

マセマティカル・モルフォロジと感性科学・繊維工 学分野での応用

Mathematical morphology and its applications to
affective/kansei sciences and textile engineering

関西大学・総合情報学部* 浅野 晃
名古屋女子大学・家政学部 浅野（村木）千恵
北海道教育大学・教育学部 藤本 尊子
立命館大学・情報理工学部 李 亮

Akira Asano,

Faculty of Informatics, Kansai University

Chie Muraki Asano,

Faculty of Human Life and Environmental Sciences,

Nagoya Women's University

Takako Fujimoto,

Faculty of Education, Hokkaido University of Education

Liang Li,

College of Information Science and Engineering,

Ritsumeikan University

概要

マセマティカル・モルフォロジは、画像処理における図形の操作を「基本図形のはめ込み」にもとづいて定量的に表現する体系として提案されたものである。この体系は集合の演算によって定義され、画像中の「図形のはめ込み」のみならず、完備束での有界な非線形演算の基盤として構成されている。本講演では、マセマティカル・モルフォロジの基本的概念を説明し、さらに講演者らの研究から、テクスチャの認知特性の分析や布地の立体形状の記述への応用を紹介する。

⁰〒 569-1095 大阪府高槻市霊仙寺町 2-1-1

1 マセマティカル・モルフォロジ

1.1 マセマティカル・モルフォロジとは

フーリエ解析やウェーブレット解析をはじめとして、信号処理の理論は、線形な世界で構築されたものが主流を占めてきた。線形な世界とは、足し算が自由にできる世界、すなわち、1たす1が必ず2になる世界である。足し算が自由にできるならば、扱う数には上限も下限もないはずである。100までの数しか扱わないから、99+99は計算できない、などということは、線形な世界ではありえないことである。

しかし、このような線形な世界は、われわれの持つ自然界の描像として正しいものであろうか。われわれが自然界から情報を得るには、センサが必要である。例えば、画像情報を得るにはカメラが必要である。どんなカメラを使っても、ある強さよりも弱い光は真黒に、ある強さよりも強い光は真白にしか写らない。つまり、得られた画像情報は、上限や下限をもつ有界なものである。これに限らず、われわれが現実には扱う対象は、つねに、線形な世界とは異なる「非線形で有界な世界」にある。

このような「有界な世界」を表す数学的構造が、順序集合の一種である「完備束」[2]である。完備束とは、「どの部分集合に対しても、必ず上限・下限が存在する集合」である。そして、本記事で解説する“マセマティカル・モルフォロジ (mathematical morphology)” (以下モルフォロジ¹) は、完備束での上限・下限演算を基盤として構成された、非線形演算の体系である²。

モルフォロジは、もともと画像処理の体系のひとつとして考案されたものである。その中心的な思想は、「画像は構造をもっている。その構造を知ることによって、画像の意味を理解できる。」というものである。

ここでいう「構造」とは、対象の画像が生成されているしくみ・理由、といった意味である。すなわち、分析の対象の画像は、ただ漠然とピクセルが並んでいるのではなく、何らかのしくみにもとづいて生成されたもののはずだと考え、そのしくみを見出すことによって画像の意味を理解することを、モルフォロジは目指しているのである。

モルフォロジの創始者である G. Matheron と J. Serra は、フランスのパリ国立高等鉱山学校 (École des Mines de Paris) の研究者で、当初は鉱石に分布する鉱物の幾何学的特性を評価する方法として、モルフォロジを着想した [3]³。鉱石に含まれる鉱物は、その種類に応じて特徴的な形状の粒子になっている。したがって、鉱石の断面の画像が「特徴的な粒子の集まりである」という構造をもつと考え、粒子の形・大きさを分析する方法として考えられたのが、モルフォロジの始まりである。

粒子の形・大きさを分析するもっとも基本的な方法は、画像中の粒子が形作る図形に、典型的な粒子状図形を「はめ込む」ことである。はめ込むことができれば、そこにはその典型的図形で表される粒子が存在する可能性がある。はめ込むことができないならば、そこにはその粒子はない。すなわち、その場所には粒子状図形という構造はないことがわかる。粒子が形作る図形に限らずどんな図形でも、典型的図形をはめ込むことで、その典型的図形が表す構造がないかどうかができる。この「はめ込む」操作が、1.2節で説明するオープニング (opening) である。また、ここでいう「典型的図形」は、調べたい構造を表すものだから構造要素 (structuring element, SE)⁴ と

¹“morphology” という言葉は、形態への作用を研究する分野の名称として、物質科学や言語学などさまざまな学問で用いられている。“mathematical morphology” は、それらに対して、数学を基盤とする morphology として名づけられたのであり、単にモルフォロジと略してしまうのは、本来は正しくない。

²モルフォロジについて、さらに詳しくは、著者他による [1] を参照されたい。

³Matheron は、鉱石中の鉱物のようなランダムな図形を扱うランダム閉集合理論と、鉱床のような空間分布を記述・予測する統計的手法であるクリギング (kriging) の創始者でもある。

⁴“structuring” だから、本当は「構造化要素」というべきで、またそのほうが「構造を見つける」意味

いう。さらに、構造要素の形やサイズをいろいろに変えることによって、もとの図形を構成する構造要素のサイズの分布を求めたり (2.1 節の「サイズ分布」)、図形からその構造要素の構造をもたない部分を除いて再構成する (2.2 節の「スケルトン」といったことが可能になる。

さて、オープニングは、各画素における近傍の画素との論理積・論理和にもとづく集合演算の組み合わせで表すことができる。これらは、それぞれエロージョン (erosion)、ダイレーション (dilation) とよばれるもので、1.3 節で説明する。Erosion は「侵食」、dilation は「膨張」という意味であり、実際に対象の図形をそれぞれしばませる、膨らませる効果をもつ。モルフォロジに対して画像処理の世界で一般的にもたれている「しばませたり膨らませたりするやつ」という印象は、ここからでている。エロージョンとダイレーションを基盤とすることで、モルフォロジは「はめ込みを定量的に取り扱う集合演算を基盤としてつくられた、数学の体系」ととらえることができる。

さらに、グレースケール画像においては、1.3 節で説明するように、論理積・論理和はそれぞれ下限 (inf) 演算・上限 (sup) 演算と考えることができる。そこで、下限・上限演算をあらためてモルフォロジの基本演算と考えると、モルフォロジは下限・上限が定義されている順序集合、すなわち完備束における演算の体系として扱うことができる。例えば、1.6 節で説明するように、カラー画素を表すベクトルで完備束を構成することにより、カラー画像におけるモルフォロジを定義することができる。

完備束は、上で述べたように、線形な世界よりも現実に近い世界を表す数学的構造である。「はめ込み」から始まった、ここまでのモルフォロジの展開は、モルフォロジが「非線形で有界な世界」の基本となる演算の体系であることを示している。本稿では、モルフォロジの基本的な演算と、画像中の図形のサイズを定義する「サイズ分布」の考え方と、著者らによるテクスチャ解析への応用例、さらに、モルフォロジを利用した、テクスチャの認知特性の分析や布地の立体形状の記述についての著者らの研究を紹介する。

1.2 オープニング

モルフォロジの基本となるはめ込みを表す演算はオープニングとよばれるものである。いま、画像中の図形に対応する集合 X と、構造要素に対応する集合 B を考える。2 値画像の場合、 X や B の要素は、それを構成するピクセルの位置を表すベクトルと考えればよい。つまり、2 値画像が「白画素の座標」の集合で表されているとする。

