

# 战国秦汉数学简牍发现之意义刍议

中国科学院自然科学史研究所 郭书春

## 摘要

近年，清华大学收藏的战国算表、岳麓书院收藏的秦简《数》、北京大学收藏的秦数学简、湖北博物馆藏的睡虎地汉数学简含有丰富的数学内容，具有极大的意义。首先，它们提供了早期中国数学史研究的不可多得的第一手资料；其次，使某些学者对中国数学的早期发展情况采取的虚无主义态度不攻自破。第三，为《九章算术》的主要数学方法和题目完成于先秦，彻底解决《九章算术》的成书这一中国数学史研究的重大问题提供了有力的佐证。更重要的，为中国传统数学的第一个高潮发生在春秋战国，提供了可靠的文献，结束了只是靠对《九章算术》及其刘徽注的分析、推理得出这两个论点的局面。

## **A discussion on the significance of the discovery of mathematics bamboo slips from the Warring States Period, Qin and Han Dynasties**

GUO Shu-Chun

The Chinese Academy of Sciences

## ABSTRACT

The recent acquisitions of archaeological findings of bamboo slips in many institutions in China provide us a good significance for the study of development of mathematics in Ancient China. These includes the Tsinghua University (arithmetic table, dated from the Warring States period), the Yuelu Academy (bamboo slips of the book “mathematics”, Qin Dynasty), the Beijing University (bamboo slips of mathematics, dated in the Qin Dynasty), and the Hubei Museum (Han bamboo slips of mathematics at the found on “land of sleeping tiger”, Han Dynasty). Firstly, it gives us rare first-hand information on the knowledge of mathematics in Ancient China. Secondly, it helps to clarify that the nihilistic attitude holds by some scholars on the development of early Chinese mathematics was unfounded. Thirdly, it

provided strong evidence in the study of Chinese mathematics, that the major methods and mathematics problems in Jiuzhang Suanshu (Nine Chapters) was completed in early Qin period. Most importantly, it provides reliable literature to support that the first peak of mathematics achievement in China was in the Spring and Autumn and Warring States period. In the past, the statement was only supported by the evidence of the work of Jiuzhang Suanshu and its explanations and remarks made by Liu Hui.

## 一. 近年发现的几批战国秦汉数学简牍

自1983年底1984年初湖北荆州张家山247号汉墓发现约200支数学竹简《算数书》之后,近20年间,在出土数学简牍方面没有什么新的重大收获。而近10年来,则不断有发现数量不等的战国秦汉数学简牍的消息传来,令中国数学史界十分振奋。这几批数学简牍有的基本整理完毕,已经出版,有的正在整理,谨根据已经发布的消息,以这些数学简牍产生的年代为序,介绍如下:

**清华大学收藏的战国算表** 清华大学出土文献研究与保护中心收藏的战国《算表》为一表格形式的竹质册书,由21枚竹简组成,距今约2300年左右。全表凡441个单元格。纵向19行,横向19列,右栏与上栏分别由下至上,由左至右依次书写 $\frac{1}{2}$ ,基数1至9及十位数10至90诸数。它们的乘积分别记入纵横栏的交叉处。因此其核心为九九表,其它皆为核心部分之扩展与延伸<sup>①</sup>。

**湖南里耶出土秦九九表木牍** 2002年湖南湘西里耶古井中出土了秦九九表木牍<sup>②</sup>,凡113字。20世纪以来出土过许多有关九九表的竹简,但都是片断,以里耶秦九九表最为完整。

**岳麓书院收藏的秦简《数》** 湖南大学岳麓书院于2007年12月在香港古董市场收购了一批竹简,经专家组鉴定为秦简。我们最感兴趣的当然是其中的《数》。目前经过整理的《数》共有236枚编号简,18枚残片(无编号)。保存较为完好的简长度在27.5厘米左右,宽度约为0.5~0.6厘米。简有上、中、下三道编绳。0956号简的背面写有一“数”字,是为书名<sup>③</sup>。现已整理完毕并出版了《岳麓书院藏秦简(贰)》<sup>④</sup>。《数》的完整算题一般包括条件、问题、答案、术文四部分,少数算题有题名。单独成文的“术”19例。例如“合分术”、乘法口诀等。记录谷物体积重量比率、兑换比率的简34枚。记录衡制的简3枚。秦简《数》的内容包括分数四则运算、田地面积、农作物产量、谷物的比重及兑换率、衰分、少广、体积、盈不足、勾股及营军、租误券等<sup>⑤</sup>。这些类型的问题在《算数书》

