（ 続紙 1 ）

京都大学	博士（　情報　学）	氏名	川越 大輔
論文題目	Regularity of solutions to the stationary transport equation with the incoming boundary data（入射境界条件下での輸送方程式の解の正則性について）		

（論文内容の要旨）

本学位論文は物質中の粒子の拡散を伴う伝播を記述する数理モデルの1 つである定常輸送方程式（Stationary Transport Equation, STE）の境界値問題について、解の正則性を論じると共に、解の不連続量を観測値とする設定での方程式の未知減衰係数決定逆問題を論じている。

輸送方程式（Radiative Transport Equation, RTE）は、物質中の中性子や光子等の粒子が拡散を伴いつつ伝播する現象を記述する方程式として知られている。本論文では RTE を、近赤外光を利用した次世代の医用断層撮影技術である拡散光トモグラフィ(Diffused Optical Tomography, DOT）の基礎方程式として位置づけし、特に定常観測に対応する STE の係数決定逆問題を視野にいれてこの方程式の解の正則性を論じると共に、 X-ray 変換を利用した方程式の未知減衰係数決定逆問題に対する数学解析上の一つの解法を与えている。

医用 DOT を視野に入れた場合、生体内組織の物性値の不連続性を許容して方程式の係数の有界性のみを仮定する問題設定が望まれる。本論文では、境界条件の入射波の持つ不連続性の伝播、境界値から派生する解とその導函数の不連続性の評価を数学解析の手法により論じている。具体的には STE に含まれる微分を方向微分として扱うことにより偏微分方程式の問題を特性曲線に沿う積分方程式に転換し、2 次元と3 次元の場合について、領域に凸性の仮定を課した上で境界条件から派生する特異性、特に導函数の第一種不連続量の伝播とその指数的減衰の評価を与えている。さらにこの特異性の減衰を観測データとすることで方程式に含まれる未知の減衰係数が同定されることを論じ、X-ray 変換を利用した逆問題の解公式を与えている。

次に、Galerkin 法による数値解析理論の展開を視野に入れ、Sobolev 空間の枠内での STE の解の正則性評価を論じている。具体的には、2 次元の場合について、狭義凸領域において入射波を与える境界値問題を考え、適当な条件下において $1 \leq p < p_m$ を満たす p に対して、この境界値問題の解が Sobolev 空間 $W^{1,p}$ において存在することを証明した。 この定数 p_m は境界の形状から定まるものであり、 特に $p_m > 2$ である。この結果は STE の解が Sobolev 空間 H^1 に属するための十分条件を与えたことになり、先行する数値解析理論においては仮定されていた解の正則性に対する一つの肯定的な回答になっている。

（続紙 2 ）

（論文審査の結果の要旨）

本学位論文は物質中粒子の拡散を伴う伝播を記述する数理モデルの1つである定常輸送方程式（Stationary Transport Equation, STE）の境界値問題について、順問題としての解の正則性ならびに方程式の未知減衰係数決定する逆問題を論じ、新たな知見を与えている。