X の B によるオープニング X_B は、次の性質をもつ。

$$X_B = \{B_z \mid B_z \subseteq X, z \in \mathbb{Z}^2\} \quad (1)$$

ここで、 B_z は B を z だけ移動したもの (translation) で、 $B_z = \{b+z \mid b \in B\}$ である。

“ X の B によるオープニング” は「 X からはみ出さないように、 B を X の内部でくまなく動かしたときの B 全体の軌跡」であり、図 1 のように、「 X から、 B が収まりきらないくらいの小さな部分だけを除去して、その他はそのまま保存する」という作用を表している。つまり、“オープニング” は「画像中の物体から、構造要素よりも小さな部分を取り除く作用」であり、はめ込みを具体的に実現する演算である。モルフォロジはこの演算を基本として、さまざまな構造要素による演算を組み合わせることによって、画像中の物体の形・大きさを操作する種々の演算を構成する。

をよく表しているが、「構造要素」と訳されている場合が多い。

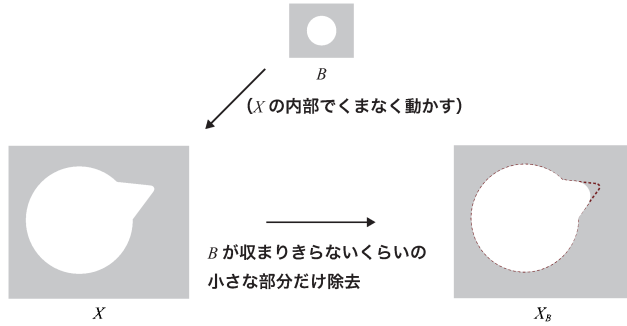


図 1: オープニングの効果

1.3 エロージョンとダイレーション

式 (1) に示すオープニングは、さらに単純なピクセルごとの演算に分解して定義することができる。そのために、以下のとおり、ミンコフスキー差 $X \ominus B$ と和 $X \oplus B$ を定義する。

$$X \ominus B = \bigcap_{b \in B} X_b \quad (2)$$

$$X \oplus B = \bigcup_{b \in B} X_b \quad (3)$$

式 (2) のミンコフスキー差については、次の性質がある。まず、 $x \in X_b$ ならば $x - b \in X$ であるから、

$$X \ominus B = \{x \mid x - b \in X, b \in B\} \quad (4)$$

とも表せる。さらに、集合 B の反転 (reflection) \check{B} を $\check{B} = \{-b \mid b \in B\}$ と定義すると、次のように表現される。

$$X \ominus B = \{x \mid \check{B}_x \subseteq X\} \quad (5)$$

反転の定義から $\check{B}_x = \{-b + x \mid b \in B\}$ であり、よって $\check{B}_x = \{x - b \mid b \in B\}$ となるからである。このことを式 (4) にあてはめると、式 (5) の関係が成り立つことがわかる。これは、 $X \ominus B$ は「 X からはみ出さないように、 \check{B} を X の内部でくまなく動かしたときの、 \check{B} の原点の軌跡」であることを示している。

また、右辺のミンコフスキー和については、

$$\bigcup_{b \in B} X_b = \{x + b \mid x \in X, b \in B\} \quad (6)$$

であるから、

$$X \oplus B = \{b + x \mid b \in B, x \in X\} = \bigcup_{x \in X} B_x \quad (7)$$

とも表せることがわかる。これは $X \oplus B$ は「 X の内部の各点に、それぞれ B のコピーを貼り付けたもの」であることを示している。

以上の演算を使って、 X の B によるエロージョンとダイレーションという演算を、それぞれ $X \ominus \check{B}$ 、 $X \oplus \check{B}$ のように定義する。式 (2)、式 (5) から、エロージョンは

$$X \ominus \check{B} = \bigcap_{b \in B} X_{-b} = \{x \mid B_x \subseteq X\} \quad (8)$$

であることがわかる。エロージョン $X \ominus \check{B}$ は、 B を X からはみ出さないように X の内部でくまなく動かしたときの、 B の原点の軌跡であり、 B によって X の周囲を削り取ったものであることを意味している。

逆にオープニング X_B は、上の演算を用いて $X_B = (X \ominus \check{B}) \oplus B$ と定義される。この定義によるオープニングを図示したものが図2である。●は図形を構成する画素を表している。“ X の B によるエロージョン”とは「 B を X の内部に収まる範囲でくまなく動かしたときの、 B の原点の軌跡」だから、第1段階のエロージョンでは、 X の内部で B をはみ出さずに配置できる場所が求められる。さらに、第2段階のミンコフスキー和は $X \ominus \check{B}$ の内部の各点に、それぞれ B のコピーを貼り付けたものである。したがって、 X の B によるオープニングは、先に述べたとおり X からはみ出さないように、 B を X の内部でくまなく動かしたときの B そのものの軌跡となる。

1.4 クロージング

クロージングは、前節の基本演算を用いて、

$$X^B = (X \oplus \check{B}) \ominus B \quad (9)$$

と定義される。クロージングは、画像中で“対象の図形でない部分”，つまり背景に対してオープニングを行う演算であり、画像中の図形にある、構造要素よりも小さな穴や欠けを埋める作用を表す。

クロージング (closing) X^B は、オープニング X_B に対して、

$$[X^B]^c = (X^c)_B \quad (10)$$

という性質をもつ。ここで X^c は $X^c = \{x | x \notin X\}$ と定義され、画像中の図形と背景を交換する演算を意味する。式(10)の関係を、オープニングとクロージングの双対性 (duality) といい、以下のように証明される。

証明 式(2)から、 $(X \ominus B)^c = \bigcup_{b \in B} X_b^c$ である。よって式(3)から、 $(X \ominus B)^c = X^c \oplus B$ となる。このことから、 $X \ominus B = (X^c \oplus B)^c$ や $(X^c \ominus B)^c = X \oplus B$ が成り立つことがわかる。これらを用いると、

$$\begin{aligned} X^B &= (X \oplus \check{B}) \ominus B \\ &= ((X \oplus \check{B})^c \oplus B)^c \\ &= ((X^c \ominus \check{B}) \oplus B)^c \\ &= ((X^c)_B)^c \end{aligned}$$

となる。(終)

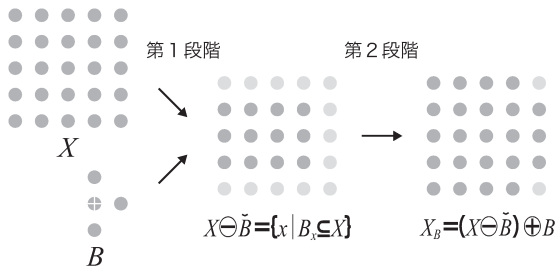


図2: オープニングの成り立ち

1.5 グレースケール画像の場合

ここまでの説明では、2値画像や構造要素を、画素位置を表すベクトルの集合として表していた。これに対してグレースケール画像は、各画素に画素値が対応していることから、画素位置を表すベクトルの関数と考え、画素値を関数の値で表すことで定義される。同様に、グレースケールの構造要素を考えることも可能である。

以下、グレースケール画像と2値構造要素を用いる“function-set 演算”，構造要素もグレースケールとした“function-function 演算”にわけて説明する。

