

|             |  |
|-------------|--|
| Title       | 需要家, 供給家と送電家からなるネットワーク構造を持つ電力スポット市場の電力価格決定   |
| Author(s)   | 河野, 佑; 澤田, 英司; 安居, 貴弘; 大塚, 敏之  |
| Citation    | システム制御情報学会論文誌 (2017), 30(9): 366-372   |
| Issue Date  | 2017-09-10   |
| URL         | <a href="http://hdl.handle.net/2433/241588">http://hdl.handle.net/2433/241588</a>                  |
| Right       | © 2017 システム制御情報学会 (The Institute of Systems, Control and Information Engineers); 発行元の許可を得て登録しています。 |
| Type        | Journal Article  |
| Textversion | publisher  |

# 需要家, 供給家と送電家からなるネットワーク構造を持つ電力スポット市場の電力価格決定\*

河野 佑<sup>†</sup>・澤田 英司<sup>‡</sup>・安居 貴弘<sup>§</sup>・大塚 敏之<sup>¶</sup>

## Spot Pricing of Electricity Market with Network Structure Composed of Consumers, Suppliers, and Transmission Companies\*

Yu KAWANO<sup>†</sup>, Eiji SAWADA<sup>‡</sup>, Takahiro YASUI<sup>§</sup> and Toshiyuki OHTSUKA<sup>¶</sup>

In this paper, we propose a spot pricing method of an electrical network composed of consumers, suppliers, and transmission companies. The electricity pricing is formulated as a maximization problem of the sum of consumers surplus and profits of suppliers and transmission companies. If there exists a solution to the maximization problem, it is the unique solution for a system of differential algebraic equations with boundary conditions. A numerical simulation demonstrates that an electricity market consisting of two areas is designed to reduce the areal difference of electricity prices.

### 1. はじめに

近年, 電力産業において, 規模の経済の崩壊や電力需要の増加などによって, 電力自由化 [1] が注目を浴びている. 欧米の一部の国と地域では 1990 年代から積極的に競争的電力市場の導入が行われており, ノルウェー市場・スウェーデン市場・PJM (ペンシルバニア, ニュージャージー, メリーランド, 他州) 市場・カリフォルニア市場などがその例である. わが国では, 2020 年ころをめどに, 三段階に分けて電力市場の創設・整備, 規制改革を目指す改革案 [2] が, ようやく 2013 年にまとめられた. その第一段階が 2015 年からスタートしており, 電力市場の完全自由化に向けて着々と進んでいる.

完全自由化市場においては電力卸取引市場に続いて,

\* 原稿受付 2016 年 10 月 20 日

<sup>†</sup> フローニンゲン大学 数学自然科学部 Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Groningen; Nijenborgh 4, 9747 AG Groningen, The Netherlands

<sup>‡</sup> 九州産業大学 経済学部 経済学科 Faculty of Economics, Kyushu Sangyo University; 2-3-1 Matsukadai Higashiku, Fukuoka 813-8503, JAPAN

<sup>§</sup> (株)ボストンコンサルティンググループ The Boston Consulting Group; The New Otani Garden Court, 4-1 Kioi-cho, Chiyoda-ku, Tokyo 102-0094, JAPAN

<sup>¶</sup> 京都大学 大学院 情報学研究科 Graduate School of Informatics, Kyoto University; Yoshida Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto city, Kyoto 606-8501, JAPAN

**Key Words:** spot pricing, electric power systems, Euler-Lagrange equations.

小売市場も完全自由化し, すべての需要家, 供給家と送電家が自由に取引できる環境が整う. 卸電力価格は, 参加者の入札によるオークションにおいて決定され [3–5], その落札価格は小売電力価格にも大きく影響する. このため, 需要が高まっている時間帯においては電気料金が上昇し, 結果として需要量が抑制される. よって, ピーク需要に備えた過大な発電・送電施設などの建設が不要になり, 結果として電気料金の全体的な引き下げにつながる. これこそが電力自由化における最大の利点 [6] である. しかしながら, 社会のインフラである電力を無規制なオークションで取引することによって, おもに以下二つの弊害が生じる.

一つ目は, 社会インフラとしての効率性の問題である. 1 日の中で需要量が大きく変動すると, 供給家はそれに合わせて発電量を調整する必要があり, 発電機の始動と停止を繰り返す過酷な運転をしなければならない. 発電施設はより高い出力調整能力や耐久性が求められ, また物理的疲労が発電機に蓄積される. さらに, より高度な給電技術・技能が求められるため, そのぶん人件費や養成費なども大きくなる. このように, 需要変動が大きければインフラとしての効率性が失われ, 建設費, 修繕費, 人件費などのコストを押し上げる要因となる [7]. とくに, 日本は他国と比べて 1 日の需要変動が大きいことが知られている [8].