<sup>①</sup> 《清华简新进展》。复旦大学出土文献与古文字研究中心网站:

<http://www.gwz.fudan.edu.cn/ShowPost.asp?ThreadID=3522>, 2010-8-10

<sup>②</sup> 湖南省文物考古研究所:《湖南龙山里耶战国—秦代古城一号井发掘简报》,《文物》,2003年第1期。

<sup>③</sup> 陈松长:《岳麓书院藏秦简内容综述》,《文物》,2009年第3期。

<sup>④</sup> 朱汉民、陈松长主编:《岳麓书院藏秦简(贰)》。上海辞书出版社,2011年。

<sup>⑤</sup> 肖灿,朱汉民:《岳麓书院藏秦简〈数〉的主要内容及历史价值》,《中国史研究》,2009年第3期。

中差不多都有，唯有“圆材藿（埋）地”问在现在已经整理其他简牍中没有见过。这实际上是一个勾股问题：

□有圆材藿（埋）地，不智（知）小大，斲之，入材一寸而得平一尺，问材周大几可（何）。即曰，半平得五寸，令相乘也，以深【第 0304 简】一寸为法，如法得一寸，有（又）以深益之，即材径也。【第 0457 简】它与《九章算术·勾股》的勾股锯圆材问基本一致而文字古朴<sup>①</sup>。《九章算术》的这个问题是：

今有圆材埋在壁中，不知大小。以锯锯之，深一寸，锯道长一尺。问：径几何？

答曰：材径二尺六寸。

术曰：半锯道自乘，如深寸而一，以深寸增之，即材径。

刘徽将锯道一尺视为勾，圆材直径视为弦，而将锯深一寸视为股弦差之半。那么《九章算术》实际上应用了公式

$$c = \frac{\left(\frac{1}{2}a\right)^2}{\frac{1}{2}(c-b)} + \frac{1}{2}(c-b)。$$

**北京大学收藏的秦数学简** 2010 年初，香港友人捐赠一批秦简给北京大学。其中与数学相关的内容所占比重最大，有卷三、四、七、八凡四卷，总计竹简有 400 余枚<sup>②</sup>。此外还有“九九术”木牍一方。另外，简牍中混杂的三组竹制算筹与数学也有密切关系，应该是主人生前用来计算和占卜的工具。北大藏秦数学简牍的内容采取以类相从的方式，即将同类的问题归于一组。其数学方法与题目的结构有二种形式：一种是先以“某某述（术）曰”的形式叙述计算方法，然后列出多道例题，这些例题只有数据的差别。一种是先举例题，然后以“某某述（术）曰”的形式概括计算方法。大家知道，这是《九章算术》中两种最主要的体例。

卷三共 82 枚以及卷四的一部分，主要内容是各种数学计算方法和例题的汇编，与张家山汉简《算数书》、岳麓秦简《数》及《九章算术》相似。由于未发现篇题，整理者根据内容先将其定名为《算数书》，我建议改为《算书》或《数书》，整理者取前者。卷四是多种古书的杂抄。其中的《算书》分为甲、乙两篇。卷七和卷八的形式整齐划一，每简内容仅有数字的差别，而且未出现任何具体的地名、人名，显然不是当时丈量田亩、征收租税的档案记录，而应该是供人学习田亩、租税计算的一种特殊算术教材或参考书。在卷八一枚简的背面近上端处写有“田书”的篇题，应是这类书的专名。这两卷简册涉及的数学运算比较简单，但是对研究战国晚期至秦代的土地、赋税制度很有帮助。

《算书》甲篇可分为四个部分：

第一部分有 32 枚简，800 余字，内容是以鲁久次和陈起二人问对的形式，

<sup>①</sup> 肖灿，朱汉民：《勾股新证——岳麓书院藏秦简〈数〉的相关研究》。《自然科学史研究》，第 29 卷第 3 期（2010 年）。

<sup>②</sup> 参见韩巍：北大秦简中的数学文献。

通过陈起的回答，详尽论述了古代数学的起源、作用和意义<sup>①②</sup>。原无篇题，拈篇首语定名为《鲁久次问数》<sup>③</sup>。

鲁久次问数于陈起曰：“久次读语、计数弗能并斲（彻），欲斲（彻）一物，可（何）物为急？”陈【第 04-142 简】起对之曰：“子为弗能并斲（彻），舍语而斲（彻）数=，（数）可语毆（也），语不可数毆（也）。”……【第 04-144 简】

