小谷 竜也1,村山 裕子2,松原 明3*

1 兵庫県立小野高等学校, 2 須磨学園高等学校, 3 京都大学大学院理学研究科

要旨

2.17 K 以下の低温でヘリウム4は超流動状態に相転移 する. Tisza は二流体モデルから超流動状態で第2音波の 存在を予言した. 第2音波はエントロピーが伝播する波 であり,90度の位相差をもって温度も振動する. 我々は 薄膜抵抗温度素子である Cernox™温度計の bare chip モ デル CX-1030-BR を検出器とし,ニクロム線ヒーターを 励起子として,共鳴管を用いて第2音波の検出を試みた. ロックインアンプによる周波数掃引を行い,共鳴ピーク として第2音波を検出することができ,複数の高調波モー ドを同定した. 共鳴周波数から第2音波の音速を求め,そ の温度依存性を測定し,これまでに得られている結果と 比較検討した. またQ値から減衰係数の温度依存性を求 め, Khalatonikovの理論計算と比較した.

重要語句:超流動,二流体モデル,第2音波,共鳴,減 衰係数

序論

ヘリウム4は不活性ガスであり,常圧下では低温まで 気体で存在する.1気圧下では4.2 Kで液化するが,2.5 MPa以下の圧力下では絶対零度まで固化しない.液体へ リウム4は,ヘリウム4の軽い質量とヘリウム原子間の弱 い相互作用のため顕著な量子効果を示す.特に2.17 K以 下で超流動状態と呼ばれる特異な相に相転移する⁽¹⁾.超 流動相では多数の分子がコヒーレントな運動をし,熱機 械効果,超熱輸送などの奇妙な現象が観測される.特に 粘性は測定方法によって,粘性がない流れが観測される 場合と有限の粘性が検出される場合がある.これらの現 象はTisza⁽²⁾の現象論である二流体モデルによってうまく 説明される.

二流体モデルでは,超流動状態は仮想的にエントロ ピーを持たない超流動成分とエントロピーを持つ常流動 成分の混合体として表される.超流動成分は常流動成分 や他の分子,試料室壁等と相互作用しないため,超流動 成分が流れる際には粘性を生じない.一方常流動成分が 運動する際には粘性が検出される.そのため測定によっ て異なる粘性が得られる.熱機械効果や超熱輸送も二流 体モデルで説明される.この二成分系では通常の液体と 異なり複数の音波モードが可能となる.現在第1から第 4の4つの音波モードが知られている⁽¹⁾.二成分が同位相 で振動する通常の密度波(第1音波)の他に,二成分が密 度一定の条件のもとで逆位相で振動する波動モードが存 在しうる.この波動モードは局所的な超流動成分と常流 動成分の割合が振動して伝播するモードであり,エント ロピーの振動,あるいは温度の波動モードと表現され, 第2音波と呼ばれている.他にも薄膜の表面波である第 3音波や多孔質物質中を伝播する第4音波が存在する.

振動モードとしての第2音波はいくつかの要因によっ て減衰する. 流体の持つ粘性も減衰に寄与するが. 温度 波ゆえに大きな熱伝導率によっても減衰される. さらに は、流体の流れや超流動中に存在しうる量子渦によって も減衰される、超流動状態はマクロな数の分子が同一の 波動関数をもち、局所的には同位相となっていると考え られている.しかし,空間内に超流動状態にない紐状の 空間があると、その周りを一周する経路に沿った移動に よって波動関数の位相が 2πの整数倍変化する可能性が 出てくる. 位相変化がゼロでない場合, その紐状の空間 は位相欠陥と呼ばれ、その周りに超流動体の流れ場がで き、量子渦と呼ばれる、量子渦は渦度が量子化されてお り、また超流動ヘリウム4中では細い渦芯を持っている ため. 理想的な渦として数値シミュレーションとの比較 などが行われる. その量子渦が存在すると第2音波が減 衰されることが実験的にわかっている⁽³⁾. 第2音波の減 衰は量子渦の渦度に依存するため,量子渦の状態の手が かりが得られる.我々は冷凍機を回転させた実験系での 渦の生成や消滅のメカニズム, 渦の構造の研究に応用す べく, 超流動ヘリウム4の第2音波の検出を試みた.

