経済論叢（京都大学）第 189 巻第 1 号，2015 年 4 月

〈戦 後 編〉

消費者活動と企業者活動（上）

――ヒックス「価値と資本」に因む一研究――

（第 61 巻第 2 号，1947 年，83-115 頁）

森　嶋　通　夫*

【解　題】近代経済学黎明期，京都大学が生んだ世界に誇る巨人として，高田保馬，柴田敬，森嶋通夫の 3 名をあげることが出来る。そのうち，本論文は，故・森嶋通夫ロンドン大学教授の最初期の貴重な数理経済学研究である。森嶋は戦後間もなく京都大学から大阪大学に転出したので，経済論叢掲載論文は少ないが，本論文こそは森嶋の処女作「動学的経済理論」（1950 年）へとつながる森嶋個人の，京大経済学部の，日本の経済学界の青春時代の記念碑的な論文である。惜しむらくは，森嶋論文を発展させた処女作『動学的経済理論』（弘文堂　1950 年）を英文翻訳した『Dynamic Economic Theory』（Cambridge UP）が出版されたのは 1996 年のことであり，森嶋の最後の専門書となったことである。もしも同著がリアルタイムで英文でも出版されていたならば，ヒックス，サミュエルソンに継ぐ，国際的な大数理経済学者としての地位を不動のものとし，日本初のノーベル経済学賞受賞につながっていたのではないか。

目　次

†　もりしま　みちお (1923-2004)。1950 年教養部助教授。数理経済学。1951 年退職。

序

本稿は四つの部分から成立つ。第一部，第三部はそれぞれヒックスの消費者理論（J. R. Hicks, Value and Capital. an inquiry into some fundamental principles of economic theory, Oxford 1939. pp. 227–44　尚以下本稿に於いて本書からの引用に当たっては一々書名を記す煩を避け，頁数のみ引用することとする。）企業者理論（pp. 191–226 及び pp. 3–5 以下）である。ヒックスの理論に於ける貨幣及び証券需要の分析は必ずしも最後的とは看做し難いが，私は此の点について第二部，第四部に於いて独自の立場から若干積極的展開を試みた。方法に於いては私見も亦根本に於いてヒックスのそれに従う。即ち「週」「予想」「一時的均衡」を基軸とした所謂「微分学的構成」を足場とする事に於いて変わりはない。ヒックスと私との差異の主なるものは次の如くである。先ず消費者理論に関して，ヒックスは収支均等の条件を一個の over time の収支均等方程式によって与える。それに対して私は毎週毎週収支は均等すると考えた。次に消費者活動の基準たるべき選択指数は商品の数量のみならず，手持現金及び証券の量にも依存するとなし，之によって貨幣及び証券の需要関数を導出した。然し私見の重点は此の点よりも寧ろ，それに続くルーイス分解にある。私は之によって貨幣及び証券需要の変動が商品需要に与える影響及びその逆，換言すれば実物経済に於ける需給の変動様式は貨幣或いは証券の介在によって如何なる変容を被るかを分析した。即ち，貨幣は被覆ならずと言うのがその結論である。此の事と関連して所謂“同次性の公準”（homogeneity postulate）への肉薄を示したつもりでいる。次に企業者理論に就いては第一に流動性関数を導入した事，第二に企業の収支均等方程式に陽表的な役割を演じさせた事，第三に企業者活動の基準たる利潤概念を変えた事，之等が私見の主な特徴である。貨幣及び証券の手持は企業者の活動に流動性を付与する。従ってこれらの関数として流動性が規定される。而してある高さの流動性を保持しつつ，利潤の極大を追及する事を以って近代的な企業者活動であると把握した。勿論此の構想は消費者に就いても採用され得る。消費者はある高さの流動性を保ちつつ，商品より得られる効用の極大を追及すると考えても差し支えない。然る時第二部とは異なった理論が展開されるであろう。然し其の点には立ち入らなかった。

ここで以下本稿で使用する記号を一括して説明を加えて置くのが便宜と思う。商品 X_i は i が $(2, 3, \cdots\cdots, l)$，$(l+1, l+2, \cdots\cdots, m)$，$(m+1,\ m+2, \cdots\cdots, n)$ なるに従ってそれぞれ消費財原本生産財資本財であるとする。さて消費者の消費計画は現行並び予想の（消費財・原本生産財の）価格及び利子率に依存し，企業者の生産計画は現行並びに予想の（消費財・原本生産財・資本財の）価格及び利子率に依存する。今週の価格 p_{i0} は市場に於いて与えられるから個々の経済主体とは独立な量であるが予想価格 $P_{i\iota}$ は各経済主体によって異なる値をとり得る。この事は利子率についても同様である。さて短期及び長期の利子率の間には，

$$(1+I_1)(1+I_2)\cdots\cdots(1+I_\iota)=(1+J_\iota)^\iota$$

なる関係が存在する（p. 145）から，$\alpha_\iota=\beta_\iota^\iota$ である。今予想価格 $P_{i\iota}$ の割引現価を $p_{i\iota}$ とすると

$$p_{i\iota}=\alpha_\iota P_{i\iota}=\beta_\iota^\iota P_{i\iota}$$

である。経済主体の行動のパラメーターとして，予想価格の代わりに此の割引予想価格を用いてもよい。又各財の需要（計画）量 $x_{i\iota}$ $(i=0, 1, \cdots\cdots, m\ ;\ \iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ は勿論各主体に関する数量である。之等主体に関する数量には全て主体を表示する添字を附すべきであろうが，以下別段差しさわりがないから添字は附さない事とする。$x_{i\iota}$ の正負は消費者にとってはそれぞれ需要量供給量を表し，企業者にとってはそれぞれ産出量投入量を表す。（周知

		貨幣	証券	商品			
		X_0	X_1	X_2	X_3	……	X_n
価格	第 0 週（今週）			p_{20}	p_{30}	……	p_{n0}
	第 1 週			P_{21}	P_{31}	……	P_{n1}
	⋮			⋮	⋮	……	⋮
	⋮			⋮	⋮	……	⋮
	第 ν 週			$P_{2\nu}$	$P_{3\nu}$	……	$P_{n\nu}$
数量	第 0 週	x_{00}	x_{10}	x_{20}	x_{30}	……	x_{n0}
	第 1 週	x_{01}	x_{11}	x_{21}	x_{31}	……	x_{n1}
	⋮			⋮	⋮	……	⋮
	⋮			⋮	⋮	……	⋮
	第 ν 週	$x_{0\nu}$	$x_{1\nu}$	$x_{2\nu}$	$x_{3\nu}$	……	$x_{n\nu}$
利子率	短期	I_ι=第 $\iota-1$ 週の（予想）利子率					
	長期	J_ι= 今週貸付けて第 ι 週に弁済される貸付に対する週辺りの利子率					
割引率	短期	$\alpha_\iota=\frac{1}{(1+I_1)(1+I_2)\cdots(1+I_\iota)}$					
	長期	$\beta_\iota=\frac{1}{(1+J_\iota)}$；$\beta_\iota^\iota=\frac{1}{(1+J_\iota)^\iota}$					

のようにこうして需要と供給，産出と投入を同一範疇のものとして取り扱うとするのがヒックスの狙いの一つであった。）

第 1 部　ヒックスの消費者理論

1　需要の決定

さてヒックスは消費者活動の動学的分析を静学的なそれとパラレルに展開する為に “収入の消費支出超過額は全て証券購入に充てられ，現金の形態では少しも保蔵されない（p. 229）” 事を前提し，収支均等の条件を

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{i\iota}x_{i\iota}=-\alpha_\nu C_\nu=-\beta_\nu^\nu C_\nu \tag{1}$$

によって与える。ここに C_ν とは，問題とする消費者が第 ν 週に於いて所有する資本総計である。（而してその大きさは一定とする）次に選択関数を

$$u\equiv u\,(x_{20},x_{30},\cdots\cdots,x_{m0},x_{21},x_{31},\cdots\cdots,x_{m\nu}) \tag{2}$$

にて与え，消費計画は (1) を付帯条件として，(2) を極大ならしむる如く編成せられると考える。（此の際注目すべきは選択指数が手持証券及び現金の量より独立であると見られていることである。）[1] 従って主体的均衡条件は補助関数

$$u^*\equiv u+\lambda\left(-a_\nu C_\nu-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{i\iota}x_{i\iota}\right) \tag{3}$$

極大の必要条件，即ち，

$$u_{i\iota}=\lambda p_{i\iota}\quad\left(\text{但し}\ u_{i\iota}=\frac{\partial u}{\partial x_{i\iota}}：i=2,3,\cdots\cdots,\ m：\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu\right) \tag{4}$$