“鲁久次”、“陈起”二人，史籍未载。陈起应是一位“数学家”，鲁久次从其问数。《周髀算经》载有陈子答荣方问。陈起是否就是陈子，不得而知。“彻”即通晓，西汉中期以后多避汉武帝讳改为“通”。鲁久次问陈起：在读语和计数不能兼通的情况下，想要先通晓一种，哪一种更急迫？陈起回答：如果不能兼通，应该舍弃“语”而先通“数”，因为“数”可以兼盖“语”的功能，“语”却没有“数”的作用。此处将“语”、“数”并举，颇能反映当时人的知识结构。战国时期举凡诸子百家、历史掌故皆称“语”。陈起贬低“语”而抬高“数”，这种“重理轻文”的倾向在战国诸子中极为罕见。

随后陈起提出“天下之物，无不用数者”，详细列举在测天量地、音律以及社会管理和生产生活中的种种应用，指出“民若不知度数，无以知百事经纪”。这样论述数学对于宇宙万物和人类社会的作用和意义，足可以与《孙子算经序》相媲美。

在本篇的结尾，陈起有一段非常重要的话：

故夫古圣贤书竹白（帛）以教后世子孙，学者必慎毋忘数。凡数之保（宝）莫急【04-126】邠（隶）=首=，（隶首）者算之始也，少广者算之市也，所求者毋不有也。【04-162】

“邠首”即传说中的黄帝之臣“隶首”，《史记·历书》司马贞《索隐》引《系本》（即《世本》）及《律历志》曰：“黄帝使……隶首作算数”，后世文献关于“隶首作数”的记载盖皆本之《世本》。这一古史传说现在得到了出土资料的印证，“邠（隶）首者算之始”就是说隶首是算术的始祖。“少广”是《九章算术》、张家山汉简《算数书》、岳麓秦简《数》中的一种数学方法。“少广者算之市”<sup>④</sup>，是说“少广”术就像一个市场，学习算术者所需要的东西都可以在其中找到，即“所求者毋不有也”。值得注意的是，《算书》甲篇的第三部分“算题汇编”的第一题即为“少广”。

<sup>①</sup> 《北京大学出土文献研究所工作简报》，总第 3 期，2010 年 10 月。

<sup>②</sup> 《北大秦简牍整理发现中国最早数学理论论述》（光明日报）。2010-10-25。

<sup>③</sup> 最初介绍这篇文献时曾定名为《数论》，我认为容易与现代数学中的“数论”产生混淆，建议改成“陈起论数”或“鲁久次问数”，整理者取后者。我仍然认为前者突出了数学家陈起，比后者好。

<sup>④</sup> 此处“市”字与以往所见秦隶“市”字略有不同，但与北大秦简中其他“市”字对比，可确认为“市”字无疑。且本句“始”、“市”、“有”三字古音同属之部，形成韵文。

《算书》甲篇的第二部分是“九九术”，共 8 枚简，分上下五栏抄写，始于“九九八十一”，终于“一一而二”，与湖南里耶出土的九九表木牋基本相同，仅行款略有差异。可见“九九术”所采用的表格形式至迟在战国晚期已经定型，此后流传过程中很少发生变化。

第三部分“算题汇编”是《算书》甲篇的主体。其基本单位（学者多称为“算题”）的结构主要分为以下三类：

一、先以“某某述（术）曰”或“曰某某述（术）”开头叙述计算方法，如果有多种算法，则用“·其一述（术）曰”的形式补充在后。然后列举例题，例题往往有多道，每道题只有具体数据的差别。

二、先举例题，然后用“其述（术）曰”的形式概括计算方法，张家山汉简《筭数书》和《九章算术》中的算题大多属于这种结构。

三、仅叙述计算方法而无例题，为数不多，主要见于抽象运算，如“乘分”、“合分”、“约分”等。岳麓秦简《数》中的“乘分”算题还附带抄录了乘法口诀<sup>①</sup>，北大秦简的“乘分”则无乘法口诀，这一点与张家山汉简《筭数书》相同。

若干同类的内容编为一组，有一枚单独的“标题简”置于本组之前。“标题”书于该简正面上端，其上将竹简头端涂成黑方块，作为提示符号。可确定的这类“标题”有“田”、“租禾”、“租泉”、“自为实”等，概括了本组算题的内容。从算题的分组和“标题”的设置看来，主要是针对日常生产生活中遇到的各种实际问题来分类（比如租税计算除“租禾”外还有“租泉”），而不是以同类数学方法的总结和归纳为原则，体现了早期数学文献较为原始的特征。这种同类算题的分组与《九章算术》、岳麓秦简《数》相类似的“组群”性特点，但《数》未发现北大秦简这样的“标题简”。