二つ目は, 安定性の問題である. 電力はその性質上貯蔵が困難であり, 電力需給の一致の失敗は大規模停電に

つながるおそれがある。たとえ微小な需給ギャップであっても周波数変動が生じ、発電機保護のため発電機が電力ネットワークから切断されるからである。利己的な需要家・供給家同士の取引では急な取引不成立や供給力不足などの可能性があり、社会インフラとして安定的な電力供給が実現できない。

本研究の目的は、効率性を改善するため、電力取引市場の中で最も支配的として知られる前日スポット市場 [9,10] を、社会全体の利益である社会厚生を最大化するように設計することである。安定性に関しては、タイムスケールが異なるため、別のリアルタイム市場で扱われるべきである。これについては、文献 [11–13] を参照されたい。効率性を改善するために、文献 [7] では、急激な供給量変化に対応するためのコストを陽に評価した新たな電力価格制度が提案され、ピーク時における供給量変化率を低減できることを明らかにしている。しかしながら、そこでは 1 エリアのモデルしか考えられていない。通常、電力システムはネットワーク構造を有しており、送電線を介して他エリアへと電力を送ることができる。すなわち、送電を有効利用することで、より効率のよい価格制度を設計できる。そこで、本研究では需要家と供給家に加えて、送電家を含めた電力市場において、需要家の消費者余剰、供給家と送電家の利潤の和を社会厚生とした新たな電力価格制度を設計する。

本論文の構成はつぎの通りである。2 節では電力市場モデルとして、需要家、供給家と送電家のモデルについて論じる。3 節では電力価格を制御して社会厚生を最大化を行う最適化問題を定式化、すなわち電力価格決定のメカニズムを提案する。そして、最適電力価格が最適化問題から定まる微分代数方程式を 2 点境界値条件のもとで解くことで求められることを明らかにし、さらに電力価格決定メカニズムの解析を行う。4 節ではシミュレーションを行い、2 エリアの場合に提案した市場がどのように機能するのかを考察する。最後に、5 節で結論を述べる。

## 2. モデル

送電線で接続された  $n$  個のエリアからなる電力ネットワークを考える。本論文では電力の小売取引を考えず、各エリア内に多数存在する需要家と供給家をそれぞれひとまとめにしたものを単に需要家と供給家とよぶ。各エリア間の送電家についても同様である。すなわち、電力ネットワークは各エリアを頂点としエリア間の送電線を辺とするグラフで表現され、その各頂点には需要家と供給家が、そして各辺には送電家が、それぞれ一つずつ対応付けられている。本論文での電力価格は、供給家と最終的な需要家との間の電力の取引価格となる。

### 2.1 需要家のモデル

電力需要量は昼間に増加し夜間に減少する。このような特徴を表現するため、時間とともに連続的に変化する限界効用曲線を考える。天候など不確定要素の影響を考慮する場合でも、適切な期待値を考えれば以下の議論はそのまま成り立つが、記述を簡単にするためすべて確定値とする。すなわち、エリア  $i$  の需要家は、時刻  $t \in [0, 24]$  における電力需要量  $x_i(t)$  を表す需要関数

$$x_i(t) = D_i(p_i(t), t) \quad (1)$$

を内在的に有するとする。ただし、 $p_i(t)$  は時刻  $t$  における電力価格である。本研究では、逆需要関数

$$p_i(t) = P_i(x_i(t), t) \quad (2)$$

が存在し、

$$P_i(x_i, t) > 0 \quad (x_i > 0, t \in [0, 24]) \quad (3)$$

$$\frac{\partial P_i(x_i, t)}{\partial x_i} < 0 \quad (x_i > 0, t \in [0, 24]) \quad (4)$$

