理となった定式化を提案したわけだが、そのような一般的な形では証明はかなり困難である可能性が高く、恐らく長期的な目標のようなものとして考えるべきではないか、と感想を述べたところ、一二週間も経たないうちに、陽氏はその「作業仮説・予想」を、自力で、しかもほぼ完全な形で証明することに成功した。この見事な「研究の作業過程」も、陽氏の今回の研究の特筆すべき一面として挙げるべきであろう。

今回の論文の主定理によって、双曲的代数曲線の退化に付随する周期行列の非退化性に関する決定的な「純組合せ論的」特徴付け（＝つまり、付随する半グラフのみによって定まる特徴付け）が与えられたことになり、博士課程の大学院生の手によるものとしてはそれなりに高い評価に値するものと認められる。この主定理を、いわゆる「モノドロミー予想」の一種の組合せ論版に対する反例として解釈できるところも興味深い。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成29年1月13日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行なった結果、合格と認めた。

要旨公表可能日： 2017年01月25日以降