方法

第2音波は温度あるいはエントロピーの波動であり,検 出には温度素子(温度計)を用いる.温度素子は微小な温 度変化を検出するための小さな熱容量と,kHzオーダー の振動を検出するにたる速い応答時間が要求される.そ れを満たすものとしてLake Shore社製の薄膜抵抗温度 計,Cernox温度計⁽⁴⁾を検出に用いた⁽⁵⁾.Cernox温度計は サファイア基板上に酸窒化ジルコニウム(ZrON)の薄膜 が付けられたものであり,その抵抗変化を温度計として 利用する. 薄膜の状態を制御することで複数の異なる温 度特性を持ったモデルが市販されている. また, それぞ れの温度特性を持つモデルに, 通常のパッケージに封入 されたモデルの他に素子がむき出しのbare chipモデルが 市販されている. 我々は1K付近での測定を考慮してCX-1030シリーズのbare chipモデルであるCX-1030-BRを測 定に用いた.

測定は感度を高めるために共鳴法を採用した.図1に 試料セルの断面図を示す.セル全体は外部との熱接触が 強くなりすぎないようにエポキシ樹脂Stycast 1266を用 い,壁の厚みを2 mmとした.セルは扱いやすい共鳴 周波数と工作の容易さから内径10 mm,長さL=15.5 mm の円柱状とした.試料セルである共鳴管の一端に励起素 子,他端に温度検出素子を貼り付けた.励起素子は直径 0.2 mmのニクロム線を巻いたヒーターを用い,励起素子 を交流電流で励起した.ヒーターの抵抗値は5Ωであっ た.検出素子は上記のCernox CX-1030-BRのリード線付 のものをGE-7031ワニスで端面に貼った.セルの中央に は超流動へリウム4を取り込むために直径0.5 mmの穴が 1個開いている.

第2音波の励起と検出はSignal Recovery社製のロック インアンプ,モデル7265と、自作の電流増幅回路を用い た.電流増幅回路はオペアンプとパワートランジスター を用いたプッシュプル回路で構成されている.ロックイ ンアンプから供給された励起用交流電流を電流増幅回路



図1. サンプルセル. A: ヒーター, B: Cernox 温度計. 長さの単位 は mm



図2. 液体ヘリウム用デュワー. A:サンプルセル,B:Ge抵抗温度計

で増幅し、試料セルのヒーターに供給した. ヒーターに 供給された電流は振幅が約0.1 Aであった. Cernox素子に は約0.1 mAの直流を印加しておき, Cernox素子の電気抵 抗による電圧降下の交流成分をロックインアンプで検出 した. 第2音波の共鳴による信号を周波数の関数として 得るため、ロックインアンプによって励起交流の周波数 掃引を行った. 1回の掃引には1~2分程度の時間が必要 であった. また、ヒーターで発生するJoule熱は電流の2 乗に比例するため、ロックインアンプの検出周波数は励 起交流の周波数の2倍とした.

実験装置はガラス魔法瓶 (デュワー)を2重にしたもの を用い,外側のデュワー内に液体窒素を溜め,内側のデュ ワー内に液体へリウムを溜めた.これは室温からの熱放 射による熱の侵入を減らすためである.デュワー上部よ り金属パイプを下げ,その先端付近に試料セルを取り付 けた.試料となる液体へリウムは,寒剤としての液体へ リウムそのものを使用し,液体へリウム全体の圧力を ロータリーポンプで下げることで冷却を行った.最低到 達温度は約1.3 Kであった.試料セル周りの温度はGe抵 抗温度計を用い,四端子法による直流抵抗測定を行った.