であり，主体的安定条件は u^* 極大の十分条件即ち，

$$U=\begin{vmatrix} 0 & p_{20} & p_{30} & \cdots & \cdots & p_{m\nu} \\ p_{20} & u_{20\,20} & u_{30\,20} & \cdots & \cdots & u_{m\nu 20} \\ p_{30} & u_{20\,30} & u_{30\,30} & \cdots & \cdots & u_{m\nu 30} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{m\nu} & u_{20m\nu} & u_{30m\nu} & \cdots & \cdots & u_{m\nu m\nu} \end{vmatrix}$$

$$\left(\text{但し}\ u_{i\iota j\tau}=\frac{\partial^2 u}{\partial x_{i\iota}\partial x_{j\tau}}\right)$$

の三次以上の首座小行列式が交互に正負なる事である[2]。さて連立方程式 (1)(4) は

1）青山秀夫教授　商品群に対する需要（経済論叢第五五巻第五号）五六頁脚注

$$x_{i\iota}=x_{i\iota}(p_{20},p_{30},\cdots\cdots,p_{m\nu},C_\nu)$$
$$\lambda=\lambda(p_{20},p_{30},\cdots\cdots,p_{m\nu},C_\nu)$$

を与える。ここに未定係数 λ は $-a_\nu C_\nu$ の限界選択度である。

2 スルツキー分解

（現行及び予想）利子率を不変として，価格（予想価格を含む）及び資本総計の変動の需要量に与える効果を考察しよう[3]。(1)(4) よりそれぞれ

$$\begin{cases}\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{i\iota}dx_{i\iota}\\ =-(\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}x_{i\iota}dp_{i\iota}+a_\nu dC_\nu)\\ -p_{j\tau}d\lambda+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}u_{j\tau i\iota}dx_{i\iota}\\ =\lambda dp_{j\tau}\quad(j=2,3,\cdots\cdots,m\,;\,\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu)\end{cases}\tag{5}$$

を得る。（但し $dp_{i\iota}\equiv\alpha_\iota dP_{i\iota}\equiv\beta_i^\iota dP_{i\iota}$ とする。）従って (5) より

$$dx_{j\tau}=-\left(\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}x_{i\iota}dp_{i\iota}+a_\nu dC_\nu\right)X_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}X_{i\iota j\tau}dp_{i\iota}\tag{6}$$

を得る。但し

$$X_{j\tau}\equiv\frac{U_{j\tau}}{U}\,;\,X_{i\iota j\tau}\equiv\frac{\lambda U_{i\iota j\tau}}{U}$$

であり $U_{j\tau}$ は U に於ける $p_{j\tau}$ の余因数，$U_{i\iota j\tau}$ は $u_{i\iota j\tau}$ の余因数を表す。(6) より次の結果を得る。

(I) 資本効果

C_ν のみが変動した場合の $x_{j\tau}$ の変動量を $\langle dx_{j\tau}\rangle$ で表し之を $x_{j\tau}$ に対する資本効果と呼ぶ。

$$\langle dx_{j\tau}\rangle=-\alpha_\nu X_{j\tau}dC_\nu=-\beta_\nu^\nu X_{j\tau}dC_\nu\tag{7}$$

(II) 補整効果[4]

（現行乃至は予想）価格変動と同時に資本総計が変動して，その結果消費者が変動前と同一消費計画の編成をなし得る場合，かかる変動を価格の補整的変動（variazione compensata del prezzo）と呼ぶ。即ち

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}(p_{i\iota}+\delta p_{i\iota})x_{i\iota}=-\alpha_\nu C_\nu-\alpha_\nu\delta C_\nu$$

従って之より

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}x_{i\iota}\delta p_{i\iota}=-\alpha_\nu\delta C_\nu\tag{8}$$

さて価格の補整的変化に伴う需要の変動量（補整効果）を $[dx_{j\tau}]$ とすれば (6)(8) より，

$$[dx_{j\tau}]=\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}X_{i\iota j\tau}\delta p_{i\iota}\tag{9}$$

(III) 価格効果

（現行乃至は予想）価格のみが変動した場合の $x_{j\tau}$ 変動量を $(dx_{j\tau})$ にて表し之を $x_{j\tau}$ に対する価格効果と呼ぶ。

(6) より

$$(dx_{j\tau})=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}x_{i\iota}dp_{i\iota}X_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}X_{i\iota j\tau}dp_{i\iota}\tag{10}$$

を得る。今価格変動 $dp_{i\iota}\,(i=2,3,\cdots\cdots,m\,;\,\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ に対して

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}x_{i\iota}dp_{i\iota}=-\alpha_\nu\delta' C_\nu\tag{8'}$$

なる如き架空の資本総計変動 $\delta' C_\nu$ を想定すれば (10) の第二項は価格の補整的変動 $(dp_{i\iota},\delta' C_\nu)$ に伴う需要変動量に一致する。次に $\delta' C_\nu$ の逆変動 $-\delta' C_\nu$ を想定すればそれに基づく資本効果は

$$\langle dx_{j\tau}\rangle=-\alpha_\nu X_{j\tau}(-\delta' C_\nu)$$

(8′) を考慮して

$$=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}x_{i\iota}dp_{i\iota}X_{j\tau}$$

である。これは (10) の第一項に一致する。斯くの如くある架空の資本総計変動及びその逆変

2）之は $u_{i\iota j\tau}=u_{j\tau i\iota}$ を前提とする。一般の場合の安定条件に就いては N. Georgescu-Roegen ; The pure theory of consumer's behavior（Quarterly Journal of Economics, August 1936）pp. 553-6 及び pp. 588-93 参照。

3）Gerhard Tintner : The Theoretical Derivation of Dynamic Demand curves（Econometrica Vol. 6. No. 4 1938）pp. 377-8

4）補整効果はヒックスに於いては代用効果，スルツキーに於いては需要の残余的変化（Variazioni residue della domanda）と呼ばれる。Cf Eugenio Slutsky ; Sulla teoria del bilancio del consumatore（Giomale degli Economisti, 1915）p. 14

動を想定することにより，価格のみの変動を資本総計の変動と価格の補整的変動とに分解して理解し，之に基づいて価格効果を資本効果と補整効果の合成として把握する。我々は価格変動のかかる分解をスルツキー分解と呼び，それに応ずる効果の分解をも同様に呼称する。スルツキー分解を表示する方程式をスルツキー方程式と言い，その第一項を資本項第二項を補正項と名付ける。図式化すれば $(dx_{j\tau})=\langle dx_{j\tau}\rangle+[dx_{j\tau}]$ である[5)]。

3　予想の弾力性

動学理論に於ける“予想の方法”は予想の弾力性を基軸として展開せられる。事を簡単にする為に次の二つを前提しよう。(p. 205)

(i)　或る財の現在価格の変動はその財の予想価格にのみ影響し，他種の財の予想価格には影響しない。

(ii)　現在価格の変動は各週の予想価格に対して同一割合の影響を及ぼす[6)]。

したがって予想弾力性（即ち，予想価格変動率と現在価格変動率の比）は

$$\eta_i=\frac{p_{i0}}{p_{i\iota}}\frac{dp_{i\iota}}{dp_{i0}}\quad(\iota=1,2,\cdots\cdots,\nu)$$

となる。(此の際利子率は全て不変であるから予想価格の予想弾力性は割引現価のそれと相等しい。) さて $\dfrac{dp_{i0}}{p_{i0}}=\theta_i$ とすれば (10) より

$$dx_{j\tau}=\sum_{i=2}^{m}(-x_{i0}X_{j\tau}+X_{i0j\tau})\theta_i p_{i0}+\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}(-x_{i\iota}X_{j\tau}+X_{i\iota j\tau})\theta_i\eta_i p_{i\iota}\qquad(11)$$

を得る。(11) の右辺第一項は現在価格の ceteris paribus 的変化（即ち，予想価格を不変と見做した場合）の需要量に与える効果（直接的効果）であり第二項は現在価格の変動に基づく，予想価格の変動が需要量に与える効果（間接的効果）である。

4　代用の四則

周知の如く安定条件より $X_{i\iota j\tau}$ に関して次の四則が成立する。

（i）$X_{i\iota j\tau}=X_{j\tau i\iota}$　（ii）$X_{i\iota i\iota}<0$　（iii）$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{i\iota}X_{i\iota j\tau}=0$