輸送方程式（Radiative Transport Equation, RTE）は、物質中の中性子や光子等の粒子が拡散を伴いつつ伝播する現象を記述する方程式として知られているが、本論文では近赤外光を利用した次世代の医用断層撮影技術である拡散光トモグラフィ(Diffused Optical Tomography, DOT)の基礎方程式として RTE を位置づけ、特に定常観測を想定した STE の場合について数学解析の議論を展開し、応用指向の観点からの数学解析の議論を展開している点が特徴的である。RTE は中性子の伝播を記述する方程式として1960年代以降には様々な視点から盛んに研究され、例えば、1976年に鵜飼正二は半群の理論を用いて RTE の精密な解析を行い、弱解の適切性等に関して顕著な結果を示している。しかしながら入射境界条件が不連続性を持つ場合の STE の境界値問題に対する解の正則性についての精密な議論は、現在に至っても十分になされているとは言い難い。特に DOT の基礎方程式と STE を位置づけた場合、生体組織の不連続性に対応する物性値の不連続性を考慮することが必要となるが、実用的な利用に寄与できる精密な評価は未解決といえる。同様の問題意識は海洋探査から派生する STE の逆問題解析において、解の偏導函数が非有界になりうるという示唆を D. S. Anikonov が与えるものの、その精密な評価を与えるには至っていない。また V. Agoshkov は1998年に、 STE の解が適当な Besov 空間に属することを論じているものの、この Besov 空間の指数では解の偏導函数を精密に評価しているとは考えられない。本研究では、STE を DOT の基礎方程式という視点を堅持することで問題意識を明確にし、その上で解のいわゆる第１種不連続性とその減衰評価を精密に論じる重要性を示し、数学解析によって精密な解の評価を与えたことが学術的に評価される。加えて、先行研究では方向微分可能性を中心に議論がなされるに留まっていたが、本研究においては空間変数に関するいわゆる偏微分可能性について精密に論じている点に新規性が見られる。

論文には新な二つの知見が含まれており、その第一は入射境界条件の不連続性に起因する境界値問題の解の不連続性の伝播である。2次元または3次元空間の有界凸領域において、適当な条件下では解の不連続点は境界値の不連続点を起点とする特性直線上にのみ現れることを示した。さらに境界値の第一種不連続性にかかる不連続点における跳び量（jump）は、特性直線の伝播に従って指数函数的に減衰することも証明されている。さらにこの指数函数的減衰を観測データとすることにより、STE の未知減衰係数にかかる逆問題解析として解の公式を示した。なお、同種の逆問題解析は1993年の D. S. Anikonov et al. 等にも見られるが、申請者の問題設定は先行研究と比

較しても現実に観測可能な観測データに基づくものと考えられ、成果の DOT 実現への寄与も期待される。解の正則性にかかる議論は K. Aoki, C. Bardos, C. Dogbe, F. Golse による2001年の結果の発展と考えられる。先行研究では STE の境界値問題の解の不連続性の伝播を2次元の上半平面で解析しているが、申請者 I Kun Chen との共同研究により、先行研究の結果を一般次元の帯状領域に拡張している。

第二の成果は、Sobolev空間 $W^{1,p}$ における境界値問題の解の評価である。ここでは2次元狭義凸領域に限定して境界値問題を考え、適当な条件下において $1 \leqq p < p_m$ を満たす p について、この境界値問題の解が Sobolev空間 $W^{1,p}$ において存在することを証明した。 なお、p_m は境界の形状から定まる定数であり、$p_m > 2$ である。この結果は、Boltzmann 方程式の解の偏導関数に対する評価手法を STE に適用することで得られたもので、I Kun Chen ならびに Chun Hsiung Hsia との共同研究に基づいている。なお、この成果は STE の解が H^1 に属するための十分条件を与えたことになり、先行する数値解析理論の仮定に対する一つの十分条件を与えたものになっている。申請者の明確な問題意識から得られた成果であり、問題設定に対して申請者の高い学識が窺える。

論文調査委員会は平成３０年２月１６日に公聴会を行い、論文審査と共に申請者の専攻学術に関する質疑応答を行い学識に関する試問も行った。その結果、申請者の論文は情報学研究科の定める博士(情報学)の基準を満たすことを確認し、また申請者の学識も京都大学博士に相応しいものであることを認める。以上のことから申請者は京都大学博士(情報学)に相応しいものと判断される。なお、論文内容の一部に学術誌に採録予定の共同研究の成果が含まれることから、インターネットでの全文公開は暫時見合わせの後行われることを認める。

注)論文審査の結果の要旨の結句には、学位論文の審査についての認定を明記すること。
更に、試問の結果の要旨（例えば「平成　年　月　日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。」）を付け加えること。

Webでの即日公開を希望しない場合は、以下に公開可能とする日付を記入すること。
要旨公開可能日：　2018　年　4　月　19　日以降