結果と考察

図3に1.53Kにおける測定例を示す.図3は1.3 kHz付 近を拡大したものである.赤線と青線はそれぞれ励起交 流に対して、同位相の信号(inphase)と90度の位相差を 持つ信号成分(quadrature)を示している.緑色の線は inphaseとquadratureの信号の二乗和の平方根であり、信 号の振幅を表す.inphaseとquadratureに関しては、丸印 が測定点であり、実線は最小二乗法によるフィッティン グの結果である.最小二乗フィットは非線形最小二乗法 を用い、振幅、共鳴周波数、線幅、励起交流に対する位 相をパラメータとしてローレンツ型の共鳴曲線に対する フィットを行った.



 図3. T=1.53 K の測定結果. 1.325 kHz 付近に存在したピーク. 最 小二乗フィットによって inphase と quadrature で同じ共鳴周波 数が得られた.

図3では、信号は1.33 kHz付近にピークを持っている. 位相が90度異なるinphaseとquadratureの各信号に対して、 最小二乗法によってほぼ同じ共鳴周波数1.325 kHzが得 られた.これからこの信号が何らかの波動の共鳴による ピークであることがわかる.さらに励起周波数の2倍の 周波数を持つ信号であることを踏まえると、この信号は 第2音波の信号と結論できる.共鳴ピークの線幅は inphaseが5.7 Hz, quadratureが5.0 Hzであり、Q値はそれ ぞれ232と265であった.信号自体はノイズが多く今後に 向けて改善の余地がある.

図4は同じ1.53 Kの1.98 kHz付近の測定結果である. こ こでも inphase と quadrature の最小二乗フィットの結果が ほぼ同じ共鳴周波数を与えており,第2音波の共鳴ピー クと判断できる.図3の場合と比較してみると,2つの ピークで inphase と quadratureの位相が正負反転している. これは,図3の1.33 kHzのピークと図4の1.98 kHz付近の ピークが,共鳴管内の共鳴の奇数番の高調波と偶数番の 高調波の関係にあることを示唆している.実際,共鳴周 波数 1.33 kHzと1.98 kHzの比はほぼ2:3となっていること から,これらが n=2とn=3の高調波モードに対応して いると考えられる.そこで,0.66 kHz付近や2.66 kHz付 近で信号を探すと,信号強度は小さいものの0.664 kHzと 2.628 kHz付近に共鳴のピークがあり,正負の関係と共鳴 周波数の比を考慮すると,それぞれ n=1とn=4のモー ドと判断できた.

表1に各高周波モードの共鳴周波数f_{res}を比較したもの を示す.右端の欄は共鳴周波数を推定したモード番号で 割ったものであり,4つのピークで非常によく一致して いる.このことから観測された4つのピークは第2音波の n=1からn=4までのモードと結論できる.共鳴周波数の 比がほぼ整数倍なのは,端点での補正が必要ないことを 示している.その原因は,共鳴管が閉管であることと, 励起素子や検出素子が温度の振動に対して共鳴しないた めに第2音波の振動と結合しない,と考えられる.励起 素子や検出素子自体の共鳴が音波のモードと結合する通 常の音波とは異なる振る舞いとなっている.



図4. T=1.53 K で周波数1.98 kHz付近で観測された共鳴ピーク

図5に各モードの共鳴周波数の温度依存性を示す.温 度依存性の測定は,約1.3 Kから徐々に昇温し2.17 Kの転 移温度付近で反転して,徐々に1.3 K付近まで冷却しなが ら行った.転移点近傍でn=1とn=4のデータが少ない のは,信号強度の大きいn=2とn=3の測定を優先した ためである.モードによる違いを見るために,共鳴周波 数をモード番号で割ったもの(f_n/n)の温度依存性を示し たのが図6である.図を見ると,全てのモードの共鳴周 波数の温度依存性がよい一致を示しており,振動数にか かわらず高調波モードに対して共鳴周波数の整数比が保 たれていることがわかる.温度依存性は,1.3 K付近から 共鳴周波数がわずかに増加し,1.7 K付近で最大となった 後,徐々に下がり始め,転移温度付近でゼロに向かって いる.