（iv）$\sum_{\tau=0}^{\upsilon}\sum_{j=2}^{k}\sum_{\iota=0}^{\upsilon}\sum_{i=2}^{k}p_{j\tau}p_{i\iota}X_{i\iota j\tau}<0$ $\left(\text{但し}\ \begin{matrix}k\leq m\\ \upsilon<\nu\end{matrix}\ \text{or}\ \begin{matrix}k<m\\ \upsilon\leq\nu\end{matrix}\right)$

さて $x_{i\iota}, X_{j\tau}, X_{i\iota j\tau}$ は変動前の（現行並びに予想の）価格・利子率システム，資本総計及び選択関数の形によって定まら，予想の弾力性の大きさが与えられるならば，系列 $\{dx_{j\tau}\}$ $(\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ は確定する。即ち，需要変動の時間形態が書かれる。此の時間形態を $X_{i\iota j\tau}$ の正負（intratemporal 乃至は intertemporal な代用，補完）と η_i との関係に於いて（上記代用の四則を活用しつつ）考究する事は興味深いが，ここでは割愛する。

5）ヒックスの“スルツキー分解”の理解はここに述べたものと異なる即ちヒックスに依れば価格の補整的変化は“選択関数の値に変動を生ぜしめない様な資本の同時的変化を伴った価格変動である。補整変化を此の様に考えても，スルツキー分解は成立する。園正造教授“価格変動に伴う分離可能財の需給変動”（国民経済雑誌第七四巻，第三号）二一頁―二三頁参照。但し数学付録に於けるヒックスは補整的変化をスルツキー流に理解している。(p. 309)

6）前提(i)を撤去した場合，即ち予想価格があらゆる財の現在価格の関数なる時，予想の弾力性（total elasticity of expectation）は

$$\frac{dP_{i\iota}}{dp_{i0}}\frac{p_{i0}}{P_{i\iota}}=\sum_{j=2}^{m}\frac{\partial P_{i\iota}}{\partial p_{j0}}\frac{p_{j0}}{P_{i\iota}}\cdot\frac{dp_{j0}}{dp_{i0}}\frac{p_{i0}}{p_{j0}}$$

によって与えられる。右辺第一項は partial elasticity of expectation であり（ヒックスは之等のうち $i=j$ なるもののみを問題にしたと見做され得る。）第二項は elasticity of reaction of the current price である。O. Lange ; Price flexibility and employment (1944) pp. 20-21 footnote 参照。安井教授は又異なる予想弾力性の定義を与えられている。（企業の動学理論，日本経済学会年報第二集一八一-六頁）

5 （予想）利子率の変動と商品の需要

短期，長期の利子率及び割引率との間の関係を考慮して

$$\begin{cases} \sum_{\upsilon=1}^{\nu} \dfrac{\partial p_{i\iota}}{\partial I_\upsilon} dI_\upsilon = -\sum_{\upsilon=1}^{\iota} \dfrac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)} p_{i\iota} \\ \sum_{\upsilon=1}^{\nu} \dfrac{\partial p_{i\iota}}{\partial J_\upsilon} dJ_\upsilon = -\iota\beta_\iota p_{i\iota} dJ_\iota \end{cases} \quad (\iota=1, \cdots\cdots, \nu) \tag{12}$$

$$\begin{cases} \sum_{\upsilon=1}^{\nu} \dfrac{\partial(-\alpha_\nu C_\nu)}{\partial I_\upsilon} dI_\upsilon = \sum_{\upsilon=1}^{\nu} \dfrac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)} \alpha_\nu C_\nu \\ \sum_{\upsilon=1}^{\nu} \dfrac{\partial(-\beta_\nu^\nu C_\nu)}{\partial J_\upsilon} dJ_\upsilon = -\nu\beta_\nu^{\nu+1} C_\nu dJ_\iota \end{cases} \tag{13}$$

を得る。(12) と (1)(4) より

$$\begin{cases} \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} p_{i\iota} dx_{i\iota} = \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\sum_{\upsilon=1}^{\iota} \dfrac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)} p_{i\iota} x_{i\iota} \\ +\sum_{\upsilon=1}^{\nu} \dfrac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)} \alpha_\nu C_\nu - p_{j\tau} d\lambda + \sum_{\iota=0}^{\upsilon}\sum_{i=2}^{m} u_{j\tau i\iota} dx_{i\iota} \\ = -\lambda \sum_{\upsilon=1}^{\tau} \dfrac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)} p_{j\tau} \end{cases} \tag{14}$$

(13) と (1)(4) より

$$\begin{cases} \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} p_{i\iota} dx_{i\iota} = \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \iota\beta_\iota p_{i\iota} x_{i\iota} dJ_\iota \\ +\nu\beta_\nu^{\nu+1} C_\nu dJ_\nu \\ -p_{j\tau} d\lambda + \sum_{\iota=0}^{\upsilon}\sum_{i=2}^{m} u_{j\tau i\iota} dx_{i\iota} \\ = -\lambda\tau\beta_\tau p_{j\tau} dJ_\tau \quad (j=2, 3, \cdots\cdots, m\ ;\ \tau=0, 1, \cdots\cdots, \nu) \end{cases} \tag{15}$$

(14)(15) よりそれぞれ

$$dx_{j\tau} = \left\{ \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \left(\sum_{\upsilon=1}^{\iota} \frac{dI_\upsilon}{(1+I_\upsilon)} p_{i\iota} x_{i\iota} \right) + \sum_{\upsilon=1}^{\nu} \frac{dI_\upsilon}{1+I_\upsilon} \alpha_\nu C_\nu \right\} X_{j\tau} - \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \left(\sum_{\upsilon=1}^{\iota} \frac{dI_\upsilon}{1+I_\upsilon} p_{i\iota} \right) X_{i\iota j\tau} \tag{16}$$

$$dx_{j\tau} = \left\{ \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \iota\beta_\iota p_{i\iota} x_{i\iota} dJ_\iota + \nu\beta_\nu^{\nu+1} C_\nu dJ_\nu \right\} X_{j\tau} - \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \iota\beta_\iota p_{i\iota} X_{i\iota j\tau} dJ_\iota \tag{17}$$

(16)(17) はそれぞれ短期利子率変動，長期利子率変動に関する一財の需要変動を表すもっとも一般的な方程式である。とくに $\dfrac{dI_\iota}{1+I_\iota}=\theta$: $\dfrac{dJ_\iota}{1+J_\iota}=\theta'$　$(\iota=1, 2, \cdots\cdots, \nu)$ を仮定すれば (16)(17) はそれぞれ

$$dx_{j\tau} = \theta \left\{ \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \iota p_{i\iota} x_{i\iota} + \nu\alpha_\nu C_\nu \right\} X_{j\tau} - \theta \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \iota p_{i\iota} X_{i\iota j\tau} \tag{16′}$$

$$dx_{j\tau} = \theta' \left\{ \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \iota p_{i\iota} x_{i\iota} + \nu\beta_\nu^\nu C_\nu \right\} X_{j\tau} - \theta' \sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} \iota p_{i\iota} X_{i\iota j\tau} \tag{17′}$$

となる。今

$$\sum_{i=2}^{m} p_{i\iota} x_{i\iota} \equiv G_\iota \quad (\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu-1)$$

$$\sum_{i=2}^{m} p_{i\nu} x_{i\nu} + \alpha_\nu C_\nu = \sum_{i=2}^{m} p_{i\nu} x_{i\nu} + \beta_\nu^\nu C_\nu \equiv G_\nu$$

とおき代用の第三法則 $\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} p_{i\iota} X_{i\iota j\tau}=0$ を利用すれば (16′)(17′) は共に次の如く表される。

$$dx_{j\tau} = \theta \left\{ \sum_{\iota=1}^{\nu} \iota G_\iota X_{j\tau} + \sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m} (\tau-\iota) p_{i\iota} X_{i\iota j\tau} \right\} \tag{18}$$

さて G_ι は第 ι 週に於ける割引せられた支出と収入の差である。今数列 $\{G_\iota\}$ $(\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ が単調であることを仮定すれば (1) より $\sum_{\iota=0}^{\nu} G_\iota=0$ であるから $\sum_{\iota=1}^{\nu} \iota G_\iota$ の正負でもって $\{G_\iota\}$ が crescendo であるが diminuendo であるかが判別される。逆に $\{G_\iota\}$ の逓昇逓降に従って $\sum_{\iota=1}^{\nu} \iota G_\iota$ が正・負となる。$\{G_\iota\}$ 逓昇なる場合 “planning to be a lender” タイプと言い逓降なる場合を “planning to be a borrower” タイプと言うならば資本項の経済的意味は明らかとなる[7]。