1.5.1 function-set 演算

グレースケール画像を画素位置ベクトル x の関数 $f(x)$ で表し、構造要素はこれまでと同じく構造要素 B で表す。2値画像 X に対するエロージョンとダイレーション、すなわち

$$X \ominus \check{B} = \bigcap_{b \in B} X_{-b} \quad (11)$$

$$X \oplus \check{B} = \bigcup_{b \in B} X_{-b} \quad (12)$$

に対応して、関数 $f(x)$ の構造要素 B によるエロージョンとダイレーションを、 \bigcap, \bigcup をそれぞれ \inf, \sup におきかえて

$$f \ominus \check{B} = \inf_{b \in B} f(x+b) \quad (13)$$

$$f \oplus \check{B} = \sup_{b \in B} f(x+b) \quad (14)$$

と定義する。

2値画像の場合とグレースケール画像の場合との関係は、次のようなクロスセクション (cross-section) の考え方をを用いると理解しやすい。グレースケール画像を表す関数 $f(x)$ に対して、「しきい値 t におけるクロスセクション」 $CS_t[f](x)$ を次のように定義する⁵。

$$CS_t[f](x) = \{x | f(x) \geq t\}. \quad (15)$$

図3は、クロスセクションの考え方を視覚的に表したものである。ここで、関数 $f(x)$ に対して、下記のように陰影 (umbra) $U[f(x)]$ を定義する。

$$U[f(x)] = \{(x, t) | -\infty < t \leq f(x)\}. \quad (16)$$

すなわち陰影とは、関数 $f(x)$ のグラフに対して、そのグラフより下の部分すべて ($-\infty$ まで) を含む集合である。画素位置 x が2次元である通常のグレースケール画像では、画素値を縦軸で表すと、陰影は画素値を上面とし、 $-\infty$ まで続く立体ということになる。このような陰影を考えると、しきい値 t におけるクロスセクション $CS_t[f](x)$ は、陰影 $U[f(x)]$ を縦軸の位置 t で切断した断面ということになる。

図3でもわかるように、クロスセクションには「縦軸の高い位置での断面は、低い位置での断面に含まれる」という性質がある。すなわち、

$$t < t' \Rightarrow CS_t[f] \supseteq CS_{t'}[f] \quad (17)$$

である。

⁵これは、「スタックフィルタ」などの非線形フィルタについていわれる「しきい値分解」と同じものである。

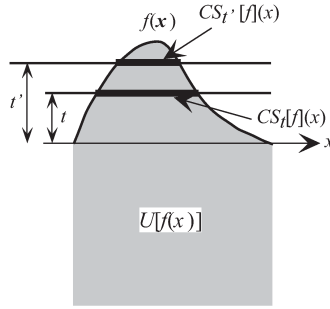


図 3: 陰影とクロスセクション

さて、あるグレースケール画像 f について式 (13) のエロージョンを行うとする。エロージョンの結果、ある画素位置 x での画素値が t になるということは、原画像 f において、構造要素 B を位置 x に移動させた B_x の内部には、画素値 t の画素が必ず含まれ、かつ画素値 t 未満の画素は含まれない。したがって、この画像のクロスセクションについて同じように B_x の内部を考えると、しきい値 t でのクロスセクション $CS_t[f]$ は B_x の内部すべてを含むが、 t より大きなしきい値 t' については、どのクロスセクション $CS_{t'}[f]$ においても、 B_x の内部にはクロスセクションに含まれない部分があることになる。

よって、各クロスセクションをおのおの 2 値画像と考えると式 (11) のエロージョンを行うと、しきい値 t でのクロスセクション $CS_t[f]$ のエロージョン $CS_t[f] \ominus \tilde{B}$ は位置 x を含むが、 t より大きなしきい値 t' のクロスセクション $CS_{t'}[f]$ についても、エロージョン $CS_{t'}[f] \ominus \tilde{B}$ を行うとそれらは位置 x を含まない。

このことは、グレースケール画像を可能なすべてのしきい値によってクロスセクションに分解し、各クロスセクションについて式 (11) の 2 値のエロージョンを行なって、それらをクロスセクションとする陰影を再構成すると、それはグレースケール画像に対して定義した式 (13) のエロージョンと同じであることを意味している。このような式 (11) と式 (13) の関係を、「式 (13) がしきい値分解可能である (commute with thresholding)」という。この関係は、ダイレーションについても同様である。

1.5.2 function-function 演算

グレースケールの構造要素は、グレースケール画像と同様に関数で表す。このとき、画像 $f(x)$ と構造要素を $g(b)$ とのエロージョン・ダイレーションを、次のように定義する。

$$\{f \ominus \tilde{g}\}(x) = \inf_{b \in w(g)} \{f(x+b) - g(b)\} \quad (18)$$

$$\{f \oplus \tilde{g}\}(x) = \sup_{b \in w(g)} \{f(x+b) + g(b)\} \quad (19)$$

ここで、 $w(g)$ は g のサポートとよばれ、関数 g の画素値 0 でのクロスセクションに相当する。また、 $\tilde{g}(b) = g(-b)$ である。

上の定義は、先に述べた陰影を考えると、2 値のエロージョン・ダイレーションとの関係が理解できる。陰影 $U[f]$ から関数 f を復元するには、関数 f が陰影 $U[f]$ の上面に対応することから、

$$f(x) = \sup\{t \mid (x, t) \in U[f]\} \quad (20)$$

とすることになる。一方、画像と構造要素の陰影をそれぞれどうしのミンコフスキー和 $U[f] \oplus U[g]$ を考え、それに対して式 (20) のように関数を復元することを考えると、

$$h(x) = \sup\{t \mid (x, t) \in U[f] \oplus U[g]\} \quad (21)$$

となる。ミンコフスキー和の式 (7) の形の定義を用いると、上の式は

$$h(x) = \sup\{u + v \mid (x - b, u) \in U[f] \text{ and } (b, v) \in U[g]\} \quad (22)$$

と表せる。ここで、 $(x - b, u) \in U[f]$ の形にしているのは、画素値の和 $u + v$ を式 (7) におけるベクトルの和 $b + x$ に対応付けるため、 $U[f]$ を b の位置に平行移動しているからである。したがって、

$$\begin{aligned} h(x) &= \sup_{b \in w(g)} [\sup\{u \mid (x - b, u) \in U[f]\} \\ &\quad + \sup\{v \mid (b, v) \in U[g]\}] \\ &= \sup_{b \in w(g)} \{f(x - b) + g(b)\} \end{aligned} \quad (23)$$

となるから、 $h(x)$ を f と g のミンコフスキー和と考えると、 g を画素位置について反転させたものが式 (19) のダイレーションとなる。すなわち、式 (19) のダイレーションの定義は、陰影に対するミンコフスキー和を考えると、2 値画像・構造要素のダイレーションの拡張になっていることがわかる。

一方、ダイレーションを陰影を用いて定義する場合は、「 $U[f]$ を $U[g]$ の内部に沿って動かし、共通部分をとる」というミンコフスキー差を用いた定義はできない。なぜならば、 $U[g]$ は画素値を表す座標の方向に $-\infty$ まで広がっているので、 $U[f]$ をそれに沿って $-\infty$ まで動かしてゆくと、共通部分はつねに空集合になるからである。

そこで、2 値の場合のミンコフスキー差の、式 (4) の形の定義を用い、2 値のエロージョンを

$$X \ominus \check{B} = \{x \mid x + b \in X, b \in B\} \quad (24)$$

と表す。これにならって、陰影のエロージョン $U[f] \ominus U[g]$ を考え、それに対して同様に関数を復元することを考えると、式 (22) の場合と同様に

$$\begin{aligned} k(x) &= \sup\{t \mid (x, t) \in U[f] \ominus U[g]\} \\ &= \sup\{u \mid (x + b, u + v) \in U[f] \\ &\quad \text{and } (b, v) \in U[g]\} \end{aligned} \quad (25)$$