《算书》甲篇的第四部分是衡制换算，包括石、钧、斤、两、甬（镗）、朱（铢）等单位的相互换算，如“一石而四钧”、“一钧而卅斤”等，其中一部分抄写于《日廷》下部的空白处。岳麓秦简《数》也有类似的内容。

《算书》乙篇由多道并列的算题组成，每道算题内部也分为算法和例题，但算题之间看不出甲篇那种“以类相从”的分组。算题内容包括金、布、锡、钱的交易比率，土方及粮食体积计算，距离计算等。每道算题都有自己的题名。

**湖北博物馆藏的睡虎地汉数学简** 湖北睡虎地汉墓出土了 216 枚数学竹简，定名为《算术》。竹简略有残缺，文字完整，字迹清晰。同时出土的最后一个历日是汉文帝后元七年（即公元前 157 年），有 10 枚简的照片发在《江汉考古》上。这批竹简正在整理，据初步了解，有一些题目与秦简《数》、汉简《筭数书》、《九章算术》相似，但是也有这些著作乃至整个中国传统数学著作中没有

<sup>①</sup> 参看陈松长《岳麓书院所藏秦简综述》，《文物》2009 年第 3 期。案：《岳麓书院藏秦简（贰）》已于 2011 年 12 月由上海辞书出版社出版，但写作此稿时未及见书，仅参考了此前发表的有关论文和网络所载介绍，有失征引之处尚请见谅。

的内容<sup>①</sup>。

此外安徽阜阳及山东临沂银雀山也有数学简牍的片断出土。阜阳汉简中有《九章算术》均输术的残存文字。

## 二. 秦汉数学简牍的特点

《九章算术》的体例特别是术文与题目的关系有以下几种情形<sup>②</sup>：

### 1. 一类问题的抽象性术文统率若干例题

这类内容往往是一术多题或一术一题。这是《九章算术》的主体部分所采取的形式。这里又有不同的情形：

(1) 给出一个或几个例题，然后给出一条或几条抽象性术文；例题中只有题目、答案，没有具体演算的术文，共有 73 术，106 个例题（商功章还有 6 术的例题附于其他题目之后，未计在内）。

(2) 先给出抽象的术文，再列出几个例题；例题只有题目、答案，亦没有演算术文，共 2 术，10 例题。

(3) 先给出抽象性的总术，再给出若干例题；例题包含了题目、答案、术文三项，其中的术文是总术的应用，共 7 术（盈不足术等 5 术不再计算在内），80 个例题。

这三种情形共 82 术，196 道题目，涵盖了方田、粟米、少广、商功、盈不足、方程等 6 章的全部，以及衰分章的衰分、均输章的均输、勾股章的解勾股形约占全书的 80%。在这里，术文是中心，是主体，题目是作为例题出现的，是依附于术文的，而不是相反。术文都是非常抽象、严谨，具有普适性，换成现代符号就是公式或运算程序。因此，我们将之称为术文统率例题的形式。

### 2. 应用问题集的形式

这类内容往往是一题一术。其术文的抽象程度也有所不同：

(1) 关于一种问题的抽象性术文。比如均输章“鳧雁”问，其术文虽未离开日数这种对象，但没有具体数字的运算，可以离开题目而独立存在，都有一定的抽象性。

(2) 具体问题的算草。《九章算术》中衰分章的非衰分题目，均输章的非均输类的大部分题目，勾股章的解勾股形题目及“立四表望远”等 4 个题目都是如此，所有术文都以题目的具体数字入算，它是不能离开题目而独立存在的。

《九章算术》采取应用问题集形式的部分共有 50 个题目（今有术、衰分术、返衰术所属的 40 个例题当然不计在内），全部是衰分章的非衰分类问题，均输章的非典型均输类问题，以及勾股章的解勾股形和立四表望远等问题。显然，这些内容都是以题目为中心的，术文只是所依附的题目的解法甚至演算细草，计算程序是正确的，却不具有《九章算术》大多数术文那样高度的抽象性、广泛的普适性等特点。

值得注意的是：以上这些不同的体例在岳麓秦简《数》、北大秦简《算书》都存在，而且以术文统率例题的形式占的比重最大，可见这是秦与先秦数学的共

<sup>①</sup> 蔡丹：在秦简《数》释读会上的报告，2010 年 9 月。

<sup>②</sup> 郭书春《关于中国传统数学的“术”》，见李文林等主编《数学与数学机械化》。山东教育出版社，2001 年版，第 441-456 页。此文在郭书春《古代世界数学泰斗刘徽》（山东科学技术出版社，1992 年版。修订本，台北明文书局，1995 年）的有关论述基础上作了某些修正。