補整項に関しては $\tau=\iota$ なる項は（従って $X_{j\tau j\tau}$ もまた）消滅する。従って残余の $X_{i\iota j\tau}$ がいずれも正なることを仮定すれば，$\theta>0$ なるとき $[dx_{j0}]<0$; $[dx_{j\nu}]>0$ であり，$\theta<0$ なるとき $[dx_{j0}]>0$; $[dx_{j\nu}]<0$ である。それ故，今数列 $\{[dx_{j\tau}]\}$ $(\tau=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ の単調を仮定すれば，それは $\theta>0$ なるとき単調増大，$\theta<0$ なるとき単調減少である。（所謂傾斜理論）

6 利子率の変動と証券の需要

今

$$\sum_{i=2}^{m} P_{i\iota} x_{i\iota} \equiv G'_\iota \ (\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu) \text{ 但し } P_{i0} \equiv p_{i0}$$

とおけば G'_ι は第 ι 週に於ける支出と収入の差である。さて収入の支出超過額は全て証券購入

7）消費者の此の二つのタイプを $\{G_\iota\}$ の逓昇，逓降を以て判別せずに，次節で述べる $\{G'_\iota\}$ のそれを以て定義する事は正しくない。（青山教授の批判，前掲論文，六三頁）

に充てられるのであるから G'_ι は正負に従ってそれぞれ第 ι 週に於ける証券供給量及び需要量を表す。

今簡単の為に，各週についての利子率の高さは等しく，且つ利子率は一様なる変動をなすものとする。即ち

$$\frac{dI_\iota}{(1+I_\iota)}=\frac{dJ_\iota}{(1+J_\iota)}=\theta \quad (\iota=1, 2, \cdots\cdots, \nu)$$

然るとき証券需要（供給）の変動量は

$$dG'_\tau=\sum_{j=2}^{m}P_{j\tau}dx_{j\tau} \tag{19}$$

従って (16′)(17′) を用いて

$$=\theta\left\{\sum_{\iota=1}^{\nu}\iota G_\iota X_\tau-\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\iota p_{i\iota}X_{i\iota\tau}\right\}$$

を得る。但し $X_\tau=\sum_{j=2}^{m}P_{j\tau}X_{j\tau}$； $X_{i\iota\tau}=\sum_{j=2}^{m}P_{j\tau}X_{i\iota j\tau}$ とする。容易に判る如く $\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{i\iota}X_{i\iota\tau}=0$ であるから

$$dG'_\tau=\theta\left\{\sum_{\iota=1}^{\nu}\iota G_\iota X_\tau+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}(\tau-\iota)p_{i\iota}X_{i\iota\tau}\right\} \tag{20}$$

を得る。(20) は (18) と全く同様に処理せられ，利子率変動に基く証券需要変動の時間形態が明らかとなる。

7　貨幣に対する需要及びヒックスの批判

以上の理論は貨幣の保蔵が存在しない事を前提とする。従って貨幣需要の方程式は之を見る事を得ない。今収支均等方程式を

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\alpha_\iota x_{0\iota}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}p_{i\iota}x_{i\iota}=-\alpha_\nu C_\nu \quad (\text{但し}\quad a_0=1) \tag{1′}$$

にて与え，消費者は (1′) の下に貨幣をも含めた選択関数

$$u\equiv u\,(x_{00}, x_{20}, x_{30}, \cdots\cdots, x_{m0}, x_{01}, x_{21}, \cdots\cdots, x_{m1}, \cdots\cdots, x_{0\nu}, x_{2\nu}, \cdots\cdots, x_{m\nu}) \tag{2′}$$

の極大を許ると考えるならば以前と同様の手続きにより貨幣に対する需要方程式が得られる。然しながら，此の方法によれば（ヒックス自身言う如く）貨幣は一種の持続財（durable consumers' good）にすぎず，従って或る週に於いて保蔵された貨幣は以後の週に於いて購買力として働く事がない。貨幣保蔵は，それが取引動機（所得動機・営業動機）に基づくにせよ，或いは予備的動機，投機的動機によるにせよ，いずれも保蔵された貨幣が後に購買力として働く事を前提とする。即ち貨幣は持続的消費財であるよりも，寧ろ証券の一種である。（p. 238）此の点についてヒックスはバーバルに分析を行ってはいるが，解析的な考察を断念している。さてかようにしてヒックスが未解決に残した問題について我々自身の立場に於いて積極的展開を試みることが第二部に於ける我々の問題である。

第２部　積極的展開　その一

1　需要の決定

ヒックスが動学理論を静学理論にパラレルに展開せんとして，収支均等の条件を只一つの方程式で表したのに対し私は各週収支は均等すると考え，$\nu+1$ 個の方程式

$$x_{0\iota}+x_{1\iota}+\sum_{i=2}^{m}P_{i\iota}x_{i\iota}=x_{0\iota-1}+(1+I_\iota)x_{1\iota-1}$$

$$(\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu.\ \ \text{但し}\ x_{0,-1},\ \ x_{1,-1}\ \text{は既知}) \tag{1}$$

を以て収支均等の条件とする[8]。次に選択関数は

$$u\equiv u\,(x_{00}, x_{10}, x_{20}, \cdots\cdots, x_{m0}, x_{01}, \cdots\cdots, x_{m\nu}) \tag{2}$$

と定義する。之は手持現金及び証券の量をも元とする故に，現行並びに予想の価格，及び利子率をパラメーターとして置けば一層厳密である。今補助関数

8）今証券（bond）は第 τ 週に於いて p_τ の価格で弁済せられるとすれば，かかる証券の現在価格 P_0 は

$$P_0=r\sum_{\iota=1}^{\tau}\frac{1}{(1+J_\iota)^\iota}+\frac{P_\tau}{(1+J_\tau)^\tau}$$

によって与えられる。ここに r は証券所有者に対して各週支払われる固定所得額である。（O. Lange; op. cit; p. 15）簡単の為に証券は必ず次週に於いて弁済せられ，且つ r は利子率に等しく，弁済価格は 1 であるとすれば証券の現在価格は常に 1 となる。

$$u^* \equiv u + \sum_{\iota=0}^{\nu} \lambda_\iota \Big\{ x_{0\iota-1} + (1+I_\iota) x_{1\iota-1} - x_{0\iota} - x_{1\iota} - \sum_{i=2}^{m} P_{i\iota} x_{i\iota} \Big\} \qquad (3)$$

を考えれば[9] u 極大の必要条件，即ち均衡条件は

$$\begin{cases} u_{0\iota} = \lambda_\iota - \lambda_{\iota+1}, \\ u_{1\iota} = \lambda_\iota - \lambda_{\iota+1}(1+I_{\iota+1}), \\ (\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu : i=2, 3, \cdots\cdots, m) \\ u_{i\iota} = \lambda_\iota P_{i\iota}, \quad (\text{但し} \lambda_{\nu+1}=0) \end{cases} \qquad (4)$$

である。(1)(4) より

$$\begin{aligned} &x_{i\iota} \equiv x_{i\iota}(p_{20}, p_{30}, \cdots\cdots, P_{m\nu}, I_1, I_2, \cdots\cdots, I_\nu) \\ &\lambda_\iota \equiv \lambda_\iota(p_{20}, p_{30}, \cdots\cdots, P_{m\nu}, I_1, I_2, \cdots\cdots, I_\nu) \qquad (5) \\ &(i=0, 1, 2, \cdots\cdots, m ; \iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu) \end{aligned}$$

を得る。

今 $M_\iota \equiv \sum_{i=2}^{m} P_{i\iota} x_{i\iota}$ とおけば $\dfrac{\partial u}{\partial M_\iota} = \lambda_\iota$ である。M_ι は正なるとき第 ι 週に於ける純支出，負なるとき純収入であるから，λ_ι は第 ι 週に於ける純支出（純収入）の限界選択度である。

次に u 極大の十分条件即ち安定条件は (1)(4) の解たる $x_{i\iota}$-コンビナチオン (5) の

$$-dx_{0\iota-1} - (1+I_\iota) dx_{1\iota-1} + dx_{0\iota} + dx_{1\iota} + \sum_{i=2}^{m} P_{i\iota} dx_{i\iota} = 0 \quad (\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu) \qquad (6)$$

によって条件付けられた近傍に於いて二次形式

$$\sum_{\iota=0}^{\nu} \sum_{i=0}^{m} \sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{j=0}^{m} u_{i\iota j\tau} dx_{i\iota} dx_{j\tau} \qquad (7)$$

