

# 教育に関する数学書の無限の可能性について

岩波書店自然科学書編集部 吉田宇一

Uichi Yoshida

Department of Mathematical Science,

Iwanami Shoten, Publishers

## 1 はじめに

出版界は現在、未曾有の危機にある。とりわけ学術系出版社はまさに生存できるかどうかの瀬戸際に追い込まれている。これは昨今、巷間でさまざまに宣伝されている「電子書籍」が、いよいよ紙の書籍の需要を上回り、それがゆえに紙の書籍に依存する出版界は経営的に厳しいのだらうということではない。

電子書籍の売上の実態はいまだ微々たるものである。出版社の多くは、その流れが不可避であろうと不安におののき、回収の見込みのないまま、いまは先行投資に追われているというのが実情である。

毎日新聞が毎年行っている読書調査（全国約 300 地点、約 3000 人を抽出。調査員が戸別訪問し、質問票にもとづき調査。回答率約 50 %）の第 66 回（2012 年）の報告によれば、1 ヶ月に 1 冊（コミック本も含む）も読まない高校生はここ 10 年間 50 %前後で推移。これは大人でもほぼ同じ 50 %の人が男女問わず本を読まないと答えている。なお、読む世代のピークは 30 代、40 代だが、圧倒的に月に 2000 円以下。1000 円前後がピークである。また、同調査の「メディアに使う 1 日の平均時間」では、ネットや TV、ビデオに費やす時間は 1 日約 4 時間強に対し、読書（雑誌も含む）は 40 分前後とある。これらを反映してか、出版界は、95 年代頃をピークに、販売冊数も売上も約 20 年間減少傾向にある。

要するに、日本人は大人であるか子どもであるかを問わず、本は必読するものではなくなったのである。インターネットが普及する時代にあつて、この事実をやむを得ないと見るか、由々しき事態と見るかはともかく、この現実が（教育）数学に対して与える影響はきわめて大きいと考えている。

そして、そのようななかで、いま何が求められているのか、どうすべきなのかについて、雑駁ではあるが述べたい。ポイントとしては、以下の 3 点について述べる。

1) どういう読者を対象とするか、2) どういう材料を扱うのか、3) どういう表現があり得るのか、という 3 つである。これまでも、この研究集会でも議論されてきた

ことと重なる部分も多いと思われるが、お許しを願えれば幸いである。

## 2 現在の位置

教育については、まったくの素人であるが、やはり現在の高等教育が歴史的に見てどのような位置にあるのかを確認しておきたい。以下の話はあまりに雑なものであつて、主張を理解してもらうためのフレームワーク程度のものであることをお断りしておく。

教育制度といえば、江戸時代には、一般庶民のための寺子屋教育、武士のための藩校教育があつた。それが明治維新によって終焉し、いわゆる全国的な官制教育が始まる。鎖国政策を続け、いわゆる欧米諸国から「遅れた国」だった日本が急激なスピードで伍するようになるために、義務教育から高等教育まで、一気に整備された。

アジア・太平洋戦争後、二度と戦争を繰り返さないという誓いのもとに、教育の大改革がおこなわれた。しかしながら、それもまた戦前同様、官制改革であり、教育現場では「忠君愛国」を唱導した教師が急に「民主主義」を唱えるような形ばかりのものだったという報告もある。なによりも、江戸時代のような寺子屋教育のような市民の発意からの改革ではやはりなかった。

とりわけ、戦後の大学教育をめぐる、この研究会の議論のなかで注目すべきは、「大衆化」と「理工系ブーム」ではないだろうか。これらは、市民の教育への熱意が急に高まったというよりは、背景として、日本の経済成長がある。すなわち国民の圧倒的多数であつた農民に農地を捨てさせ、第二次産業への就職を促進させるねらいである。少しでも高等教育を受けることがよりましな生活を受容できるという幻想を抱かせた。「15の春を泣かせない」という高校受験に際して言われたスローガンも、誰もが高校に入ることに意義があり、学習到達度の中身が問われることはなかった。受験戦争という新たな「戦争」が誘起され熟なるものの隆盛する余地を作った。高等教育はどんどん「大衆化」していく。また戦後経済の牽引車であつた第二次産業の労働人口は、多くが理工系卒業生に支えられたことが「理工系ブーム」を引き起こした。戦後70年も経過した今日でさえ、「就職に強い理工系」という神話がまことしやかに囁かれている。