同特点，反映了先秦比较重视数学理论研究。

### 三. 战国秦汉数学简牍的重大意义

这些数学简牍含有丰富的数学内容，对中国数学史研究具有极大的意义。邹大海已有文章论述。<sup>①</sup>现在仅想到以下几点，与各位同仁共商。

#### （一）提供了人们从未见过的关于秦与先秦数学的原始文献

一个多世纪来，研究中国数学史的学者无不因为没有秦和先秦的数学著作传世而遗憾。以往的文物发掘，只出土过少量的算筹及九九表的片段。我们主要根据出土的一些坛坛罐罐的形状、刻画及文史典籍中的鸿爪雪泥，推测秦与先秦的数学发展情况。战国秦汉数学简牍的发现提供了秦与先秦时期数学研究的人们从未见到过的第一手资料，使我们得以切实了解当时数学发展的某些真实情况。从这些数学简牍看，秦与先秦的数学相当发达，不仅有完整的九九乘法表，而且有完整的分数四则运算法则及方田、粟米、衰分、少广、商功、盈不足、勾股等方面的方法与问题。可以说，除了方程术即线性方程组解法以及标准的均输问题外，“九数”中其他七类的方法与题目都已发现，《九章算术》均输章的某些算术难题，也有发现，大大丰富了中国数学史的研究内容和范围。

#### （二）使对中国数学早期发展的虚无主义态度不攻自破

国内外学术界有一部分人对宋元以前的中国数学的成就是否存在表示怀疑。这里不是指那些对中国古代数学不了解，也不想了解的欧洲中心主义者及其在中国的信徒，比如有一位自称中国科学院上海分院的资深研究员，他竟将学术界耳熟能详的大科学家笛卡儿、莱布尼茨说成古希腊人，把数学上黑暗的欧洲中世纪吹得天花乱坠，却挖苦中国古代只知道勾股定理，在数学上“交了白卷”，并把现在中国得不到诺贝尔奖归罪于中国古代。遗憾的是，这类高论不断见之于出版物，甚至是如《中国科学报》（今《科学导报》）、《自然辩证法通讯》等在学术界久负盛名的权威报刊。这里指的不是这种“无知者无畏”发表高论的人，而是某些对中国古代数学有深入研究的学者，因为除了敦煌算书等零星资料——这些资料的内容都比较浅显，而且都是5至10世纪的作品——外，没有宋以前的数学文本传世，他们便怀疑两汉魏晋南北朝的数学成就的真实性，更怀疑那时是不是有数学著作存在，说什么《九章算术》据说成书于汉代，实际上它的最早文本出现在南宋。言外之意，中国古代数学的可靠资料是在南宋嘉定年间鲍澣之刊刻宋本算经之后，以前都是靠不住的。1983年底1984年初《算数书》的出土，在某种程度上批驳了这种错误看法。但是，与《算数书》同时出土的历日的最后年代是吕后二年（公元前186年），说其中绝大多数问题产生于秦与先秦<sup>②</sup>，在先秦存在并且存在不止一部数学著作<sup>③</sup>，是学者们经过考证得出的结论，并不是显然的。而战国秦汉数学简牍的出土，给世人提供了秦与先秦数学的未经后人改窜的原始文本，不仅批驳了两汉没有数学著作存在的谬说，使某些学者对中国数学的早期发展情况采取的虚无主义态度不攻自破。

#### （三）为彻底解决《九章算术》的成书提供了有力的佐证

<sup>①</sup> 邹大海：出土简牍与中国早期数学史。《人文与社会》第2卷第3期（2008）

<sup>②</sup> 彭浩：《张家山汉简〈算数书〉注释》，北京：科学出版社，2001年。

<sup>③</sup> 《算数书》不是一部系统编纂的著作，而是从许多著作摘编而成的。见：郭书春：《〈算数书〉初探》，《国学研究》第11期，第307-349页，2003.6。

一千七百多年来,关于《九章算术》的成书问题一直有不同的说法。由于《九章算术》是中国古代最重要的数学经典,历来居算经之首,因此,关于《九章算术》的成书是20世纪以来人们关注的重要课题。这里有三个互相联系又有所不同侧重的问題。一是《九章算术》主要的数学方法和题目完成于什么时候,二是先秦是不是存在某种形态的《九章算术》,三是刘徽所看到的《九章算术》到底在什么时候编定的。