となる。上の式は、「 $u + v$ が $U[f](x + b)$ の上限に定められているとき、 v が $U[g](b)$ の上限をとるならば、 u の上限はどうなるか」と述べているわけだから、それは u の上限のうちの下限をとることになる。すなわち、式 (20) のように復元すると

$$k(x) = \inf_{b \in w(g)} \{f(x + b) - g(b)\} \quad (26)$$

となり、これは式 (18) で定義されたエロージョンである。

1.6 完備束への一般化

前節の考え方をさらに拡張すると、モルフォロジの演算を順序集合 (ordered set) 上の演算として定義することができる。

(半)順序集合とは、その要素の少なくとも一部の組に“順序”が定義されており、その順序に反射律 (reflexivity), 反対称律 (anti-symmetry), 推移律 (transitivity) が成り立つものである。これらは、 X を集合、 x, y, z を要素とし、順序を \leq で表すとき、次のように定義される。

$$\begin{cases} \text{反射律} & : \quad \forall x \in X, \quad x \leq x \\ \text{反対称律} & : \quad \forall x, y \in X, \quad (x \leq y \text{ and } y \leq x) \Rightarrow x = y \\ \text{推移律} & : \quad \forall x, y, z \in X, \quad (x \leq y \text{ and } y \leq z) \Rightarrow x \leq z \end{cases} \quad (27)$$

要素のすべての組に順序が定義されている集合を、全順序集合とよぶ。部分集合 A のすべての要素よりも上位にある要素全体の集合を、 A の上界という。さらに、上界に最下位の要素が存在するとき、それを A の上限という (同じく、下位については下界といい、この最上位の要素が存在するとき下限という)。また、ある順序集合の任意の部分集合に上限と下限が定義されているとき、この順序集合を完備束 (complete lattice) とよぶ。モルフォロジの演算は上限・下限演算で表され、より一般的には画像処理を離れ、完備束の上での演算として定義される [4]。

このようにして、2値画像に対して論理積と論理和を使って定義されたモルフォロジ演算は、完備束における下限と上限を用いた定義にまで一般化された。論理積と論理和を下限と上限に置き換えるのは、多値の真理値を扱うファジィ論理における論理和と論理積の定義と同じくみである。とくに、1.5.1節で説明した function-set 演算は、論理演算のファジィ演算による自然な拡張になっている。また、下限・上限という表現を2値画像の場合に用いるとすると、下限・上限演算はいずれも「2値の入力値を合計してしきい値処理する」という「しきい論理」で表すことができる。しきい論理は人工ニューラルネットワークを構成するニューロンの基本的な演算であり、この点にモルフォロジ演算とニューラルネットワークの関連をみることができる。

なお、カラー画像についてモルフォロジの演算を定義するには、完備束における下限・上限による定義を用いる。カラー画像の場合は画素値がベクトルで表現されるため、上限と下限は直感的には定義できない。そこで、何らかの意味でベクトル間の順序を定義することで、カラー画像に対する演算が定義される [6, 7]。

2 サイズ分布とテクスチャ解析

2.1 サイズ分布

サイズ分布とは、画像中の図形を構造要素の相似形に分解したとき、どのサイズの相似形がどれだけの面積を占めているかを表したものである。すなわち、各相似形のサイズの分布である。前述の通り、「図形 X の構造要素 B によるオープニング」とは「 X のうち、 B を内部に配置できないくらい小さな部分だけを取り除いたもの」、すなわち「 X から、 B よりも小さな成分を取り除いたもの」である。そこで、 B をある基本的な構造要素とし、 B を順に大きくして、サイズ $2, 3, \dots$ の構造要素 $2B, 3B, \dots$ を準備する。

ところで、サイズは漠然と「大きさ」を指しているが、これをどのように定義すればよいだろうか。以下の議論のようにサイズ分布を定義するためには、各サイズの構造要素 $2B, 3B, \dots$ は、分析の対象となる画像 X について $X_B \supseteq X_{2B} \supseteq X_{3B} \dots$ という包含関係を満たすように定義されていなければならない。任意の X についてこの包含関係を満たすには、 $(n+1)B_{nB} = (n+1)B$ であればよい [8]。なぜならば、この関係は「 $(n+1)B$ に nB を構造要素とするオープニングを適用しても変化しない」ということなので、 $(n+1)B$ には nB よりも小さな部分は含まれないことを意味す

る。したがって、対象図形 X を $(n+1)B$ でオープニングしたときに、 nB よりも小さな部分が残ってしまうことがないからである。この関係を、「 $(n+1)B$ が nB に対して open である」あるいは「 $(n+1)B$ は nB -open である」という。

サイズのもっともよく知られた定義は、 $2B, 3B, \dots$ を凸図形 B の相似拡大によって定義するものである。ここで通常の離散的な画像を考え、サイズも離散的であるとすると、これらの相似な構造要素はミンコフスキー集合和を使って

$$nB = B \oplus B \oplus \dots \oplus B \quad ((n-1) \text{ 回の } \oplus) \quad (28)$$

と定義できる。

さて、各々のサイズの構造要素で各々オープニングを行い、 $X_B, X_{2B}, X_{3B}, \dots$ という図形の系列を作る。すると、この図形系列では、 X_B は X から B よりも小さな成分が、 X_{2B} は $2B$ より小さな成分が、 X_{3B} は $3B$ より小さな成分が、 \dots 、各々除かれていることになり、 X から除かれる部分がだんだん大きくなっていく図形系列になっていることがわかる (図4)。このような図形の系列をつくるオープニングの系列を granulometry という。Granulometry によって生成される図形の系列 $X_B, X_{2B}, X_{3B}, \dots$ について、各図形の面積と元の図形 X の面積との比を求める。サイズに面積比を対応させた関数は、サイズ0のとき面積比1で、単調減少な関数になる。これをサイズ分布関数 (size distribution function) という。サイズ分布関数のサイズ n に対応する値は、「画像中の物体のうち、サイズ n 以上の部分の面積の割合」を表す。

さらに、離散的なサイズを考える場合、サイズ分布関数の差分は、 $X_B, X_{2B}, X_{3B}, \dots$ の中の、隣接するサイズに対応する画像間の面積の差に相当する。例えば、 X_{2B} と X_{3B} の面積の差は、「 X_{2B} によるオープニングでは除かれなかったが、 X_{3B} によるオープニングでは除かれた部分」、すなわち「サイズがちょうど2である部分」の面積となる。このようにして、各サイズに対応する部分の面積を求めたものをパターンスペクトラム (pattern spectrum) という。さらに、それを元の図形の面積の比で表したものをサイズ密度関数 (size density function) という。サイズ分布関数やサイズ密度関数は、それぞれ確率分布関数、確率密度関数と同じような性質をもち、それゆえこのような名前がつけられている。したがって、確率分布の場合と同様に、画像中の図形の平均サイズや、サイズの分散を考えることもできる。

2.2 スケルトン

スケルトン (skeleton) とは「骨格」の意味で、モルフォロジでは、画像中の物体を削り取って骨組みを求めることをいう。このような骨組みを求める方法には、モルフォロジとは関係なくさまざまなものがある。そのなかでモルフォロジにおけるスケルトン化は、スケルトンから逆に物体が再現できる、という特徴がある。

対象図形 X に対して、構造要素 B によるスケルトン $SK(X, B)$ は次のように定義される。

$$\begin{aligned} S_n(X, B) &= (X \ominus n\check{B}) - (X \ominus (n-1)\check{B}), \\ SK(X, B) &= \bigcup_n S_n(X, B). \end{aligned} \quad (29)$$

スケルトン $SK(X, B)$ からは図形 X は再現できないが、 $S_n(X, B)$ からは X が再現できる。また、 X 中の各画素に、それを含む $S_n(X, B)$ の n の値を対応させたものを、medial axis transform という。 $S_n(X, B)$ からの X の再現は、次の計算で行なわれる。

$$X = \bigcup_n \left[\sum_n (X, B) \oplus nB \right]. \quad (30)$$

この計算は、次のように証明される.

$$\begin{aligned}
 & [S_n(X, B) \oplus nB] \\
 &= [(X \ominus n\check{B}) - (X \ominus n\check{B})_B] \oplus nB \\
 &= (X \ominus n\check{B}) \oplus nB - (X \ominus n\check{B})_B \oplus nB \\
 &= (X \ominus n\check{B}) \oplus nB - (X \ominus n\check{B} \oplus \check{B} \oplus B) \oplus nB \\
 &= X \ominus n\check{B} \oplus nB - X \ominus (n+1)\check{B} \oplus (n+1)B \\
 &= X_{nB} - X_{(n+1)B}
 \end{aligned} \tag{31}$$

となるので,

$$\begin{aligned}
 & \bigcup_n [S_n(X, B) \oplus nB] \\
 &= \bigcup_n [X_{nB} - X_{(n+1)B}] \\
 &= (X - X_B) \cup (X_B - X_{2B}) \cup (X_{2B} - X_{3B}) \cup \dots
 \end{aligned} \tag{32}$$

となる. $(A - B) \cup (B - C) = A - C$ であり, n が十分大きいとき $X_{nB} = \emptyset$ だから, 式(32)の右辺は X となる.