表 1. T	= 1.53 K	におけ	る共鳴	周波数の	ー覧
--------	----------	-----	-----	------	----

п	$f_{\rm res}$	$f_{\rm res}/n$
1	0.666 kHz	0.666 kHz
2	1.325 kHz	0.663 kHz
3	1.982 kHz	0.661 kHz
4	2.643 kHz	0.661 kHz



図5. 共鳴周波数の温度依存性. 4つのモードが整数比で並んでいる. T_iは転移温度2.17 Kを表す



図6. 共鳴周波数をモード番号で割ったもの. 非常によく一致して いる

異なるモードの周波数が整数比になっていることか ら,各高調波モードに対して

$$C_2 = \lambda f_{\rm res} \tag{1}$$

で第2音波の音速 C_2 を求めることができる.ここで f_{res} は 共鳴周波数を, λ は第2音波の波長を表している.波長に 関しては、モードnの場合、試料セルの長さLを使って $\lambda = 2L/n$ と書ける. C_2 の温度依存性を示したのが図7であ る.これより測定した温度範囲では C_2 は20 m/s程度より 遅く、1.7 K付近でピークを持ち、転移点でゼロに向か う、という結果が得られた. C_2 は第1音波の音速 C_1 、約 240 m/sに比べるとかなり遅い伝播速度であることがわ かる.転移温度で C_2 がゼロに向かうのは C_2 に超流動成分 の密度 ρ_2 が含まれることと一致している.

$$C_2^2 = \frac{\rho_s \sigma^2 T}{\rho_n C_V} \tag{2}$$

ここで σ はエントロピー, *T*は絶対温度, ρ_n は常流動成 分の密度, C_v は定積比熱を表す. 転移点付近でデータに ばらつきがでているが, それについては後で述べる.

図7の実線はMaynard⁽⁶⁾による第2音波の音速の温度依 存性である.今回の測定の結果と比較すると,1.6 K より 高温側では転移点近傍を除いてよい一致を示している. これは我々の方法でも第2音波の音速を測定できること を示している. 1.6 K付近より低温側でずれが見受けられ るが、その原因は測定セル内の温度が高かった可能性が 考えられる. 試料セルは外部との熱の伝導を抑えるため. Stycastの壁を厚めにしている. そのため, 励起ヒーター の熱でセル内部の温度が外部の温度より高くなってし まった可能性がある.これは低温側で顕著になるため. 1.6 Kから低温でずれが大きくなっていると考えられる. これに関してはCernox 温度計自体を校正し, Cernox 温度 計でセル内部の温度を計測する方法が必要があると考え られる. 転移温度付近でデータがばらついているのは, やはり試料セルの内部と外部との温度差のためだと考え られる. 転移点付近では転移点近傍のデータの取得のた



図7. 第2音波の音速の温度依存性. 実線はMaynard [6] による C₂の 温度依存性

めに減圧弁の開度を微調整することで温度を維持していたが、温度が安定していなかった可能性が高い. それにより測定したセル外部の温度とセル内部の温度にばらつきがでたと考えている. これには温度コントロールが必要であろう.

図8に品質係数 (quality factor, *Q*値)の温度依存性を示 す. *Q*値は,

$$Q = \frac{f_{res}}{\Delta f} \tag{3}$$

で求めた. ここでdfは共鳴の半値全幅 (FWHM), いわゆ る線幅を表す. また, 図8の横軸の温度は, 計測により 試料セル内の温度が高くなっていることを考慮して, 図 7の低温域(1.6 K以下)での C_2 のずれがなくなるように補 正した温度を用いている. 具体的には1.6 K以下で, 1.28 K が1.45 Kになるように線形に補正している. 図8より, n=2, 3, 4に関しては, 転移温度付近でばらつきがある ものの, 冷却にしたがってQ値が減ることがわかる. 1/Qがエネルギー損失を表すので, 低温になるほど損失 が増える事を示している. n=1に関しては, データのば らつきが大きく明確な温度依存性はわからなかった. モード番号による違いを見ると, n=4を除きモード番号 が大きくなるとQ値が増える傾向が見て取れる.