が負定形となることである。先ず $(\nu+1)$ 個の条件 (6) に等値な一個の条件を求めよう。(6) の左辺を ξ_ι とする。今 $c_\iota (\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ は

$$c_0 - c_1, c_0 - c_1(1+I_1), c_0 p_{20}, \cdots\cdots, \ c_0 p_{m0}, \ c_1 - c_2, c_1 - c_2(1+I_2) c_1 P_{21}, \cdots\cdots, c_1 P_{m1}, \cdots\cdots, \qquad (*)$$
$$c_\nu, c_\nu, c_\nu P_{2\nu}, \cdots\cdots, c_\nu P_{m\nu}$$

の二つ以上を同時に 0 ならしめざる任意の数であるとすれ

$$\sum_{\iota=0}^{\nu} c_\iota \xi_\iota = 0 \qquad (8)$$

は (6) と等値である。なんとなれば，(6) が成立すれば (8) が成立する事は明らかである。逆に (8) が成立すれば

$$\begin{aligned} &c_0 \xi_0 + c_1 \xi_1 + \cdots\cdots + c_\nu \xi_\nu = 0 \\ &c'_0 \xi_0 + c_1 \xi_1 + \cdots\cdots + c_\nu \xi_\nu = 0 \\ &\therefore (c_0 - c'_0) \xi_0 = 0 \end{aligned}$$

c_0, c'_0 は等しくないから $\xi_0=0$ 同様に $\xi_1=0, \cdots\cdots, \xi_\nu=0$ を得る。故に (8) の下に於いて (7) が負定形であるならば u は此の $x_{i\iota}$ コンビナチオンに於いて極大である。

安定条件は (8) に於ける $dx_{i\iota}$ の係数（即ち (*)）を以て (7) の係数の行列式 $|u_{i\iota j\tau}|$ を一重に縁付けた行列式 U の三次以上の首座小行列式が交互に正負なることである。

U に於ける $u_{i\iota j\tau}$ の余因数を $U_{i\iota j\tau}$ とすれば次の三則を得る。

i） $U_{i\iota j\tau} = U_{j\tau i\iota}$　　ii） $\dfrac{U_{i\iota i\iota}}{U} < 0$

iii） $\displaystyle\sum_{\iota=0}^{\nu} \sum_{i=0}^{m} \sum_{\tau=0}^{\nu} \sum_{j=0}^{m} z_{i\iota} z_{j\tau} \frac{U_{i\iota j\tau}}{U} < 0$

ここに $z_{i\iota}$ $(i=0, 1, \cdots\cdots, m ; \iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu)$ は少なくとも一つは零であり，且つ同時に全ては零ならざる任意の数である。

2　スルツキー方程式

現行乃至は予想価格変動の需要量に与える効果を分析する。(1) より

$$\xi_\iota = -\sum_{i=2}^{m} x_{i\iota} dP_{i\iota} \quad (\iota=0, 1, \cdots\cdots, \nu) \qquad (9)$$

(4) より

$$-d\lambda_\tau + d\lambda_{\tau+1} + \sum_{\iota=0}^{\nu} \sum_{i=0}^{m} u_{0\tau i\iota} dx_{i\iota} = 0 \qquad (10)$$

$$-d\lambda_\tau + (1+I_{\tau+1}) d\lambda_{\tau+1} + \sum_{\iota=0}^{\nu} \sum_{i=0}^{m} u_{1\tau i\iota} dx_{i\iota} = 0$$

9）テイントナーも亦，毎週収支は均等すると考え $(\nu+1)$ 個の条件の下に選択指数の極大点を求める。然しながら各付帯条件にかかる未定係数を一様に λ とした為に，$(\nu+1)$ 個の条件は只一つの条件となってしまっている。G. Tintner; The Theory of choice under Subjective Risk and Uncertainty.（Econometrica; Vol. 9. No 3. & 4. 1941）pp. 298-9.

$$\begin{pmatrix}\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu\\ j=2,3,\cdots\cdots,m\end{pmatrix} \tag{11}$$

$$-P_{j\tau}d\lambda_\tau+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}u_{j\tau i\iota}dx_{i\iota}=\lambda_\tau dP_{j\tau} \tag{12}$$

之等を解いて $d\lambda_\iota$, $dx_{i\iota}$ を得る。今 $d\lambda_\iota=\omega_\iota d\lambda_0$ とし，之を (10)(11)(12) に代入したものをそれぞれ (10′)(11′)(12′) とする。（純支出（収入）の限界選択度の予想弾力性は $e_\iota=\dfrac{\lambda_0}{\lambda_\iota}\omega_\iota$ で表される尚 $\omega_\iota=f_\iota(dp_{20}, dp_{30}, \cdots\cdots, dP_{m\nu})$ は零次同次関数である。）(9) より

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\omega_\iota\xi_\iota=-\sum_{i=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota x_{i\iota}dP_{i\iota}\quad(\text{但し }\omega_0=1) \tag{9′}$$

故に (9′)(10′)(11′)(12′) の左辺の係数の作る行列を D, D における $\omega_\iota-\omega_{\iota+1}$, $\omega_\iota-\omega_{\iota+1}(1+I_{\iota+1})$, $\omega_\iota P_{i\iota}$ の余因数をそれぞれ $D_{0\iota}, D_{1\iota}, D_{i\iota}, u_{i\iota j\tau}$ の余因数を $D_{i\iota j\tau}$；$X_{j\tau}=\dfrac{D_{j\tau}}{D}$；$X_{i\iota j\tau}=\dfrac{D_{i\iota j\tau}}{D}$ とすれば (9′) (10′) (11′) (12′) より

$$dx_{j\tau}=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota x_{i\iota}dP_{i\iota}X_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\iota dP_{i\iota}X_{i\iota j\tau} \tag{13}$$

を得る。予想弾力性を用いて (13) を書き改めれば

$$dx_{j\tau}=\sum_{i=2}^{m}(-x_{i0}X_{j\tau}+\lambda_0X_{i0j\tau})\theta_ip_{i0} \\ +\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}(-\omega_\iota x_{i\iota}X_{j\tau}+\lambda_\iota X_{i\iota j\tau})\theta_i\eta_iP_{i\iota} \tag{14}$$

ただし $\dfrac{dp_{i0}}{p_{i0}}=\theta_i$ である。(14) の第一項は現在価格の ceteris paribus 的変動に基く効果であり，第二項は現在価格の変動に基く予想価格の変動が需要量に与える効果を示している。

3　補整項の性質

さて $c_\iota=\omega_\iota$ と置いた場合に於いて，前記 (*) の二つ以上が同時に 0 とならざる場合[10] U に於いて c_ι を ω_ι と置いた D は安定条件の特性（i）（ii）（iii）を満足せねばならない。即ち

（i）$X_{i\iota j\tau}=X_{j\tau i\iota}$　（ii）$X_{i\iota i\iota}<0$

（iii）$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=0}^{m}z_{i\iota}z_{j\tau}X_{i\iota j\tau}<0$

従って（iii）より $\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{\iota=0}^{\nu}\lambda_\tau\eta_iP_{i\tau}\lambda_\iota\eta_iP_{i\iota}X_{i\iota j\tau}<0$（但し $\eta_iP_{i0}\equiv p_{i0}$）である。之を考慮しつつ財 X_i の価格変動が自分自身の需要量に与える補整効果の時間形態が分析される。同様に

$$\sum_{\tau=0}^{\nu}\sum_{j=2}^{m}\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\tau\eta_jP_{j\tau}\lambda_\iota\eta_iP_{i\iota}X_{i\iota j\tau}<0$$

を考慮しつつ，価格の一様変動が純支出（収入）に与える補整効果の時間形態が分析される。

4　利子率の変動（傾斜理論）

現行乃至は予想利子率変動の効果を傾斜理論との関係に於いて明らかにしよう。今 $\lambda_\iota=\lambda'_\iota\alpha_\iota$ と置く。λ'_ι は割引せられた純支出（収入）の限界選択度である。λ'_ι の予想弾力性は $e'_\iota=\dfrac{\lambda'_0}{\lambda'_\iota}\omega'_\iota$ で与えられる。ここに $\omega'_\iota=\dfrac{d\lambda'_\iota}{d\lambda'_0}$ である。(1) より

$$\xi_\iota=x_{1\iota-1}dI_\iota\quad(\text{但し }dI_0=0) \tag{15}$$

(4) より

$$-(\omega'_\tau\alpha_\tau-\omega'_{\tau+1}\alpha_{\tau+1})d\lambda'_0+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}u_{0\tau i\iota}dx_{i\iota} \\ =\sum_{\iota=1}^{\tau}\frac{dI_\iota}{1+I_\iota}(\lambda'_{\tau+1}\alpha_{\tau+1}-\lambda'_\tau\alpha_\tau)+\frac{dI_{\tau+1}}{1+I_{\tau+1}}\lambda'_{\tau+1}\alpha_{\tau+1} \tag{16}$$

$$-(\omega'_\tau\alpha_\tau-\omega'_{\tau+1}\alpha_\tau)d\lambda'_0+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}u_{1\tau i\iota}dx_{i\iota} \\ =\sum_{\iota=1}^{\tau}\frac{dI_\iota}{1+I_\iota}(\lambda'_{\tau+1}\alpha_\tau-\lambda'_\tau\alpha_\tau) \tag{17}$$

$$-\omega'_\tau p_{j\tau}d\lambda'_0+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}u_{j\tau i\iota}dx_{i\iota}=-\sum_{\iota=1}^{\tau}\frac{dI_\iota}{1+I_\iota}\lambda'_\tau p_{j\tau} \tag{18}$$