### 1. 《九章算术》主要的数学方法和题目完成于什么时候

对这个问题,中国数学史学科的奠基人之一钱宝琮(1892-1974)说:“无可怀疑的是《九章算术》方田、粟米、衰分、少广、商功等章中的解题方法,绝大部分是产生于秦以前的。”<sup>①</sup>笔者认为:“除‘方程’尚未从先秦典籍中找到资料外——从文史典籍中找数学方法的资料,本来是很难的——其余八章的数学方法,甚至某些题目,都能从先秦典籍和出土文物中找到根据。”<sup>②</sup>这是在看到汉简《算数书》及秦简《数》的释文之前说的,笔者实际上认为,“《九章算术》的主体即采取术文统率例题的部分的方法和大多数例题在战国及秦代已完成了。”<sup>③</sup>这一认识对于解决《九章算术》的编纂至关重要。

《算数书》虽然不是《九章算术》的前身<sup>④</sup>,但是,《算数书》与秦简《数》、北大藏数学简与《九章算术》有许多共同的方法甚至题目。这些共同的内容无疑是先秦数学界的共识。这再一次说明,《九章算术》的主要方法和题目完成于先秦。

### 2. 先秦是不是存在某种形态的《九章算术》

学术界公认,《九章算术》是经过长期积累,由“九数”发展而来<sup>⑤</sup>,在汉代完成的。但是,明之前的数学家的具体说法却不尽相同。自清中叶以来,许多学者更是各抒己见。在现存资料中,最先谈到《九章算术》编纂的是刘徽。他说:

周公制礼而有九数。九数之流,则《九章》是矣。往者暴秦焚书,经术散坏。自时厥后,汉北平侯张苍、大司农中丞耿寿昌皆以善算命世。苍等因旧文之遗残,各称删补。故校其目则与古或异,而所论者多近语也<sup>⑥</sup>。

就是说,刘徽认为,《九章算术》是由“九数”发展起来的,并且在先秦形成了某种形态的文本。这种《九章算术》在秦火(笔者认为还应包括秦末的战乱,特别是项羽等人的烧掠)中遭到破坏。

应当指出,在这里,我们不能将刘徽之后的古代数学家的看法以及近人、今人的猜度与刘徽的论述放到同等的地位来讨论。换言之,只有先驳倒刘徽,才能考虑刘徽之后的古人的说法是不是合理。没有发现刘徽论述的漏洞就否定刘徽的说法,提出各种猜度,实际上是无稽之谈。后面将谈到,戴震等人否定刘徽论述

<sup>①</sup> 钱宝琮:《九章算术提要》。见钱宝琮校点《算经十书》,上册。北京:中华书局,2003。《李俨钱宝琮科学史全集》,第4卷,沈阳:辽宁教育出版社,1998年。

<sup>②</sup> 郭书春:《古代世界数学泰斗刘徽》,济南:山东科学技术出版社,1992年。繁体字修订本,台北:明文书局,1995年。

<sup>③</sup> 郭书春:《九章算术译注·前言》,上海古籍出版社,2009.10,2010.4。

<sup>④</sup> 郭书春:《关于〈算数书〉与〈九章算术〉的关系》。《曲阜师范大学学报(自)》第34卷第3期(2008年)。

<sup>⑤</sup> 东汉郑玄(127-200)引郑众(?-83)《周礼注》释“九数”曰:“九数:方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要。今有重差、夕桀、勾股也”<sup>⑥</sup>。陆德明认为“夕桀”系衍文。见《周礼》,《十三经注疏》。北京:中华书局,1982年。

<sup>⑥</sup> 郭书春汇校:汇校《九章算术》增补版。沈阳:辽宁教育出版社,台北:九章出版社,2004年。

的所谓“史料”都是错误的，而对《九章算术》体例的分析，以及对其所涉及到的物价的分析证明，刘徽的论述是完全正确的。

《九章算术》可以分成术文统率例题与应用问题集两种体例，而术文统率例题的形式又可以分为三种不同的情形。体例的差异说明《九章算术》不可能是一个时代编纂完成的，它经过了几个世代许多数学家的努力。术文统率例题形式的三种情形共 82 术，196 问，覆盖了方田、粟米、少广、商功、盈不足、方程等六章的全部，衰分、均输章的衰分、均输问题，以及勾股章的勾股术、勾股容方、容圆、测邑诸术等。而采取应用问题集的形式的内容是余下的衰分章的非衰分类问题、均输章中的非标准均输类问题，以及勾股章解勾股形诸问及因木望山等 3 问<sup>①</sup>。勾股章的勾股术、勾股容方、容圆、测邑诸术等是先秦九数中“旁要”的内容。那么若将勾股章的这部分恢复“旁要”的篇名并剔除解勾股形诸问及因木望山等 3 问，并将衰分章、均输章剔除非衰分类、均输类的内容，则《九章算术》采取术文统率例题的部分，其内容不仅完全与篇名相符，而且与二郑所说的“九数”惊人地一致。这证明，刘徽所说的“九数之流，则《九章是矣》”，以及“校其目则与古或异”，是言之有据的，“九数”确实是《九章算术》的滥觞。