式(29)は, 直観的には次のような意味を表している. $X \ominus n\check{B}$ は「構造要素の相似形 nB を X の内部に敷き詰めたときの, nB の中心の軌跡」である. このとき, $(X \ominus n\check{B})_B$ は, 「 nB の中心の軌跡」をサイズ1の構造要素 $1B$ でオープニングしたものである. ということは, $(X \ominus n\check{B})_B$ のサイズは1以上なので, $(X \ominus n\check{B})_B$ の内部にその中心が位置するような nB のうち, $(X \ominus n\check{B})_B$ の内部にその中心が位置するようなものは, それよりもサイズが1以上大きい相似形を X の内部に配置することで, nB 全体を覆うだけの余裕がある.

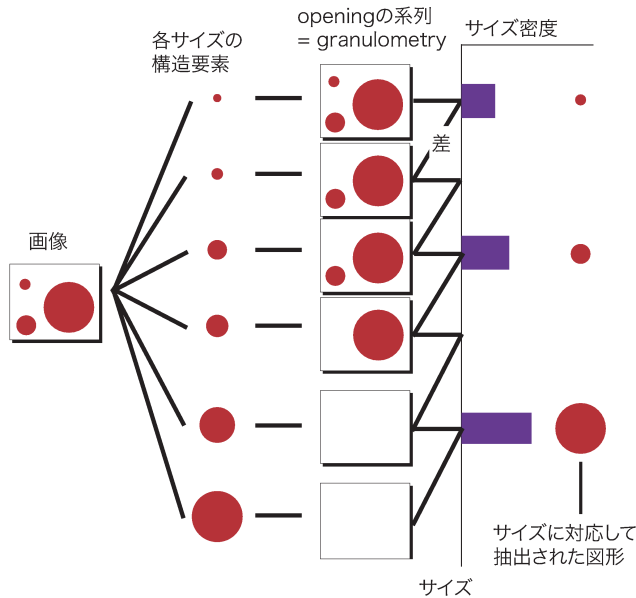


図 4: Granulometry とサイズ密度関数

したがって、 $(X \ominus n\tilde{B})$ から $(X \ominus n\tilde{B})_B$ を取り除いた $(X \ominus n\tilde{B}) - (X \ominus n\tilde{B})_B$ は、「 nB のうち、物体 X の隅に配置されているために、 X の内部で n より大きなサイズの相似形で覆うことができないもの」、すなわち X を構成するのに必須の相似形の中心の位置で、これがスケルトンとなる。

なお、従来からある、スケルトンに類似した考えに距離変換 (distance transformation) というものがある。距離変換とは、図形の内部の各点に対して、図形の周縁上でその点からもっとも近い点までの距離を対応させる演算のことである。距離変換には、距離値を対応づけられた各点のうち、周囲よりも距離値の大きな点、すなわち距離値が極大となる点だけから、もとの図形を復元できるという特徴がある。これは、スケルトン演算における $S_n(X, B)$ の算出とそれからの図形の復元に他ならない。ただし、スケルトン演算においては、距離変換における「中心点から距離が1である点」を構造要素によって定めていることになっている。したがって、通常の距離の定義を超えた、たとえば非等方的な距離も定義することができる。

2.3 サイズ分布のテクスチャ解析への応用

サイズ分布は、ある構造要素を考えた時、その各サイズの相似形が画像中の図形にどの程度よくあてはまるかを表している。したがって、ある構造要素に対するサイズ分布からは、画像中の図形と構造要素との類似度についての情報が得られる。例えば、画像中に含まれている図形が、構造要素のあるひとつのサイズの相似形だけであるならば、サイズ密度関数はそのサイズだけにピークが立ち他は0となる。

そこで、構造要素をさまざまに変化させながらサイズ分布を求め、上のようなサイズ分布の特徴を評価関数として、シミュレーテッドアニーリングや遺伝的アルゴリズムなどの最適化法によって構造要素の形状を最適化することで、構造要素の形状で画像を要約することができる。著者らは、テクスチャ画像に対してこの考えを用いることで、テクスチャを構成する要素図形を推定する研究を行ってきた [9]。この研究では、テクスチャは「要素図形 (primitive) とその相似拡大によって形成される粒子 (grain) が、ある規則的あるいはランダムに配列された位置 (point configuration) に配置されて」形成されていると考えており、これを PGPC (primitive, grain, and point configuration) テクスチャモデルと呼んでいる。このモデルで考えると、テクスチャを、微視的な特徴である要素図形と、全体的な特徴である配置位置とに分けて分析することができる。要素図形の形状は、サイズ密度関数が高いピークをもつ、あるいはサイズ分布関数が大きなサイズに偏る、などの評価関数を使って、上で述べた最適化法で求められる。いったん要素図形を求めると、今度はその要素図形を構造要素とするスケルトンを求めれば、配置位置が得られる。

図5はその一例で、複数の要素図形をもつテクスチャについても、その要素図形を推定している⁶。図5(a)は対象テクスチャ画像で、(b)は推定された2つの要素図形である。(c)は、対象テクスチャ画像に対して(b)の要素図形を構造要素とするオープニングをそれぞれ行い、両者の最大値をとったものである。この画像が対象図形とほとんど変わらないということは、(b)の要素図形がうまく対象画像にあてはまっているということなので、推定がうまくいっていることを示している。

⁶この研究は、[10, 11]で発表されたものである。

3 テクスチャ認知と視距離

3.1 概略

本章では、モルフォロジを利用して、テクスチャ認知と視距離の関係を実験的に調べた、筆者らの研究を紹介する⁷。テクスチャ画像を人が見るときに、画像までの距離の大小によって、その認知のしかたが変わることは、容易に想像できる。遠くからテクスチャを見れば、テクスチャにおいて繰り返される微細図形の形状など微視的 (local) な特徴よりも、繰り返しの頻度や配置の密度などの全体的 (global) な特徴のほうが認知されるだろう。また、テクスチャを間近で見れば、逆に微視的な特徴のほうが全体的な特徴のほうに注意が向くだろう。テクスチャに限らず、視覚認知に関する微視的特徴と全体的特徴の関係については、[13–16] など多数の研究が行われている。

では、視距離を遠くから近くへ、あるいは近くから遠くへ変化させると、どういふことが起きるだろうか。微視的特徴と全体的特徴との注意の切り替えは、どのように生じるのだろうか。あるいは、このような認知に関する知識を事前に被験者に与えた場合とそうでない場合で、結果に違いは生じるだろうか。また、男性の被験者と女性の被験者では違いはあるだろうか。これらのことを、本研究では、2.3節で紹介したモルフォロジにもとづくPGPCテクスチャモデルを利用して、実験を行うことで考察した。