である。(15) より

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\omega'_\iota\alpha_\iota\xi_\iota=\sum_{\iota=1}^{\nu}\omega'_\iota\alpha_\iota x_{1\iota-1}dI_\iota\ (\text{但し}\omega'_0=\alpha_0=1) \tag{15′}$$

(15′)(16)(17)(18) の左辺の係数のつくる行列式を D' とし，D の余因数を定義したとアナロガスに D' の余因数を定義し $X'_{j\tau}=\dfrac{D'_{j\tau}}{D}$；$X'_{i\iota j\tau}=\dfrac{D'_{i\iota j\tau}}{D}$ とする。今とくに

10）ω_ι に関して此の条件が成立しない場合（ii）（iii）は必ずしも成立するとは言い難い。此の事は次節で述べる $\omega'_\iota\alpha_\iota$ に関しても同様である。以下常にかかる場合を除外して論述をすすめる事とする。

$\dfrac{dI_\iota}{1+I_\iota}=\theta\,(\iota=1,2,\cdots\cdots,\nu)$ なる場合について $dx_{j\tau}$ を求めれば

$$dx_{j\tau}=\sum_{\iota=1}^{\nu}\omega'_\iota\alpha_{\iota-1}x_{1\iota-1}X'_{j\tau}\theta-\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\iota\lambda'_\iota p_{i\iota}X'_{i\iota j\tau}\theta+\sum_{\iota=0}^{\nu-1}(\iota+1)\lambda'_{\iota+1}\alpha_{\iota+1}X'_{0\iota j\tau}\theta+\sum_{\iota=1}^{\nu-1}\iota\lambda'_{\iota+1}\alpha_\iota X'_{1\iota j\tau}\theta \tag{19}$$

を得る。（但し $p_{0\iota}=p_{1\iota}=\alpha_\iota$ である。） 一方ラプラースの定理により，

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\omega'_\iota p_{i\iota}X'_{i\iota j\tau}-\sum_{\iota=0}^{\nu-1}\omega'_{\iota+1}\alpha_{\iota+1}X'_{0\iota j\tau}-\sum_{\iota=0}^{\nu-1}\omega'_{\iota+1}\alpha_\iota X'_{1\iota j\tau}=0 \tag{20}$$

である。さて $\lambda'_\iota=\lambda'_0\dfrac{\omega'_\iota}{e'_\iota}$ であるから(19)(20)より

$$\begin{aligned}dx_{j\tau}=&\sum_{\iota=1}^{\nu}\omega'_\iota\alpha_{\iota-1}x_{1\iota-1}X'_{j\tau}\theta\\&+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\Big(\tau-\iota\frac{1}{e'_\iota}\Big)\lambda'_0\omega'_\iota p_{i\iota}X'_{i\iota j\tau}\theta\\&-\sum_{\iota=0}^{\nu-1}\Big\{\tau-(\iota+1)\frac{1}{e'_{\iota+1}}\Big\}\lambda'_0\omega'_{\iota+1}\alpha_{\iota+1}X'_{0\iota j\tau}\theta\\&-\sum_{\iota=0}^{\nu-1}\Big\{\tau-\iota\frac{1}{e'_{\iota+1}}\Big\}\lambda'_0\omega'_{\iota+1}\alpha_\iota X'_{1\iota j\tau}\theta\end{aligned} \tag{21}$$

を得る。さて D' は U に於いて c_ι を $\omega'_\iota\alpha_\iota$ と置いたものであるから，$c_\iota=\omega'_\iota\alpha_\iota$ のとき(*)の二つ以上が0でないとすれば $X'_{i\iota j\tau}$ は代用の法則を満足する。

$e'_\iota=1$ なるとき第二第三第四項に関してヒックスと同様の傾斜理論を展開することが出来る。尚貨幣を持続的消費財と見做したヒックスの理論に於いては第二項に相当するものは之を見る事が出来るが，第三第四項は欠けている。

さて証券に関してヒックスの問題にしたのはその需要量でなく，純需要量である。今次の如き G_ι を考え，G_ι はその正負に従って第 ι 週に於ける証券の純需要量純供給量を表すと考える。

$$G_\iota\equiv x_{1\iota}-x_{1\iota-1}(1+I_\iota)=x_{0\iota-1}-x_{0\iota}-\sum_{i=2}^{m}P_{i\iota}x_{i\iota}$$

次に G_ι の変動量を

$$dG_\iota=dx_{1\iota}-dx_{1\iota-1}(1+I_\iota) \tag{22}$$

とする。注意すべきは純需要（供給）の変動量が変動前の利子率を基礎として定義せられている事である。(21)を(22)に代入して，証券純需要量の変動方程式を得る。

5 価格変動に関する偏スルツキー方程式

$x_{i\iota}\,(i=0,1,\cdots\cdots,m\,;\,\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ のうち幾つかを，価格変動に対して不変とするときに得るスルツキー方程式を価格変動に関する“偏スルツキー方程式”と呼ぶ[11]。

(I) 貨幣，証券の偏スルツキー方程式

(9′)(10′)(11′)に於いて $dx_{i\iota}=0\,(i=2,3,\cdots\cdots,m\,;\,\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ としたものを(23)(24)(25)とする。今之等より $dx_{j\tau}\,(j=0,1\,;\,\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ を求めよう。

(23)(24)(25)の左辺の係数のつくる行列式を H，H に於ける $\omega_\iota-\omega_{\iota+1},\,\omega_\iota-\omega_{\iota+1}(1+I_{\iota+1})$ の余因数をそれぞれ $H_{0\iota},H_{1\iota},u_{i\iota j\tau}$ の余因数を $H_{i\iota j\tau}$；$Y_{j\tau}\equiv\dfrac{H_{j\tau}}{H}$；$Y_{i\iota j\tau}=\dfrac{H_{i\iota j\tau}}{H}\,(i,j=0,1\,;\,\iota,\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ とすれば

$$dx_{j\tau}=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota x_{i\iota}dP_{i\iota}Y_{j\tau} \tag{26}$$

を得る。即ち価格変動に際して補整効果は生じない。混同を防ぐために(26)の左辺を $(dx_{j\tau})_1$ で以て表すこととする。(26)を書き改めると

$$\begin{aligned}(dx_{j\tau})_1&=\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial p_{20}}dp_{20}+\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial p_{30}}dp_{30}+\cdots\cdots\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial p_{m\nu}}dp_{m\nu}\\&=\sum_{i=2}^{m}\Big(\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial p_{i0}}+\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial P_{i1}}\frac{dP_{i1}}{dp_{i0}}+\cdots\cdots+\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial P_{i\nu}}\frac{dP_{i\nu}}{dp_{i0}}\Big)dp_{i0}\end{aligned}$$

今価格の比例変動を考えその変動度を θ とすれば

11) 価格変動に際して $x_{i\iota}$ の一部を不変とする時 ω_ι の関数の形は零次同次性を保存しつつ変わる。偏スルツキー方程式を同次性の公準との関連に於いて取り上げるとき此の変形された ω_ι を用い，ルーイス分解との関係に於いて問題とする時にはもとの ω_ι を用いる。別段支障がないから，両者を同一の記号で表すこととする。

$$=\sum_{i=2}^{m}\left(\sum_{\iota=0}^{\nu}\frac{\partial x_{j\tau}}{\partial P_{i\iota}}\frac{dP_{i\iota}}{dp_{i0}}\right)p_{i0}\theta$$

である。もし之が0に等しいならば，貨幣及び証券の需要関数は商品需要量不変と言う条件の下に於いて，利子を除き価格に関して零次の同次関数となる。

さて各週の貨幣及び証券の純需要量が0なる場合，

$$-\sum_{i=2}^{m}P_{i\iota}x_{i\iota}=0 \quad (\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu)$$