日本堀毅考察了《九章算术》与《史记》、《汉书》、《居延汉简》等所反映的物价。他得出结论说：“认为《九章算术》里的物价即汉代物价是颇勉强的。”而“《九章算术》基本上反映出战国、秦时的物价。”<sup>②</sup>这与刘徽的论述是吻合的。将《九章算术》中的价格所反映的时代分野与其体例的差异结合起来分析将更加加强刘徽的看法。《九章算术》与汉代的价格的比较分析共涉及 31 个问题，其中与汉代价格相差较大而与战国、秦代接近的有 20 个问。在这 20 问中有 18 问属于术文统率例题的形式。而与汉代价格相近而与战国、秦代价格相差较大的题目有 11 问，其中有 7 问属于应用问题集的形式，有 4 问属于术文统率例题的形式。

总而言之，现有的历史资料不仅没有与刘徽关于《九章算术》编纂过程的论述相矛盾之处，反而证明了刘徽关于《九章算术》的编纂的论述是完全正确的。

此外，刘徽具有实事求是的严谨学风和高尚的道德品质，我们不能不相信刘徽的话。他设计了牟合方盖，指出了解决球体积的正确途径，虽然功亏一篑，没有求出牟合方盖的体积，但他不仅没有掩饰自己的不足，反而直言：“判合总结，方圆相缠，浓纤诡互，不可等正。欲陋形措意，惧失正理，敢不阙疑，以俟能言者。”“隶首作数”是当时的传统看法，他却说“其详未之闻也”。在描绘了堑堵的形状之后，他说“未闻所以名之为堑堵之说也”。整个刘徽注洋溢着言必有据，不讲空话的崇高精神。因此，刘徽的话有百分之百的可信度。

总之，关于《九章算术》的编纂，我们应该相信刘徽的话。随意否定刘徽的话，甚至杜撰别的说法，不是科学的态度。

### 3. 刘徽看到的《九章算术》到底在什么时候编定的

刘徽认为，他所看到的《九章算术》是经过西汉张苍（？—公元前 152）、耿寿昌（公元前 1 世纪）编订的。上面指出，刘徽的话是值得相信的，如果没有可靠的资料，他没有看到张苍、耿寿昌删补《九章算术》的确凿记载，对《九章算术》的编纂这样严肃的问题，是绝对不可能随便讲的。以刘徽的记载是孤例、没有旁证为由否定刘徽的话，是没有道理的。因为岁月延宕，天灾人祸，刘徽当

<sup>①</sup> 郭书春：《关于中国传统数学的“术”》。李文林等主编：《数学与数学机械化》。济南：山东教育出版社，2001 年。此文在笔者《古代世界数学泰斗刘徽》的有关论述基础上作了某些修正。

<sup>②</sup> [日]堀毅：《秦汉物价考》。《秦汉法制史考论》。北京：法律出版社，1988 年。

时能看到的资料，流传到清中叶和今天的，百无一二。在这流传到戴震时代少数著作中，戴震等人能读到并且读了之后能记住的，亦百无一二。戴震等人囿于自己的知识结构否定刘徽的论述，其偏颇可想而知。事实上，戴震等人否定张苍删补《九章算术》的主要根据一是其中有地名“上林”<sup>①</sup>，二是有均输问题，说这都是汉武帝时才有的，因此张苍不可能参与《九章算术》的删补。实际上，秦始皇时就有上林苑<sup>②</sup>，与《算数书》同时出土的竹简就有均输律<sup>③</sup>。否定刘徽论述的两个最主要的理由不复存在。

《九章算术》本身的情况也证明刘徽的话是正确的。它采取应用问题集形式的部分不仅体例、风格与术文统率例题的部分完全不同，而且题目的性质与所在章的篇名所反映的性质也有区别，有明显的补缀性质，编纂思想也有较大的差异<sup>④</sup>。比较秦简《数》、汉简《算数书》与《九章算术》的少广问题，就会发现，前二者文字古朴，而后者是汉代的语言，说明刘徽说的“所论者多近语也”也是言之有据的。