次にQ値から減衰係数aを求めてみる.今,共鳴のピー クとなる周波数(角振動数)で伝播する第2音波を考える と,その波動は以下のように書ける.

$$w(t, x) = a_0 \exp \left\{ i\omega_{\text{res}}(t - x/C_2) \right\} \exp \left(-\alpha x \right)$$
(4)

ここで a_0 は波の振幅, $\omega_{res} = 2\pi f_{res}$ は共鳴角振動数である. 今, $t - x/C_2 = 0$ となる波面を考えると,t秒後の波面は $x = C_2 t$ にある.減衰項 $\exp(-\alpha x)$ があるので,そこでの波動の振幅は $\exp(-\alpha C_2 t)$ 倍に減ることになる.一方, $Q = f_{res}/2q$ の減衰係数で減衰する.これより

$$\alpha C_2 = 2\pi f_{\rm res}/2Q = \omega_{\rm res}/2Q \tag{5}$$

と書け,



図8. Q値の温度依存性

$$\alpha = \frac{\omega_{res}}{2C_2} \frac{1}{Q} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{1}{Q} \tag{6}$$

となる.

図9に我々の測定から計算される減衰係数aの温度依存性を示す.傾向としては低温ほど減衰係数が大きくなる傾向が見て取れる.周波数による違い(モードによる違い)は、n=2, 3のモードはほぼ同じ値となり、n=1とn=4は多少大きめになっている.減衰係数の絶対値はHansonら⁽⁷⁾による結果と比べると、おおまかに一致した値となっている.次に温度依存性について考察してみる. Khalatnikov⁽⁸⁾によると、減衰係数aは液体の粘性係数や熱伝導率に依存し、以下のように表される.

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho C_2^3} \left\{ \frac{\kappa}{C_V} + \frac{\rho_s}{\rho_n} \left(\frac{4}{3}\eta + \xi_2 - 2\rho\xi_1 + \rho^2\xi_3 \right) \right\}$$
(7)

ここで $\rho(=\rho_s+\rho_n)$ は液体ヘリウムの密度, κ は熱伝導率, η は粘性係数を, $\xi_1 \sim \xi_3$ は二流体のために複数存在する 第2粘性係数を表す.この式の右辺中括弧内の第一項は 熱伝導に起因する第2音波の減衰を表し,第二項は粘性 による減衰を表している.また,全体として減衰係数 α は角振動数 ω の2乗に比例し,音速 C_2 の3乗に反比例し ている.

Khalatnikovによると、温度波である第2音波の減衰に は式(7)の粘性の寄与よりも熱伝導による寄与が大きく なる⁽⁸⁾. そこで、式(7)の熱伝導による寄与の温度依存性 を求めるために、 κ としてKhalatnikovが輸送方程式から 求めたrotonに対する表式⁽⁹⁾を用いてみる. roton は超流 動へリウム4中の素励起であり、そのエネルギー ϵ と運動 量pの分散関係は

$$\epsilon = \Delta + \frac{\left(p - p_0\right)^2}{2\mu} \tag{8}$$

と書かれる. ここで μ は有効質量であり、 Δ/k_B = 8.65 K, p_0/\hbar = 19.1 nm⁻¹, μ = 0.16m₄, $\hbar = h/2\pi$ はプランク定数を 2π で割ったもの、 m_4 はヘリウム4原子の質量、である⁽¹⁰⁾. Khalatnikovはrotonによる熱伝導率として以下のように 計算した.



図9. 減衰係数の温度依存性. 実線は本文参照

$$\kappa_{\rm r} = \frac{\Delta^2 \hbar^4}{12 p_0 \mu^2 |V_0|^2} \frac{1}{T}$$
(9)

ここでV₀はroton間の相互作用を点接触によるとした場合の相互作用の大きさを表す.これより,式(7)の熱伝導による項の温度依存性は,大まかに下記のようになる.

$$\alpha \propto \frac{1}{C_2^3 T C_V} \tag{10}$$

図9の実線はこの温度依存性をプロットしたものである. C_2 は実験結果を用い、 C_v はMaynard⁽⁶⁾の飽和蒸気圧下の結果を用いた。図中の実線は、実験結果に合わせるために計算結果に適度な係数を掛けている.