を満たすとする。(4) 式は限界効用逓減の法則が成り立つことを意味している。逆需要関数は、電力消費量を  $x_i$  から 1 単位増やすとき需要家がいくら支払う意思があるかを表しており、それを積分した

$$B_i(x_i, t) := \int_0^{x_i} P_i(q_i, t) dq_i \quad (5)$$

は、電力消費量  $x_i$  に対する需要家の金銭的評価額を意味する。そこから電力消費量  $x_i$  に対する需要家の支払額  $p_i x_i$  を引いた正味の便益が消費者余剰である。したがって、時刻  $t$  におけるエリア  $i$  の需要家が取引によって得る消費者余剰は

$$B_i(x_i(t), t) - p_i(t)x_i(t) \quad (6)$$

と表すことができる。

### 2.2 供給家のモデル

エリア  $i$  の供給家の可変費用は、おもに発電のための燃料費である。実際には、再生可能エネルギー発電を考えると天候など不確定要素の影響も受け、その場合は適切な期待値を考えることになるが、議論の簡単化のためここでは確定値のみを考える。このとき、可変費用の時間変化率は逆需要関数に比べて小さいと考えられるため、時刻に依存しないとする。可変費用は、発電量  $y_i(t)$  とその時間変化率  $\dot{y}_i(t) := dy_i(t)/dt$  の増加関数と仮定する。これは、発電量が増えれば立ち上げる発電機の数が増え、また需要量の増加率が大きいと、応答が速い代わりに燃料費が高い発電機を立ち上げなければならないためである。さらに、需要量の減少率が大きいことが予想される場合、それに対応するために、燃料費が高い発電機を使い続けなければならない。これらの様子を表現するために、可変費用は発電量  $y_i(t)$  の関数である費用関

数と発電量変化率  $\dot{y}_i(t)$  の関数の和であるとする<sup>1</sup>。一般に、費用関数  $C_i(y_i(t))$  は  $y_i(t)$  の増加関数で、その限界費用は増傾向にある。そこで、 $y_i(t) > 0$  について、

$$\frac{dC_i(y_i)}{dy_i} > 0, \frac{d^2C_i(y_i)}{dy_i^2} > 0 \quad (7)$$

を仮定する。また、上述の様子を模擬するために発電量変化率の関数  $S(\dot{y}_i)$  は

$$\frac{dS(\dot{y}_i)}{d\dot{y}_i} \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0 \Leftrightarrow \dot{y}_i \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0 \quad (8)$$

を満たすと仮定する。さらに、費用増加の割合も増加すると考えられ

$$\frac{d^2S(\dot{y}_i)}{d\dot{y}_i^2} > 0 \quad (9)$$

を満たすとも仮定する。以上より、時刻  $t$  におけるエリア  $i$  の供給家の利潤は

$$p_i(t)y_i(t) - C_i(y_i(t)) - S_i(\dot{y}_i(t))$$

と表すことができる。

### 2.3 送電家のモデル

エリア  $(i, j)$  間の送電費用には、送変電設備の維持費用や送電そのものに関する費用がある。これらの費用は、エリア  $i$  から  $j$  への送電量  $z_{(i,j)}(t) = -z_{(j,i)}(t)$  の絶対値の増加関数であり、費用増加の割合も増加すると考えられる。そこで、送電費用関数  $T_{(i,j)}$  は

$$\frac{dT_{(i,j)}(z_{(i,j)})}{dz_{(i,j)}} \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0 \Leftrightarrow z_{(i,j)} \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0 \quad (10)$$

$$\frac{d^2T_{(i,j)}(z_{(i,j)})}{dz_{(i,j)}^2} > 0 \quad (11)$$

を満たすと仮定する。このとき、時刻  $t$  におけるエリア  $(i, j)$  間の送電家の利潤は

$$(p_j(t) - p_i(t))z_{(i,j)}(t) - T_{(i,j)}(z_{(i,j)}(t))$$

と表すことができる。

## 3. 最適料金の導出

エリア数を  $n$  とし、エリア  $i$  と送電線で繋がれているエリアの集合を  $N_i$  とすると、時刻  $t$  における社会厚生は

$$W := \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j>i \\ j \in N_i}} \left( (B_i(x_i(t), t) - p_i(t)x_i(t)) + (p_i(t)y_i(t) - C_i(y_i(t)) - S_i(\dot{y}_i(t))) + (p_j(t) - p_i(t))z_{(i,j)}(t) - T_{(i,j)}(z_{(i,j)}(t)) \right)$$

と表すことができる。ただし、 $\sum_{j>i, j \in N_i}$  は  $j > i$  と  $j \in N_i$  の両方を満たす  $j$  について総和を取ることを意味する。さらに、エリア  $i$  での需要量  $x_i$  と発電量  $y_i$  との差が他エリアからの総送電量に等しいことから

$$-x_i(t) + y_i(t) + \sum_{j \in N_i} z_{(i,j)}(t) = 0 \quad (12)$$

が成り立ち、これより

$$W = \sum_{i=1}^n \left( B_i(x_i(t), t) - C_i \left( x_i(t) - \sum_{j \in N_i} z_{(i,j)}(t) \right) - S_i \left( \dot{x}_i(t) - \sum_{j \in N_i} \dot{z}_{(i,j)}(t) \right) - \sum_{\substack{j>i \\ j \in N_i}} T_{(i,j)}(z_{(i,j)}(t)) \right)$$