3.2 手法

本研究では、図6のようなテクスチャ画像を、さまざまな視距離で被験者に呈示し、「下段のテクスチャ画像A,Bのどちらが、上段のテクスチャ画像(参照テクスチャ)と似ているか」について回答を得た。テクスチャAは、全体的特徴は参照テクスチャと似ているが、微細図形の形状は異なっている。一方、テクスチャBは、全体的特徴は参照テクスチャと異なっているが、配置されている微細図形の形状は、回転されているだけで同じである。したがって、全体的特徴に注意が向けば、参照テクスチャと似ているのはテクスチャAとなるだろうし、微視的特徴に注意が向けば、参照テクスチャと似ているのはテクスチャBとなるだろう。

これらのテクスチャは、PGPCモデルにもとづいて、人工的に生成されたものである。第2章では、テクスチャの特徴を微細図形 (grain) とその空間配置に分けてとらえ、微細図形をサイズ分布関数にもとづく最適手法で推定し、その微細図形を構造要素とするスケルトンとして空間配置を導出した。ここでは、これとは逆に、空間配置をランダムに生成し、その空間配置をスケルトンと考えてその各点に微細図形を配置することで、テクスチャを生成した。図6のテクスチャAは、図7の空間配置

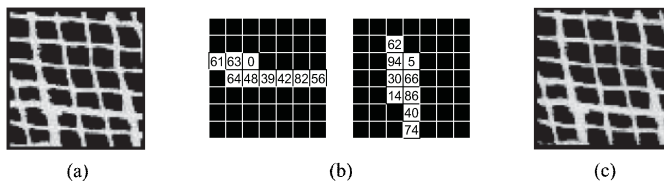


図5: テクスチャ要素図形の推定

⁷この章の内容は、[12]で発表されたものである。

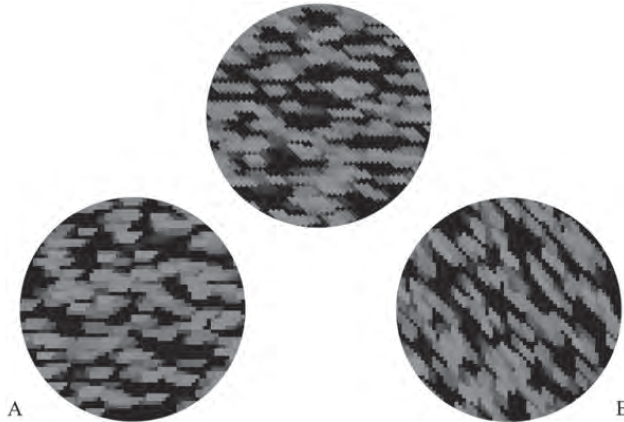


図 6: 被験者に呈示するテクスチャ画像

(a)に、(b)の微細図形を配置することで、(c)のように生成したものである。また、テクスチャ B は、空間配置 (d) に、(e)の微細図形を配置することで、(f)のように生成したものである。さらに、参照テクスチャは、テクスチャ B を反時計周りに 45 度回転したものである。実験では、図 6 とともに、微細図形の大きさが $1/2$ になっている図 8 も用いた。

実験では、46 型の液晶テレビに図 6 や図 8 のテクスチャ画像を表示し、図 9 のように、テレビの縦方向の大きさを d として、視距離を $0.5d$ から $5d$ まで $0.5d$ ずつ遠ざかる方向・近づく方向に変化させて、被験者から A, B どちらのテクスチャが参照テクスチャに似ているかの回答を得た。被験者は 80 人で、男女同数である。被験者の年齢は 22 歳から 48 歳 (平均 26.69 歳, 標準偏差 4.27 歳) であった。これを、視距離が近づく方向に変化させるグループ 40 人と、遠ざかる方向のグループ 40 人に分けた。さらに各グループについて、この実験の趣旨について事前に説明するグループ 20 人と、しないグループ 20 人に分けた。これらの 20 人グループは、すべて男女 10 人ずつになっている。なお、各被験者には実験の前にランドルト環による視力検査を行っており、裸眼で正常視力を持っているか、あるいは矯正により正常視力を持っていることを確かめている。さらに、どの 20 人グループについても、男性・女性それぞれが最大視力 1.5・最小視力 0.8 となるように、被験者を配分している。

3.3 実験結果と考察

図 10 から図 13 に、実験結果を示す⁸。これらの図では、横軸は視距離で、数値は画面の縦方向の大きさ d を単位としている。縦軸は、「テクスチャ A が参照テクスチャに似ている」と答えた被験者の割合、つまり、テクスチャの微視的な特徴よりも全体的特徴を優先して認知した被験者の割合である。実線・破線で描かれた曲線は、実験データをもとにロジスティック回帰分析によって得た回帰曲線である。

図 10 は、被験者全体について、「テクスチャ A が参照テクスチャに似ている」と答えた被験者の割合を示している。実線は図 8 の細かいテクスチャ、破線は図 6 の粗いテクスチャの場合である。図 6 のほうが図 8 に比べて微細図形の大きさが 2 倍になっ

⁸すべての実験結果と解析結果については、[12] を参照されたい。

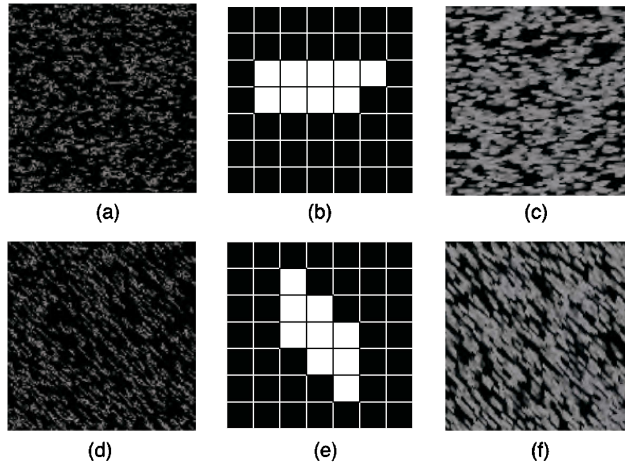


図 7: テクスチャの生成



図 8: 被験者に呈示するテクスチャ画像 (大きさ 1/2)

ているので、「テクスチャ A が参照テクスチャに似ている」と答えた被験者の割合が同じ値となる視距離は大きくなっている。

図 11 は、視距離を近づけていったグループと遠ざけていったグループとの違いを示している。実線が近づけていった場合、破線が遠ざけていった場合である。両者の違いは、微視的特徴と全体的特徴のどちらを優先するかにおいて、視距離の変化によって判断を変更するときには当初の判断が影響し、一種の「ヒステリシス」を生じることが示している。

図 12 は、実線が事前に実験についての知識を被験者が与えられなかった場合、破線は与えられた場合である。事前知識を与えられた場合のほうが回帰曲線の変化が急峻であり、被験者の判断が変化する距離にばらつきが少ないことを示している。また、図 13 は被験者の性別による違いを示したもので、実線は男性、破線は女性のそれぞ