「大衆化」と「理工系ブーム」の影響は、理工系大学・理工系専門学校の設立ラッシュを引き起こし、そうした理工系教育の基礎にある「数学」はもっとも重要な学知と定義された。中学・高校以来、基本教科といえば「英・数・国」と言われて、誰もが信じて疑わず、理系科目の代表が「数学」であるという漠然とした思い込みがつくられた。しかし、果たしてそうだろうか。母国語である「国語」は当然、また「英語」も

コミュニケーションツールというのではなく、「母国語以外の文化にふれる」という意味で重要である。しかし、「数(学)」は、いわゆる計算技術もあるが、現象を抽象化し、その背後のしくみや論理を学び、推論能力を身につけるという意味ならば、より「物理的思考」を踏まえた「数学」であつたはずなのである。「英・数・国」といったとき、「数(学)」は何をいったい教えるべきなのか。改めて問われるところである。(これに関しては様々な議論がある。学術会議の「質保証」の議論とも関係する。アメリカでも、次のような議論がある。(参考) D.Mumford, S.Garkunkel, Newyork Times, August 24, 2011, Lynn A. Steen, Notices of the AMS, Vol.60, No.11, 2013 など))

ともかく、数学だけは理科科目のなかでも特別視されてきた教科である。その事自体は問題にすべきというよりも、おおいに活用すればよい話である。ただし、その特別視のために、「数学ができないと理系には進めない」という根拠のない偏見を生んだことは指摘しておかなければならない。

しかし、ブームというものは、どんなものでも長続きしない。大学院大学構想や国立大学の法人化、あるいは、大学入試制度改革(共通一次から大学入試センター試験へ)がなされるころには、とりたてて、大衆化も理工系ブームを雲散霧消するような形になってしまった。さらに、少子化にともなう大学の学生定員割れの危機感が社会問題化して、公的な入試改革とは別に、推薦入試、AO入試、一芸入試、社会人入試などなど、さまざまな試みがされている。すなわち、大学は極論すれば誰でも入学できるようになった(ただし、現在はまた学生間格差が広がっている)。それこそ「15の春は泣かせない」スローガンではないが、高校までにどのような学習到達度にあるかを問わず、大学に入ってから手当をしましょう、という時代にもなったのである。

数学もまた、その影響下にあり、学生に一人でも多く受験してもらい入学してもらうためには、「数学ができないければ理系には進めない」という神話も終わり、数学を回避しても理工系大学に入学できるような道まで開いている。それは、自ずと大学が就職斡旋所と化せざるをえない道を自ら開いたとも言える。そのような時代に現在があることを意識し、教育数学を考えなければならない。

### 3 教育に関する数学書(1) ——読者対象

前節で述べたように、いまや大学は誰でも入れる。もちろん入学試験制度がある限り、選ばれた人が入学してくるわけだが、なにか特別に、この学問をやりたいから入学してくるというわけではない(もちろん例外もあるが、ほとんどが大学イメージであり、学問より就職先だったりするわけである)。そのことを非難しても始まらない。

別に関心があろうがなかろうが入学できます、と受け入れる大学側のほうがイメージ入試を唱えているのだから、そのこと自体は何も問題がない。

したがって、「高校でこんなことを習った」「高校で履修してきた」などということをも前提に、教育するのは間違いだということである。もし、そういう授業や講義をしたければ、新たな選別方法を考案し、選別したクラス別に教育せざるを得ないだろう。

考えてみれば、大人数で同じ教科書を使って、同じ要領で教育するというのは、きわめて不自然なシステムである。戦前・戦後の大学教育の記憶しかなく、あたかもそれが本来の姿であるかのように誤解しているだけで、何人が定員ということもない。人数についての理想を言えば、講師や学生も含めお互いに声が届く程度の規模がよいに決まっている。江戸時代の「寺子屋教育」くらいが理想で、そこでは、何から何まで教師対全生徒ではなく、生徒は進度に応じて学び、出来る子は出来ない子を教え、わからないときにはときに教師に尋ねるといふ、複々線で講義がなされていたとの話もある。

そうは言っても、理解度に応じた、少人数向けの講義など非現実的だと言われるかもしれない。現実には知らないが、やる気の問題だけではないだろうか。つまり、大学において、何が優先されるべきか。大きな研究費をとってこれら研究や研究者を支援するのも大事なこともかもしれないが、本当に大学に求められているのは教育面ではないかと思う。それこそ未来に向けた最大の投資先である。さまざまなバックグラウンドをもつ学生に対し、さまざま講義方法、教科書が求められている。それは、たしかに少人数教育にならざるを得ない。

