（ 続紙 １ ）

京都大学	博士（情報学）	氏名	新庄　雅斗
論文題目	Studies on Non-autonomous Discrete Hungry Integrable Systems Associated with Some Eigenvalue Problems （固有値問題に関連する非自励型離散ハングリー可積分系の研究）		

（論文内容の要旨）

科学技術計算において行列固有値の計算は中心かつ重要な問題である。3重対角行列に対する固有値計算アルゴリズムとしてH.ルティスハウザーによって提案されたqd法がある。qd法の漸化式は離散可積分系を代表する離散戸田方程式と数学的に等価であることが知られており、qd法の漸化式の一般項は離散戸田方程式の行列式解を用いて明示的に表すことができる。また、数値計算アルゴリズムの収束加速の観点から漸化式に対して原点シフトを付加したqd法の漸化式は非自励型離散戸田方程式に対応する。さらに、離散戸田方程式の帯行列の固有値保存変形への拡張とみなせる離散ハングリー可積分系は、3重対角行列の固有値計算アルゴリズムであるqd法の帯行列への拡張版とみなせる。これに基づき、最近、全ての首座小行列式が非負(TN)である帯行列の固有値計算アルゴリズムが提案されている。

本論文は、非自励型離散ハングリー可積分系の行列式解の漸近挙動を解析することで、TN性をもたない帯行列に対して、離散可積分系に基づいて定式化された固有値計算アルゴリズムの収束性を論じたもので、全６章から成る。

第１章は、離散戸田方程式と変数変換で移り合う離散ロトカ・ボルテラ系の固有値計算アルゴリズムへの応用について説明し、これらの拡張とみなせる離散ハングリー可積分系における未解決な課題を論じて本論文の目的と構成をまとめている。

第２章は、離散可積分系の解に現れる行列式の成分に着目し、その成分の満たす線形方程式を利用して、自励変数の方向と非自励変数の方向それぞれに対して行列式の漸近展開手法を提案している。

第３章では、これまで数値計算分野で発展してきた離散ハングリー戸田方程式に対して、行列式解の表現や固有値問題との関わりなどの離散可積分系としての性質を明らかにし、さらに、行列式解の自励変数についての離散時間無限大の極限における漸近展開により、TN性が成り立たない場合の離散ハングリー戸田方程式の漸近挙動を捉えることに成功している。

第４章では、離散ハングリー可積分系のもつ行列式解構造とその行列式の成分が満たす線形方程式を利用して、非自励型離散ハングリー戸田方程式を導出し、行列式解や固有値問題との関係などの性質を明らかにしている。さらに、非自励型離散ハングリー戸田方程式と離散ハングリーロトカ・ボルテラ系との対応関係式であるベックルンド変換やTN性を仮定しない場合の非自励変数の方向の漸近挙動についても解析している。

第５章では、行列式の成分の満たす線形方程式と離散可積分系の非自明な関係として、非自励型離散ハングリー可積分系に含まれるシフトパラメータを適切に選び、解を記述する行列式の成分がフィボナッチ数列を成すように初期値を定めると、非自励変数方向の任意の離散時刻において、行列式解自身がフィボナッチ数列により構成されることを示し、離散ハングリーロトカ・ボルテラ系の特殊解の一つが離散時間無限大の極限で黄金比を拡張した値に収束することを明らかにしている。

第６章では、結論として本論文で得られた成果の要約と今後の展望を与えている。

（続紙　２　）

（論文審査の結果の要旨）

本論文では、離散ハングリー可積分系に対して解の行列式表現および行列式の成分間に成り立つ線形方程式を中心に一貫した方針に基づく解析がなされている。これにより、これまで困難であった正値性が成り立たない帯行列を初期値とする場合の離散時間無限大の極限における解の収束証明を与え、自励型だけでなく非自励型の離散ハングリー可積分系に基づいて定式化された固有値計算アルゴリズムの適用可能な行列クラスを全非負(TN)行列からLU分解可能な行列へ拡げることに成功している。

離散可積分系の離散戸田方程式が3重対角行列の固有値計算法として知られるqd法の漸化式と一致することを契機に、近年、離散可積分系に基づく相対精度の意味で高精度な数値計算アルゴリズムの研究開発が行われている。離散ハングリー可積分系に基づいて定式化されたアルゴリズムはTN行列の固有値計算法として数値計算の分野で研究されてきたが、証明上必要となるTN性を仮定しない場合の収束性についてはこれまで議論されていなかった。また、離散ハングリー可積分系とは離散ハングリー戸田(dhToda)方程式と離散ハングリーロトカ・ボルテラ(dhLV)系をさすが、これまで両者の対応関係式は報告されていない。さらに、非自励型dhToda方程式の行列式解の表示や固有値問題との関係などに関する研究はなされていなかった。

申請者は、一般に離散可積分系が行列式解をもつことを背景に、まず、非線形方程式である離散ハングリー可積分系の解に現れる行列式の成分が線形方程式を満たすことに着目し、線形方程式の一般項の表示を用いて離散時間無限大の極限における行列式の漸近解析手法を提案している。次に、成分の満たす線形方程式と行列式恒等式などを併せて、dhToda方程式の可積分な非自励化を行い、離散可積分系に共通する性質である一般解の行列式表現や、応用上重要な行列の固有値問題との関わりを具体的に示すことで、TN性が成り立たない場合の離散時間極限における離散ハングリー可積分系の漸近挙動を解析し、アルゴリズムの固有値への収束性を明らかにしている。さらに、離散ハングリー可積分系において自励型だけでなく非自励型をも捉えたことで、それらの対応関係式であるベックルンド変換の導出にも成功している。

dhLV系は数理生物における多種の生物間の捕食関係を記述した数理モデル起源である。申請者は、自然界と関わりの深いフィボナッチ数列の一般化として拡張フィボナッチ数列を導入し、dhLV系の初期値が拡張フィボナッチ数となるよう定めると、特殊解の一つが黄金比を拡張した値に収束すること示している。

以上のように、本論文は自励型及び非自励型離散ハングリー可積分系に関する新しい知見を得るとともに、TN性を仮定せずに、これら離散可積分系によって導入される固有値計算アルゴリズムの収束性など応用上重要な結果を得ており、高く評価されるものである。

よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものとして認める。

また、平成29年8月25日に論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。

注）論文審査の結果の要旨の結句には、学位論文の審査についての認定を明記すること。
更に、試問の結果の要旨（例えば「平成　年　月　日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。」）を付け加えること。

Webでの即日公開を希望しない場合は、以下に公開可能とする日付を記入すること。
要旨公開可能日：　　　　　年　　　月　　　日以降