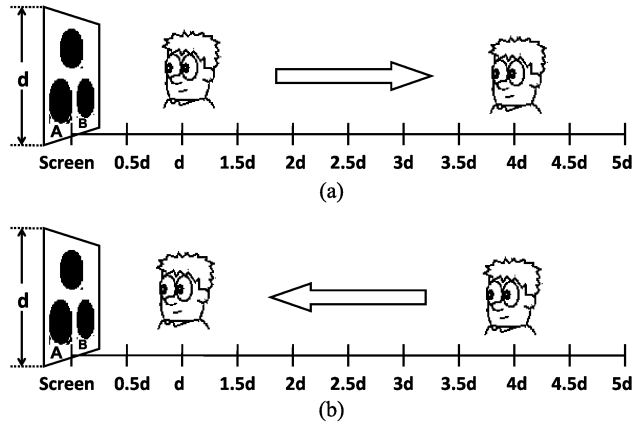


図 9: 視距離の変化

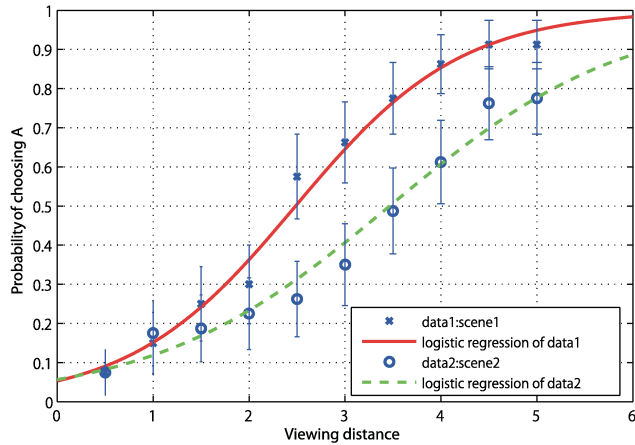


図 10: 各視距離で、テクスチャ A が参照テクスチャに似ていると答えた（全体的特徴を優先して認知した）被験者の割合。実線：図 8，破線：図 6 の各画像の場合のロジスティック回帰曲線。

れ回帰曲線である。どの視距離においても、男性のほうが、全体的特徴を優先して認知した被験者の割合が大きい。一般に、男性は視野を全体的に把握し、女性は局所的な部分に注目する傾向があると言われているが、この実験ではそれを支持する結果が得られた。

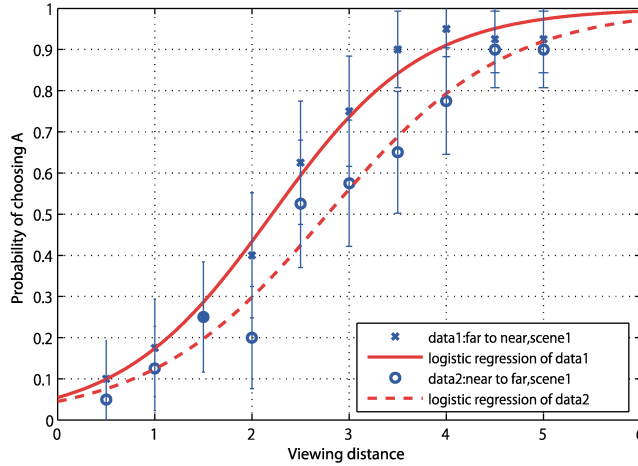


図 11: 視距離を近づけていった場合と遠ざけていった場合の違い。実線：遠→近，破線：近→遠

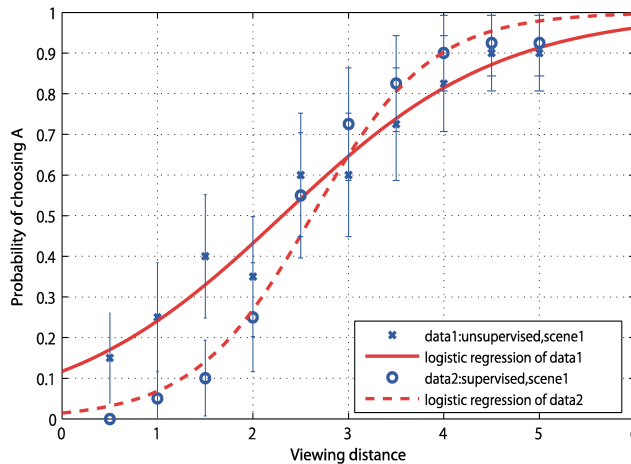


図 12: 被験者が事前知識を与えられた場合とそうでない場合の違い。実線：事前知識なし，破線：事前知識あり

4 布地の立体形状の記述

4.1 概略と手法

本章では、モルフオロジを利用して布のしわ (wrinkle) の性質を評価する、筆者らによる手法を紹介する⁹。各種の布を折り曲げることによって、どのような形状のしわが生じるかは、ズボンの「折り目」に代表されるように被服の外観を左右するた

⁹この章の内容は、[17]で発表されたものである。

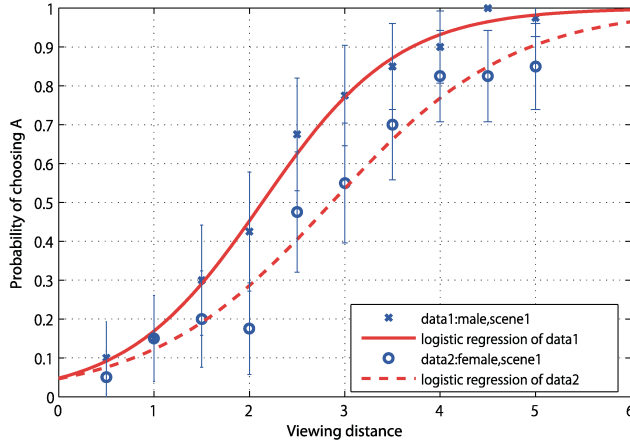


図 13: 男性と女性との違い. 実線: 男性, 破線: 女性

め, 被服材料学においては大変重要なテーマである。布は繊維材料でできているので, しわの生成のしかたは, 繊維のレオロジー的性質や温度変化にも依存して変化する [18,19]. これまでの標準的なしわの評価法は, ある一定の条件下で荷重をかけて布を折り曲げ, 荷重を解放したときにできるしわの角度を測るものであった。しかし, この方法ではしわと機械的性質の関係は理解しやすいが, しわの視覚的印象とは直接関係しないので, 近年はしわの形状を画像処理によって直接測定する方法も提案されている [20,21].

本研究では, 第2章で紹介したサイズ分布を利用し, しわ形状の鋭さを評価する。図14(a)-(d)のように, 標準的方法で布を折り曲げてしわが生じているとき, 画像中の青色の正方形領域において, 黄色の線で表された布の表面に折り曲げの谷側を含めた, 図15(a)-(d)の2値図形を考える。この2値図形について, 構造要素を円盤としてサイズ分布を求める。すると, 図形内部でしわの付近には, しわが鋭い場合には小さなサイズの構造要素しかはめ込むことができず, 一方しわが緩い場合には大きなサイズの構造要素をはめ込むことができる。つまり, サイズ分布においては, 鋭いしわは小さなサイズの成分として, 緩いしわは大きなサイズの成分として現れるので, サイズ分布の特徴を見ることで, しわの性質を評価できる。

4.2 実験結果と考察

図16(a)-(d)は, 図15(a)-(d)の2値図形それぞれのサイズ密度関数である。横軸がピクセル単位で表されたサイズで, 縦軸がサイズ密度を表している。ここでいうサイズは, 円盤型構造要素の半径で定義されている。2値図形の高さは128ピクセルであるので, 構造要素の最大サイズは, 円盤の大きさが図形の大きさを超えないよう, 60ピクセルとしている。

表1は, 図16(a)-(d)の各サイズ密度関数の平均サイズと歪度を求めたものである。どの2値図形についても平均サイズは大きく変わらないが, 歪度は各2値図形で大きく異なることがわかる。鋭いしわに対しては歪度の絶対値は小さく, 緩いしわに対しては大きいことがわかる。図16をみると, 歪度の絶対値の小さなサイズ密度関数については, サイズに対してサイズ密度の極大値が直線的に増加していくのに対して, 歪