しかし、そのようなクラス別の少人数向けの数学書となると、それこそ非現実的だと言われるかもしれない。これもそうではない。今の既存の教科書でも十分対応可能なのである。教えることしか、教えるレベルしか書いていない教科書が適切な教科書ではない。むしろ出来るだけ分厚い教科書を与えて、ここで学ぶことがほんの一部であることを理解させることが大事なのではないだろうか（厚い教科書を指定すると、それだけで学生の授業評価が下がる、という声も聞いたことがあるが）。

しかし、読者対象ということで、あえて言えば、今日の時代にあつて「教育数学」なる言葉をあえて主張するならば、何も大学における数学教育に限る必要はない。

学校という現場を離れて、子ども向けに「数学の心を手ほどき」、社会人向けに「数学再学習の手伝い」、熟年者向けに「数学を通して学習の喜びを与える」などなど、さまざまな教育現場が必要とされているのではないだろうか。

とりわけ、社会人向けが大切に思う。現在、多くの若者が劣悪な環境で低賃金で働くか、結婚もままならない非正規雇用を強いられている。こういう人たちが、日本の

基幹産業で、しかも高度な精密機械の操業（福島原発の廃炉作業などを含む）を支えている。原子核や放射線の基礎知識などもロクに教えられないで、現場作業を強いられているかもしれない。そこで、休憩時間に、ちょっとでも放射能の減衰曲線がどうしてこういうグラフになるのかななどを教えることができれば、作業の雰囲気は違ってくる。福島第一がなんとか現状を保てているのも彼らの真剣な作業のおかげである。「教育数学」がもっと柔軟に考えられてもよいのではないかと思う。

大学など、高等教育機関に属する人は、もっと真剣にそういう機会がないかを探って欲しい。つまり、もっと広い意味で、数学教育を待っている対象、あるいはそういう本を必要としている人々がいるということを確認する必要があると思う。商業出版社のほうも、そのためには、どのような数学書が必要なのかを考えるべきであろう。

#### 4 教育に関する数学書（2）——扱う材料

前節では、今日だからこそ、さまざまな読者対象が考えられることを説明した。当然、扱う材料もそれに応じてさまざまな材料が考えられる。

ただし、どんな学知であっても、1冊ですべてが説明できるわけではない。ましてや、1つの学知は、たとえば数学は、物理や化学と、あるいは哲学や論理学と密接に関わっている。そういう諸学との関係を伝えることも、数学の魅力になる。

しかし、「扱う材料」を考えるうえで、いま一番大切なことと言えば、いかに学ぶ動機付けを与えるかである。先に述べたように、数学者になろうという人は少数で、数学は嫌いだった、不得手だった、好きになりたいけどどうしてよいかわからないという人が多数であるという現実に応えるのが「教育数学」である。

微積分や線形代数は必須だから、と頭ごなしに言って、やる気が出てくるような問題はない。そうではないので、困難がともなう。素数の不思議から入るのもよし、あるいは時事的な問題から微分積分の導入をするのも、さらには詩歌から入ったり、料理や掃除など日常生活から題材を選ぶ、ということもあってよい。どんなことが数学という学知の扉を開くきっかけになるのか、まさに人それぞれである。あるいは、高校の検定教科書『数学活用』なども、大学の文系テキストに参考にされてもよいだろう。

かのノーベル物理学賞受賞のファインマンは名著『ファインマン物理学』のもとになった講義をカリフォルニア工科大学の1、2年生向けにおこなったとき、講義をおこなうにあたって大事にしていたことは何かと問われたインタビュー（1966年、本の刊行の3年後）で、こう答えている。

「いま自分が教えることはすでに公開情報であり、教科書を読めば書いてあることばかりだ。そのなかで自分が講義をやる意味は、そのことを自分がどう感じているか、それでどうしようと思ったか。それを学生にどう伝えるか、ということを一いちばん意識した。」(“Feynman’s Tips on Physics” 2nd., Basic Books より)

たとえば、一例として、講義の始まりのところで、原子模型について説明したときのキャッチフレーズは「なぜ原子はこれほど大きいのか」である。ふつうなら、原子はなぜこれほど小さいのかと書くべきところだが、ファインマンは違った。これはどういうことかと言えば、原子の大きさはほぼ  $10^{-8}\text{m}$  だが、中心に位置する原子核は、半径  $10^{-15}\text{m}$  である。したがって原子を大教室くらいの大きさにたとえて、ようやく目に見えるかどうかの塵くらいに原子核が見えてくる。その真空のなかを電子が動いている不思議を強調したのである。そこから次々と質問、たとえば、動き回る電子はなぜエネルギーを失って原子核に落ちないのか、などが生まれてくる優れた問いかけになっている。