図9を見ると, n=2, 3のモードは温度依存性は実線と おおまかに合致している. n=1とn=4のモードはばらつ きが大きいが同様の傾向が見られる. これはこの温度域 では主に熱伝導による寄与が第2音波の減衰を決めてい ることを示している. 一方で, 周波数依存性(ω依存性) については式(7)に示されるようなω²の依存性は見受け られない. この点については今回の測定の範囲では不明 である.

結論

我々は超流動ヘリウム4で存在する第2音波をヒー ターと温度素子を用いた共鳴法により観測した.周波数 掃引により1~4番の高調波の信号を同定し,その共鳴 周波数の比が観測された全ての温度範囲で整数倍になっ ていることを確認した.これは第2音波の場合には端面 や励起素子,検出素子が第2音波と結合しないことを意 味している.また第2音波の音速の温度依存性を求め, Maynardの結果と比較した.その結果,この方法でも第 2音波の音速が正しく測れることがわかると同時に,試 料セル内部の温度がセル外部の計測温度より高くなって いることが示唆された.さらにQ値の温度依存性を測定 し,減衰係数の温度依存性を求めた.結果をKhalatonikov の理論と比較し,温度依存性が一致することを確かめた. 一方で周波数依存性については理論のとおりの依存性に ならなかったが,その原因に関しては不明である.

謝辞

この研究はJSTグローバルキャンパスの支援で行われ ました.研究活動を進めるにあたって,有益な議論や支 援を下さった京都大学大学院理学研究科低温物理学研究 室の福部翔太氏に心より感謝します.また,このような 貴重な学びの場を与えてくださった京都大学ELCAS事 務局の皆様,グローバルサイエンスキャンパスの皆様に 深く感謝します.

参考文献

- 1. 山田一雄, 大見哲巨, 超流動, 培風館 (1995).
- Tisza, L., C. R. Acad. Sci., 207, 1035 (1938); Tisza, L., C. R. Acad. Sci., 207, 1186 (1938).
- Hall, H. E. & Vinen, W. F., Proc. Roy. Soc. A, 238, 204 (1956).
- Lake Shore Crytronics Inc., Cernox[®] https://www.lakeshore.com/products/Cryogenic-Temperature-Sensors/Cernox/Models/Pages/Overview.aspx
- 5. Fuzier, S. & Van Sciver, S. W., Cryogenics, 44, 211 (2004).
- 6. Maynard, J., Phys. Rev. B 14, 3868 (1976).
- 7. Hanson, W. B. & Pellam, J. R., Phys. Rev. 95, 321 (1954).
- Khalatnikov, I. M., *Introduction to the Theory of Superfluidity*, Benjamin, New York, (1965), chap. 12.
- 9. [8] chap. 19.
- Tilley, D. R. & Tilley, J., Superfluidity and Superconductivity, second edition, Adam Hilger Ltd., Bristol and Boston (1986).

Observation of Second Sound in Superfluid ⁴He with Thin-Film Resistance Temperature Sensor

TATSUYA KOTANI¹, YUKO MURAYAMA² & AKIRA MATSUBARA³*

¹Hyogo Prefectural Ono Senior High School, ²Suma Gakuen High School, ³Graduate School of Science, Kyoto University

Abstract

Two-fluid theory by Tisza predicted second sound in superfluid ⁴He, which exists below 2.17 K. Second sound is a thermal wave in which temperature and entropy oscillate. We have tried to detect second sound with a thin-film resistance temperature sensor, Cernox[™] thermometer. Bare chip model CX-1030-BR and a nichrome wire heater were used as a detector and an excitation element in a resonator tube. Second sound was observed as resonance peaks through frequency sweeps by a lock-in amplifier. Several harmonic modes of oscillation were identified and temperature dependence was measured. The resonance frequencies of harmonics were compared, and sound velocity of second sound was obtained. The damping coefficient was determined from the Q-value, and the temperature dependence of the damping coefficient was discussed with Khalatnikov's theory. Key words: superfluid, two-fluid theory, second sound, resonance, damping coefficient.

^{*}Corresponding Researcher: akira@scphys.kyoto-u.ac.jp