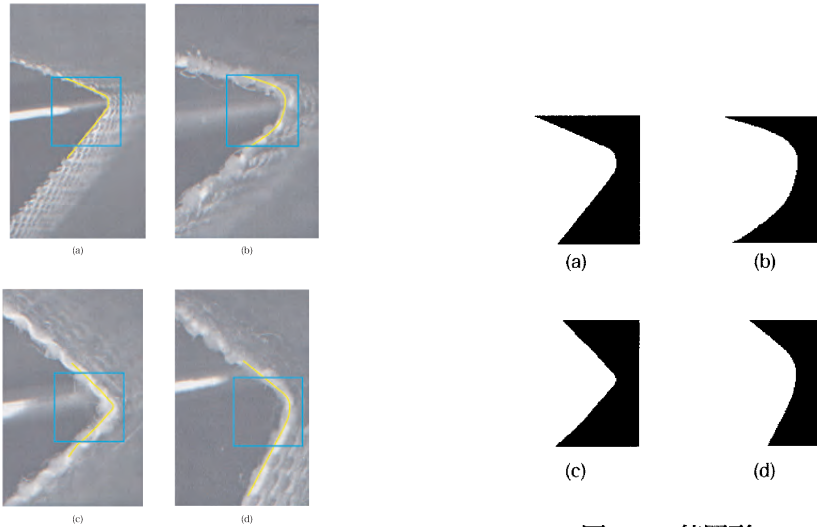


図 15: 2 値図形

図 14: 布の折り曲げによるしわの例 (試料を構成する糸より細い縫い針の先端で、しわの山ラインを支えている)

表 1: 平均サイズと歪度

	(a)	(b)	(c)	(d)
平均サイズ	42.71	49.41	41.54	48.06
歪度	-1.23	-4.15	-2.10	-6.87

度の絶対値の大きなサイズ密度関数については、指数関数状のカーブを描いて増加している。

図 17 は、参照のために人工的に作成した、コーナー状の 2 値図形である。この図形のサイズ密度関数を図 18 に示す。平均サイズは 40.26、歪度は -1.92 であり、また、サイズ密度関数の極大値は、サイズに対してほぼ直線的に増加している。この結果は、しわの鋭さとサイズ密度関数の歪度の上記の関係を支持している。

5 おわりに

参考文献

- [1] 浅野晃, 浅野 (村木) 千恵, 木森義隆, 棟安実治, 延原肇, 藤尾光彦, 非線形画像・信号処理 モルフォロジーの基礎と応用, 丸善, 東京, 2010.
- [2] 小倉久和, 情報の基礎離散数学, 近代科学社, 東京, 1999.

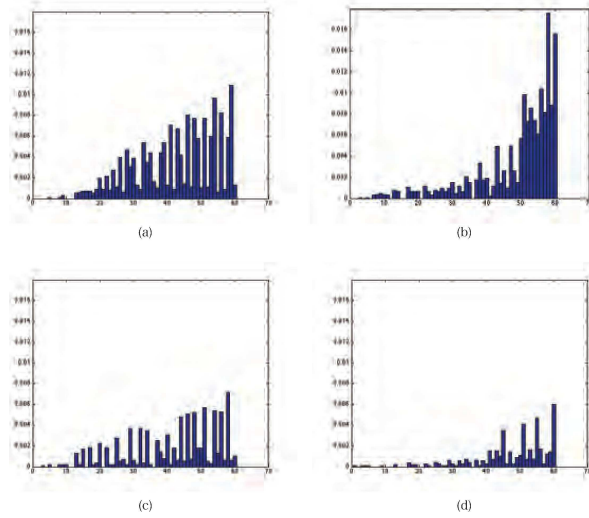


図 16: サイズ密度関数



図 17: 人工的に作った角の図形

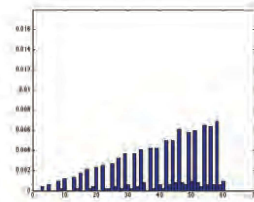


図 18: 図 17 のサイズ密度関数

- [3] G. Matheron and J. Serra, "The birth of mathematical morphology," Proc. 6th International Symposium on Mathematical Morphology, pp. 1-16, Sydney, Australia, Apr. 2002.
- [4] H. J. A. M. Heijmans, Morphological Image Operators, Academic Press, London, 1994.
- [5] P. Soille, Morphological Image Analysis: Principles and Applications, 2nd Ed., Springer-Verlag, New York, 2003.
- [6] M. L. Corner and E. J. Delp, "Morphological operations for color image processing," J. Electron. Imaging, vol. 8, no. 3, pp. 279-289, Mar. 1999.
- [7] G. Louverdis, M. I. Vardavoulia, I. Andreadis et al., "A new approach to morphological color image processing," Pattern Recognit., vol. 35, no. 8, pp. 1733-1741, Aug. 2002.
- [8] J. Serra, Image analysis and mathematical morphology, Academic Press, London, 1982.

- [9] Y. Hanada, M. Muneyasu, and A. Asano, "Effectiveness of genetic multistep search in unsupervised design of morphological filters for noise removal," *IPSSJ Transactions on Mathematical Modeling and Its Applications*, **3**, 3, 154-165 (2010).
- [10] L. Li, A. Asano, C. Muraki Asano, M. Muneyasu, and Y. Hanada, "Dual Primitive Estimation of Textures," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E94-A, no. 4, pp. 1165-1169, Apr. 2011.
- [11] L. Yang, A. Asano, L. Li, C. Muraki Asano, and T. Kurita, "Multi-Structural Texture Analysis Using Mathematical Morphology," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E95-A, no. 10, pp. 1759-1767, Oct. 2012.
- [12] L. Li, A. Asano, C. Muraki Asano, and K. Okajima, "Statistical Quantification of the Effects of Viewing Distance on Texture Perception," *Journal of the Optical Society of America A*, **30**, 7, 1394-1403 (2013).
- [13] R. Kimchi, "Primacy of wholistic processing and global/local paradigm: a critical review," *Psychol. Bull.*, **112**, 24-38 (1992).
- [14] M. A. Boeschoten, C. Kemner, J. L. Kenemans, and H. van Engeland, "The relationship between local and global processing and the processing of high and low spatial frequencies studied by event-related potentials and source modeling," *Cogn. Brain Res.*, **24**, 228-236 (2005).
- [15] J. Davidoff, E. Fonteneau, and J. Fagot, "Local and global processing: observations from a remote culture," *Cognition*, **108**, 702-709 (2008).
- [16] E. McKone, A. A. Davies, D. Fernando, R. Aalders, H. Leung, T. Wickramaratne, and M. J. Platow, "Asia has the global advantage: race and visual attention," *Vis. Res.*, **50**, 1540-1549 (2010).
- [17] C. Muraki Asano, A. Asano, R. Ouchi, and T. Fujimoto, "A New Evaluation Method for Fabric Wrinkles using the Morphological Technique," *Proc. 5th Kansei Engineering & Emotion Research International Conference (KEER2014)* (2014).
- [18] T. F. Cooke, J. H. Dusenbury, R. H. Kienel, and E. E. Lineken, "Mechanism of Imparting Wrinkle Recovery to Cellulosic Fabrics." *Textile Research Journal*, **24**, 12, 1015-1036 (1954).
- [19] B. Xu and J. A. Reed, "Instrumental Evaluation of Fabric Wrinkle Recovery," *Journal of The Textile Institute*, **86**, 1, 129-135 (1995).
- [20] J. Su and B. Xu, "Fabric wrinkle evaluation using laser triangulation and neural network classifier," *Optical Engineering*, **38**, 10, 1688-1693 (1999).
- [21] M. Matsudaira, J. Han, and M. Yang, "Objective evaluation method for appearance of fabric wrinkling replica by image processing system," *Journal of Textile Engineering*, **48**, 1, 11-16 (2002).