それ故

$$-\sum_{i=2}^{m}x_{i\iota}dp_{i\iota}=-\sum_{i=2}^{m}x_{i\iota}P_{i\iota}\theta=0$$

之を(26)に代入して$(dx_{j\tau})_1=0$を得る。即ち貨幣及び証券の純需要量が各週零なる場合，価格及び純支出の限界選択度の予想弾力性の如何に関わらず，貨幣及び証券の需要関数は価格に関して零次同次関数である。但し商品需要量は不変なりとする。

(II)　商品の偏スルツキー方程式

(9′)(10′)に於いて$dx_{i\iota}=0$ ($i=0,1$；$\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu$) とし（その時左辺の係数のつくる行列式を$N$）之より$dx_{j\tau}$ ($j=2,3,\cdots\cdots,m$；$\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu$) を求める。今$N$に於ける$\omega_\iota P_{i\iota}$の余因数を$N_{i\iota}$，$u_{i\iota j\tau}$の余因数を$N_{i\iota j\tau}$；$Z_{j\tau}\equiv\frac{N_{j\tau}}{N}$；$Z_{i\iota j\tau}\equiv\frac{N_{i\iota j\tau}}{N}$ ($i,j=2,3,\cdots\cdots,m$；$\iota,\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu$) とすれば，

$$(dx_{j\tau})'_1=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota x_{i\iota}dP_{i\iota}Z_{j\tau}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\iota Z_{i\iota j\tau}dP_{i\iota} \quad (27)$$

を得る。価格及び純支出（収入）限界選択度の予想弾力性η_i, e_ιを用いて

$$=\sum_{\iota=2}^{m}(-x_{i0}Z_{j\tau}+\lambda_0 Z_{i0j\tau})\theta_i p_{i0}$$
$$+\sum_{\iota=1}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\left(-\omega_\iota x_{i\iota}Z_{j\tau}+\lambda_0\frac{\omega_\iota}{e_\iota}Z_{i\iota j\tau}\right)\theta_i\eta_i P_{i\iota}$$

である。NはヒックスのUと同じく商品のみにより構成せられ，貨幣及び証券を含まぬ。

今価格の比例的変動$\theta_i=\theta$ ($i=2,3,\cdots\cdots,m$) を考えよう。ラプラースの定理により

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota P_{i\iota}Z_{i\iota j\tau}=0$$

であるから，$\frac{\eta_i}{e_\iota}=1$ ($i=2,3,\cdots\cdots,m$；$\iota=0,1,\cdots\cdots,\nu$) なるとき補整効果は0である。次に各週の貨幣及び証券の純需要量が0であるならば所得効果も亦0となる。即ち各週の貨幣及び証券の純需要量がいずれも零であり，且つ価格の予想弾力性が純支出（収入）の限界選択度の予想弾力性と等しい場合に於いて商品の需要関数は利子以外のすべての価格に関して零次の同次関数である。ただし，此の命題は価格変動に際して貨幣及び証券需要を不変と見做す時，即ち金融側の事情を一応括弧で包む時に成立する。この場合純支出関数$M_0=\sum_{i=2}^{m}p_{i0}x_{i0}\,(=0)$は

$$\sum_{i=2}^{m}p_{i0}\frac{\partial M_0}{\partial p_{i0}}=\sum_{j=2}^{m}p_{j0}\sum_{i=2}^{m}p_{i0}\frac{\partial x_{j0}}{\partial p_{i0}}+\sum_{i=2}^{m}p_{i0}\sum_{j=2}^{m}x_{j0}\frac{\partial p_{j0}}{\partial p_{i0}}$$
$$=\sum_{i=2}^{m}p_{i0}x_{i0}=M_0\,(=0)$$

により価格に関しての一次同次関数となる。

6　ルーイス分解

以上の展開に於いては価格変動に際して$x_{i\iota}$のうちの一群は不変であると仮定せられたが実際に於いてはそれ等は変動しこれに伴って支出の移動が生じる。今此の点の分析を試みよう。

(I)　貨幣・証券需要の追加的変動

(9′)(10′)(11′)に於いて右辺を零とし，之に

$$dx_{k\upsilon}=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota x_{i\iota}dP_{i\iota}X_{k\upsilon}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\iota dP_{i\iota}X_{i\iota k\upsilon}$$
$$(k=2,3,\cdots\cdots,m;\ \upsilon=0,1,\cdots\cdots,\nu) \quad (13)$$

を代入する。而して之等より$dx_{j\tau}$ ($j=0,1$；$\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu$) を求める。今その解を$\delta x_{j\tau}$としよう。即ち

$$\delta x_{j\tau}=-\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_\upsilon P_{k\upsilon}\Bigl(-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{\iota=2}^{m}\omega_\iota x_{i\iota}dP_{i\iota}X_{k\upsilon}$$
$$+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\iota dP_{i\iota}X_{i\iota k\upsilon}\Bigr)Y_{j\tau}$$

$$-\sum_{\sigma=0}^{\nu}\sum_{h=0}^{1}\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}u_{h\sigma k\upsilon}\Big(-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota x_{i\iota}dP_{i\iota}X_{k\upsilon}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\iota dP_{i\iota}X_{i\iota k\upsilon}\Big)Y_{h\sigma j\tau} \tag{28}$$

である。右辺第一行は商品の需要変動により生じる支出の移動が貨幣・証券の需要に与える効果であり，第二行は商品需要の変動により貨幣・証券の限界選択度が変化する事に基づく需要の追加的変動である。前者を $(dx_{j\tau})_2$ 後者を $(dx_{j\tau})_3$ とする。

(II)　商品需要の追加的変動

(9′)(12′) に於いて右辺を零とし

$$dx_{k\upsilon}=-\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota x_{i\iota}dP_{i\iota}X_{k\upsilon}+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\iota dP_{i\iota}X_{i\iota k\upsilon}$$
$$(k=0,1\,;\,\upsilon=0,1,\cdots\cdots,\nu) \tag{13}$$

を代入し，之より $dx_{j\tau}$ を求める。その解を $\delta x_{j\tau}$ $(j=2,3,\cdots\cdots,m\,;\,\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ としよう。即ち

$$\delta x_{j\tau}=-\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\omega_\upsilon\{dx_{0\upsilon}-dx_{1\upsilon-1}+dx_{1\upsilon}-(1+I_\upsilon)dx_{1\upsilon-1}\}Z_{j\tau}$$
$$-\sum_{\sigma=0}^{\nu}\sum_{h=0}^{1}\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}u_{h\sigma k\upsilon}(dx_{k\upsilon})Z_{h\sigma j\tau} \tag{29}$$

である。右辺第一項の括弧の中は第 υ 週に於ける貨幣及び証券の純需要量の変動量である。従って第一項は貨幣及び証券の純需要量の変動が商品需要量に与える所得効果を表し第二項は手持現金，証券の変動により商品の限界選択度が変化することに基づく商品需要の追加的変動を表す。前者を金融的所得効果，後者を金融的代用効果と呼ぶこととする。今第一項を $(dx_{j\tau})'_2$ 第二項を $(dx_{j\tau})'_3$ とすれば

(III)　(13)(26)(28) より

$$dx_{j\tau}=(dx_{j\tau})_1+(dx_{j\tau})_2+(dx_{j\tau})_3$$
$$(j=0,1\,;\,\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu) \tag{30}$$

(13)(27)(29) より

$$dx_{j\tau}=(dx_{j\tau})'_1+(dx_{j\tau})'_2+(dx_{j\tau})'_3$$
$$(j=2,3,\cdots\cdots,m\,;\,\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu) \tag{31}$$

を得る。

さて $(dx_{j\tau})_i$；$(dx_{j\tau})'_i$ $(i=1,2,3)$ はそれぞれ二つの項に分たれる。但し価格変動に際して $(dx_{j\tau})_1$ は補整項を欠く。斯くの如く需要変動量が五つ乃至は六つの効果に分たれるのを“ルーイス分解”と呼び (30)(31) はそれぞれ貨幣（証券）又は商品のルーイス方程式と言う[12]。それはスルツキー分解乃至はスルツキー方程式の発展である。かくの如くルーイスの方法を用うる事により，商品の側の貨幣証券に与える影響及び貨幣証券の側の商品に与える影響が明瞭に観取される。

7　貨幣証券と商品の間の分離可能性

園教授により展開せられた分離可能性の思想を導入しよう[13]。

今 $(x_{00},x_{10},x_{01},x_{11},\cdots\cdots,x_{0\nu},x_{1\nu})$ と $(x_{20},\ x_{30},\cdots\cdots,x_{m0},x_{21},\cdots\cdots,x_{m\nu})$ は互いに他から分離可能であるとする。即ち貨幣及び証券の種々なる数量に応ずる選択指数の大小相等関係は商品の需要量によって乱されることはなく，且つ商品に対する選好の順序（欲望状況）は貨幣証券の留保高に無関係であるとする。此の事の解析的