「どうして数学を勉強しなければならないのか、わかりません」という声は、もう少し真摯に受け止める必要があるのではないだろうか。ややもすると、「何のために学ぶか」という問いかけが、学問の無用・有用論につながり、数学の自由性・純粋性を失わせる無意味な声とされることがある。しかし、その素朴な疑問は「数学が社会のなかで役立つか立たないか」を問うているのではなく、本質的にどういう役割を担っているかを納得したいという思いの発露ともいえる。さまざまな材料を使って、「なぜこうなるのか」「なぜこんなことを考えるのか」「数学的に考えればこうなる」と、きちんと疑問の本質とその説明がなされれば、相手は必ず身を乗り出してくるにちがいない。

また、実際の授業の工夫だが、意欲のある学生を孤立させないということも肝心である。ほんとうは積極的に質問したいと思っているのに、まわりの視線を意識し目立ってはいけない、あるいはヘンな質問をして講師に嫌われてもいけないと遠慮する学生が多いのが日本の講義風景である。質問することに前向きになるシステムをつくるだけで風景が一変することもある。大学の授業といっても、そうした工夫はおおいに研究されるべきだろう。

## 5 教育に関する数学書 (3) ——表現方法

最後に、期待されるべき数学書の表現方法について述べる。

長年、数学系の出版に携わってくると、本の造本に関してはほとんどパターンがあることに気づく。これは出版社に依存しない。どこも似たようなものと言ってよい。

典型であるが、日本の数学書は、本の大きさとしてはA5判、組み方としては横組み、1頁の文字数はだいたい1行35字詰め30行前後となっている。いわゆる教科書は、だいたいこのA5判サイズで作ることが多く、教科書サイズといえば、この判型を指すこともある。

本の大きさを表す「A」は紙の判型から来ており、日本では製紙工場から生産される紙にはA判、B判があって、その制約のゆえにほとんどの書籍はA判かB判系列で出来ている。ちなみに、A0判は841 x 1189 mmで、面積1 m<sup>2</sup>である。A5判はその約3%、A0判からは32ページ分取れることになる。書籍によっては上下左右を少し削ったりして、変形版を作成することもある。

横組みは、数式などをどうしても横書きにせざるを得ず、少し長い数式、あるいは展開式を含む原稿は、横組みが前提となる。

1頁の文字数については自由度がある。1行の字詰めに替えて、もっとびっしり文字を詰めてもよいし、詩のように表現することも、あるいは2段組み、3段組み、…にすることも考えられる。何行にするかも自由である。脚注のほうが本文より多い組み方であってもよい。むろん、人間の視覚を無視した組版は不適切ではあるが。

じつは、ここでいちばん強調したいのは、「デザイン」である。おそらく、数学の本に、本格的にデザイナーが関与して作られたことは、一度もないのではないか。2千年、あるいはここ100年を見ても、本のカバーやページのレイアウトくらいは、デザイナーが関わっても、書かれるべき内容とがっぷりよつでデザインされたことはまづなかったと言える。

絵本や児童書などはさまざまな取り組みがあるだろう。昨今では、検定教科書もまたさまざまな工夫がされている。しかし、不思議と専門書や大学教科書はなんとなく伝統や慣習にしたがって作られてきたのである。そんなことを考える必要もなかったと言えるかもしれない。

しかし、これまで述べてきたように、いまでは数学を学ぶ対象は数学者をめざす人だけでなく、ましてや大学にいる人だけでもないし、若年者だけというわけでもない。社会のすみずみまで広がっている。だとすれば、もっと視覚的にも「見せる工夫」をすべきなのではないだろうか。

「デザイン」という意味で、考えられることはいろいろある。

(0) 最初には表現形式である。数学書といえば、定理・証明の連続を思い浮かべる

人も多いだろう。たまに、例題を挟むこともあるが、「具体例」ではなく、あくまで「例」である。

そこで、教える・読む対象によって、自ずと表現形式は異なる。数学科の学生、数学研究者を育てるのであれば、従来の方式はおおいに参考になる。しかし、「数学は中学でおさらば」「社会に出たら方程式は使いません」と言い切るような人を対象にするなら、もっと多様性があってよい。

たとえば、対談、インタビュー、Q & A、絵解き、などなどいろいろな表現形式がある。それぞれに相応しいやり方を使うべきだ。対談、インタビューといっても実際におこなうのではなく、そういう状況を想定しながら、記述するという意味である。