此外，从编纂《九章算术》的指导思想，钱宝琮认为<sup>⑤</sup>，《九章算术》的算法以实际问题为根本目的等特点，表现了“实事求是”的作风，正是接受了荀子的唯物主义思想。另一方面，《九章算术》对数学概念不作定义，对数学公式、解法没有推导和证明，也体现了荀子的“约定俗成”与“学有所止”<sup>⑥</sup>的思想。就是说，《九章算术》是在荀派儒学思想的指导下编纂的。对张苍的思想资料，历史记载极少。但是，荀子(前 313?-前 238 年)将《春秋左氏传》“授张苍”。张苍将《左传》传给贾谊<sup>⑦</sup>。可见荀子、张苍、贾谊是嫡传的师生关系。贾谊是西汉初荀派儒学的主要代表人物。由此可知，张苍是信奉荀派儒学的<sup>⑧</sup>。这也与《九章算术》的编纂思想相吻合。

总之，《九章算术》是张苍、耿寿昌删补编订的，这一事实不容否定。

#### (四) 为中国传统数学的第一个高潮发生在春秋战国提供了可靠文献

笔者通过对《九章算术》及其刘徽注的研究，在上世纪 90 年代得出中国传统数学的第一个高潮发生在春秋战国，西汉编订《九章算术》只是这个高潮的总结的结论<sup>⑨</sup>。我虽然坚信这个看法是正确的，但当时苦于缺少实证。2000 年《算数书》释文的公布，其中丰富的数学内容及彭浩先生关于《算数书》绝大多数问题产生于秦及先秦的结论，才使我心中的一块石头落了地。现在，又有几批战国秦汉数学简牍被发现，提供了更多的研究秦与先秦数学的可靠文献，彻底结束了主要是靠对《九章算术》及其刘徽注的分析、推理得出中国传统数学的第一个高潮发生在春秋战国的局面。

<sup>①</sup> [清]戴震：《九章算术提要》。载《武英殿聚珍版丛书》本《九章算术》。见郭书春主编：《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第 1 册。郑州：河南教育出版社，1993 年。

<sup>②</sup> [汉]司马迁：《史记·秦始皇本纪》。北京：中华书局，1959 年。

<sup>③</sup> 李学勤：《中国数学史上的重大发现》。《文物天地》，1985 年第 1 期。

<sup>④</sup> 郭书春主编：《中国科学技术史·数学卷》，科学出版社，2010. 10。

<sup>⑤</sup> 钱宝琮：《〈九章算术〉及其刘徽注与哲学思想的关系》。《李俨钱宝琮科学史全集》，第 9 卷。辽宁教育出版社，1998 年。

<sup>⑥</sup> [战国]荀卿：《荀子》。《荀子简注》，上海人民出版社，1975 年。

<sup>⑦</sup> [西汉]刘向：《春秋序》。《春秋左传注疏》孔颖达疏引刘向《别录》。见：《十三经注疏》。北京：中华书局，1980 年。

<sup>⑧</sup> 郭书春：《张苍与〈九章算术〉》。载：《科史薪传》。沈阳：辽宁教育出版社，1997 年。

<sup>⑨</sup> 邹大海：《中国数学的兴起与先秦数学·后记》。石家庄：河北科学技术出版社，2001 年。

### 三. 期望与建议

目前，对岳麓书院藏秦简《数》的研究方兴未艾，而北大藏秦数学简与湖北博物馆藏汉数学简正在整理之中，我们还不能窥其全豹。我们提出两个期望：

一是希望加快北大藏秦数学简与湖北博物馆藏汉数学简的整理速度，使之释文早日面世。

二是希望数学史界更多的同仁参加战国秦汉数学简牍的研究。先秦数学是中国传统数学的源头与基石，过去，我们的认识不得不处于扑簌迷离的状态。随着战国秦汉数学简牍的发现与研究，先秦数学的神秘面纱正逐步揭开，使我们对先秦数学的认识有可能更加接近历史真实的彼岸。

在对战国秦汉数学简牍的深入研究基础上，有两项工作应该做：

一是组织数学史、文物考古及古文字专家，对战国秦汉数学简牍进行全面校注；

二是正如道本周先生提议的，在适当时候召开战国秦汉数学简牍的国际学术讨论会，以便总结并推动战国秦汉数学简牍及先秦秦汉乃至整个中国数学史的研究。



湖南里耶出土的秦九九表



秦简《数》的部分简(岳麓书院供图)