12）E. E. Lewis は連関財の研究に際して，スルツキー方程式の補整項を，更に三つの部分に分解した。かかる分解が資本項についても可能なる事は，上述の通りである。かくして導出されたスルツキー方程式の発展形態を“ルーイス”の方程式と呼称する事に対して異論があるであろう。何となれば私はかかる理論がルーイスに始まるものか或いは遡り得るものかを学説史的に考証したわけではないからである。（少なくとも R. G. D. Allen；A Comparison between Different Definition of Complementary and Competitive Goods, Econometrica II 1934 は読むべきであったが不幸にしてその機会を得なかった。）E. E. Lewis；Note on Inter-Commodity Relationship in Demand（The Review of Economic Studies Vol V. No. 1. Oct. 1937）及び安井琢磨教授“連関財に就ての一考察”（経済学論集第一三巻第八号）五一頁以下参照

13）園教授　前掲論文　二頁-一〇頁

な表現は

$$\frac{\partial}{\partial x_{i\iota}}\left(\frac{u_{j\tau}}{u_{k\upsilon}}\right)=0$$

$$(i=2,3,\cdots\cdots,m\ ;\ j,k=0,1\ ;\ \iota,\tau,\upsilon=0,1,\cdots\cdots,\nu) \quad (32)$$

及び

$$\frac{\partial}{\partial x_{j\tau}}\left(\frac{u_{i\iota}}{u_{h\sigma}}\right)=0$$

$$(j=0,1\ ;\ i,h=2,3,\cdots\cdots,m\ ;\ \iota,\tau,\sigma=0,1,\cdots\cdots,\nu) \quad (33)$$

である。(32)(33) よりそれぞれ

$$\frac{u_{j\tau i\iota}}{u_{j\tau}}=\chi_{i\iota} \quad (34)$$

$$\frac{u_{i\iota j\tau}}{u_{i\iota}}=\zeta_{j\tau}$$

$$(j=0,1\ ;\ i=2,3,\cdots\cdots,m\ ;\ \iota,\tau=0,1,\cdots\cdots,\nu) \quad (35)$$

を得る。(34) を $(dx_{j\tau})_3$ に代入すれば

$$(dx_{j\tau})_3=-\sum_{\sigma=0}^{\nu}\sum_{h=0}^{1}\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\chi_{k\upsilon}u_{k\sigma}(dx_{k\upsilon})Y_{h\sigma j\tau}$$

$$=-\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\chi_{k\upsilon}dx_{k\upsilon}\sum_{\sigma=0}^{\nu}\sum_{h=0}^{1}u_{h\sigma}Y_{h\sigma j\tau}$$

を得る。さて $e_\iota=1$ なるとき

$$1:\omega_1:\omega_2:\cdots\cdots:\omega_\nu=\lambda_0:\lambda_1:\cdots\cdots:\lambda_\nu$$

である。従って $u_{0\iota}, u_{1\iota}$ は $\omega_\iota-\omega_{\iota+1}$，$\omega_\iota-\omega_{\iota+1}(1+I_{\iota+1})$ に比例する。それ故

$$(dx_{j\tau})_3=0$$

を得る。更に貨幣・証券の純需要量は各週零及び価格の比例的変動（予想弾力性＝1）と言う二条件を付加して考えよう。$(dx_{j\tau})_1$ は前述せる如く0であり，$(dx_{j\tau})_2$ の第一項も同様0となる。第二項即ち

$$-\left(\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_\upsilon P_{k\upsilon}\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\lambda_\iota P_{i\iota}X_{i\iota k\upsilon}\right)\theta Y_{j\tau}$$

$$=-\left(\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_\upsilon P_{k\upsilon}\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\omega_\iota P_{i\iota}X_{i\iota k\upsilon}\right)\lambda_0\theta Y_{j\tau}$$

の括弧の中は安定条件の第三の性質より必ず負である。それ故 $Y_{j\tau}$ の正負（固有上級財・固有下等）[14] によって $dx_{j\tau}$ の正負が決定される。

次に $dx_{j\tau}$ $(j=2,3,\cdots\cdots,m\ ;\ \tau=0,1,\cdots\cdots,\nu)$ について考察しよう。$e_\iota=1$ $(\iota=1,2,\cdots\cdots,\nu)$ とすれば(35) を用いて $(dx_{j\tau})'_3=0$ を得る。即ち金融的代用効果は生じない。次に貨幣・証券の純需要量が各週零であり，且つ価格が比例的に変動（予想弾力性＝1）するとすれば $(dx_{j\tau})'_1=0$ となる。さて

$$(dx_{j\tau})'_2=-\sum_{\iota=0}^{\nu}[(\omega_\iota-\omega_{\iota+1})dx_{0\iota}$$

$$+\{\omega_\iota-\omega_{\iota+1}(1+I_{\iota+1})\}dx_{1\iota}]Z_{j\tau} \quad (36)$$

今 $\omega_\iota-\omega_{\iota+1}=\omega_\iota P_{0\iota}$；$\omega_\iota-\omega_\iota(1+I_{\iota+1})=\omega_\iota P_{1\iota}$ とおけば

$$=\left\{\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{1}\omega_\iota P_{i\iota}\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_\upsilon x_{k\upsilon}P_{k\upsilon}X_{i\iota}\right\}Z_{j\tau}\theta$$

$$-\left\{\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{1}\omega_\iota P_{i\iota}\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_\upsilon P_{k\upsilon}X_{i\iota k\upsilon}\right\}Z_{j\tau}\lambda_0\theta$$

ここに右辺第一項は貨幣及び証券純需要量が各週零なる仮定より零である。一方ラプラースの定理により

$$\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{m}\omega_\iota P_{i\iota}\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_\upsilon P_{k\upsilon}X_{i\iota k\upsilon}$$

$$=\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=0}^{1}\omega_\iota P_{i\iota}\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_\upsilon P_{k\upsilon}X_{i\iota k\upsilon}$$

$$+\sum_{\iota=0}^{\nu}\sum_{i=2}^{m}\sum_{\upsilon=0}^{\nu}\sum_{k=2}^{m}\omega_\iota P_{i\iota}\omega_\upsilon P_{k\upsilon}X_{i\iota k\upsilon}=0 \quad (37)$$

を得る。(37) の中間辺の第二項は負であるから第一項即ち (36) の最右辺第二項の括弧の中は正となる。従って $dx_{j\tau}$ の正負は $Z_{j\tau}$ の正負（固有上級財，固有下級財の如何）によって定まる。

私は次に利子率変動に関するルーイス分解を展開すべき順序にある。然しながら，此の問題に対する私の接近は以上によって推測可能と思われるから次に話題を企業者活動に動ずることとする。

[附記]

以上に於いて重要な役割を演じたものは純支出（収入）の限界選択度及びその予想弾力性である。之等の大きさは選択関数のカーヂナルな性質に依存する。即ち選択関数に $F(u)$（但し $F'(u)>0$）なる変換を施し，F を選択関数とした時の第 ι 週の純支出限界選択度を Γ_ι 予想弾力性を E_ι とすれば

$$\Gamma_\iota=F'\lambda_\iota \quad \therefore \frac{d\Gamma_\iota}{d\alpha}=F'\frac{d\lambda_\iota}{d\alpha}+\lambda_\iota F''\frac{du}{d\alpha}$$

となる。それ故パラメーター α の変動に際して，u が

14）園教授　前掲論文　四九頁

不変なる場合の他は，（F'' は無規定であるから）$d\Gamma_t$（従って E_t）は如何なる値をもとり得る事となる[15]。之に反して純支出の限界代替率 $\frac{\lambda_t}{\lambda_0}$ 及びその変動率 $d\left(\frac{\lambda_t}{\lambda_0}\right)\Big/\left(\frac{\lambda_t}{\lambda_0}\right)$ なる概念を用うれば之等は共に選択関数の変換 F に対して価が不変である。それ故選択関数にオーディナルな性格のみを許す立場（効用可測性の前提除去）をとれば，経済理論は当然支出の限界代替率及びその変動率を中心思想としなければならない。その理論の展開は他目に譲る事としよう。

15）P. A. Samuelson ; Constancy of the Marginal Utility of Income（Studies in Mathematical Economics and Econometrics ; In Memory of H. Schultz. 1942）pp. 76–8