これは本に限らない。たとえば、出張講演などでも、一方的に話をするのは苦手な人もいれば、苦手ではないが本人の関心のみで一方的に終わるということもある。この講演者なら、ぜひこんな話が出るかと思いきやそうでないこともままある。そんなときに、あらかじめ打ち合わせしておいて、聞き手が絶妙な質問をすることで、まったく違った印象の講演になったり、おおいに盛り上がったことがある。

ところで、Q & A で注意することは、超簡単な質問をばかにしてはいけないということである。素人が疑問に思いそうなことはたいてい不可解なことが多い。それに正面切って答えられないで、本論に入るのは適当ではない。「わからない、答えられない」という答えもまた重要なのである。

- (1) 次には、上のことに比べれば瑣末だが、文字フォントのことである。文字フォント自体は、印刷用に多様なフォントが用意されている。気づかないかもしれないが、数字だけでも、章、節でフォントを替え、図表番号やページ数もまた違った数字フォントを使うことが多い。

しかしながら、本文を組版する活字はほとんど「明朝体」フォントを使用することがほとんどの本でも一致している。「明朝」とひと口に言っても、印刷所ごとに、またフォントを作っている会社ごとに「〇〇明朝」といって若干スタイルは違うが中国漢字起源の母型は維持されている。

はたして、この「明朝体」は今の時代にふさわしいものだろうか。中身によっては、別のフォントのほうが読みやすいということはないだろうか。ちなみに絵本では、「明朝体」がつかわれることは少ないがこれもまた伝統である。1行の文字数と同様、「明朝体」は、人間の視野には比較的に入りやすく判読しやすいということが言われてきているが絶対ではないだろう。



本文のなかで重要語を強調するために「ゴシック体」が使われることがあるが、さらに、見やすさを前提に、別の試みがされてもよいのではないか。

- (2) もっと言えば、「手書き」こそ、感性に訴え、視覚的にも読みやすく、理解しやすいということはないだろうか。わたしたちは今、ワープロが便利になり、執筆というワープロ使用を前提にしているが、いつのまにかワープロ機能の制約があたりまえのようになり、もっとうまい表現方法があるにもかかわらず、無理な表現にとどめてしまっていないだろうか。

TeX はたしかに便利なソフトである。しかし、それに頼りすぎることで、パターン化していないだろうか。もともと日本語は「ベタ組み」といって、文字と文字の間を空けず、区切りの句読点のみしか空きがない。欧米の言語のように、語ごとに分ち書きをして、語と語の間で適当に空きを調整する言語の場合には、TeX の組版は美しいが、日本語では、数式混じりの文章になると必ずしも美しくはない。

「手書き」は商業出版になじみにくいと言われる（例外的には、手書き風の商業出版物として『フリーエの冒険』（ヒッポファミリークラブ）がある）。しかし、「教育数学」を議論するうえで、商業出版云々は前提にならない。本来の目的を実現するためには、少人数向けの手書きのテキストで何の問題もないのである。

- (3) さらに、文字と図版はもっと研究されなければならない。漫画的なものも頭から拒否するべきではないだろう。「萌えキャラクター」と呼ばれるイラストが出てくるだけで、購買意欲が高まるという意見もある。このことも憂うべきことと言うだけでなく、なぜそれだけで関心が持たれるのかを正当に受け止め、何が必要とされているのかを追究すべきだろう。認知科学的には、数学書のデザインはまさに重要な研究対象だといえる。

## 6 おわりに

教育全体について言えば、老若男女を問わず、いつでも「学ぶ」ということに意欲的で、しかも生涯を通して持続する、そんな社会が望ましい。銃撃の災難にあったパキスタンのマララさんの言葉ではないが、教育を受けることだけで人生は変わるのである。

そのなかで、やはり学んだ喜び、達成感を容易に得られるのは数学ではないかと思う。初等レベルかもしれないが、数学は発見と論証に裏付けられているからこそ、世

界中のだれでも理解でき、「わかった」という喜びと、次の問題に挑戦したいという向上心が生まれる。だからこそ、老いも若きも数学ファンが多いというのもうなづける。そうした人たちが数学を学ぶことで、数学への関心をさらに強め、学校だけでなく実際の生活のなかでも、数学的思考を実践していく。そうしたことに広く寄与することこそが「教育数学」なのではないかと思う。

そのための数学書が「教育に関する数学書」であり、狭い意味での数学教科書、数学読み物だけが教育数学に関する書ではない。だからこそ、教育に関する数学書は、材料、表現形式も含めて、まさに無限の可能性があると見えるのである。