が成り立つ。

本研究では、社会厚生を最大化問題を

$$\max_{\substack{x_i(t) > 0 \\ z_{(i,j)}(t)}} \int_0^{24} W(x_i(t), \dot{x}_i(t), z_{(i,j)}(t), \dot{z}_{(i,j)}(t), t) dt \quad (13)$$

と定式化する。そして、時刻 0 を深夜として1日の最初と最後に電力需要量が等しいと仮定し、境界条件は

$$x_i(0) = x_i(24) > 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (14)$$

$$z_{(i,j)}(0) = z_{(i,j)}(24) \quad (i=1, \dots, n; j \neq i; j \in N_i) \quad (15)$$

とする。ただし、他の境界条件にも以下で用いる変分法は適用可能であり、後述する命題を示せる。また、社会厚生  $W$  は関数  $B_i, C_i, S_i, T_{(i,j)}$  の1次式なので、これらの関数が期待値を表すとすれば、天候などの不確実性がある場合も社会厚生を最大化する問題として扱うことができる。

(13)式において、需要量  $x_i(t)$  は正であるが、送電量  $z_{(i,j)}$  は向きに応じて正負両方を取りうる。さらに、発電量も正である必要があるため、(12)式より

$$x_i(t) - \sum_{j \in N_i} z_{(i,j)}(t) > 0$$

を満たすものを解とする。この最適化問題の解  $x_i^{\text{opt}}(t) > 0, z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t) (t \in [0, 24])$  が存在したとする。このとき、最適電力価格は逆需要関数より、

$$p_i^{\text{opt}}(t) = P_i(x_i^{\text{opt}}(t), t) \quad (16)$$

と求まる。

<sup>1</sup>文献 [7] によれば、設備の減価償却費や設備修繕費の一部も発電量変化率の関数として表現できる。

いま， $x_i(t), z_{(i,j)}(t)$  は  $C^2$  級関数であると仮定する．

いま， $W(x_i, \dot{x}_i, z_{(i,j)}, \dot{z}_{(i,j)}, t)$  は，逆需要関数  $P_i(x_i, t)$ ，供給家の費用関数  $C_i(y_i) + S_i(\dot{y}_i)$ ，送電家の費用関数  $T_{(i,j)}(z_{(i,j)})$  に関する仮定より  $C^2$  級関数であるため，変分法から求まる方程式は， $z_{(i,j)} = -z_{(j,i)}$  より

$$\begin{aligned} & \left. \frac{\partial B_i(x_i(t), t)}{\partial x_i} - \frac{dC_i(y_i)}{dy_i} \right|_{y_i=x_i(t)+z_{(i,j)}(t)} \\ & + \frac{d}{dt} \left( \left. \frac{dS_i(\dot{y}_i)}{d\dot{y}_i} \right|_{\dot{y}_i=\dot{x}_i(t)+\dot{z}_{(i,j)}(t)} \right) = 0 \\ & - \left. \frac{dC_i(y_i)}{dy_i} \right|_{y_i=x_i(t)+z_{(i,j)}(t)} + \left. \frac{dC_j(y_j)}{dy_j} \right|_{y_j=x_j(t)-z_{(i,j)}(t)} \\ & + \frac{d}{dt} \left( \left. \frac{dS_i(\dot{y}_i)}{d\dot{y}_i} \right|_{\dot{y}_i=\dot{x}_i(t)+\dot{z}_{(i,j)}(t)} \right) \\ & - \frac{d}{dt} \left( \left. \frac{dS_j(\dot{y}_j)}{d\dot{y}_j} \right|_{\dot{y}_j=\dot{x}_j(t)-\dot{z}_{(i,j)}(t)} \right) - \frac{dT_{(i,j)}(z_{(i,j)}(t))}{dz_{(i,j)}} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

である．いま，(18) 式に (17) 式を代入すると

$$\frac{dT_{(i,j)}(z_{(i,j)}(t))}{dz_{(i,j)}} = -\frac{\partial B_i(x_i(t), t)}{\partial x_i} + \frac{\partial B_j(x_j(t), t)}{\partial x_j} \quad (19)$$

が得られるため，(18) 式の代わりに (19) 式を用いてもよい．つぎに，横断性条件に関する式は

$$\left. \frac{dS_i(\dot{y}_i)}{d\dot{y}_i} \right|_{\dot{y}_i=\dot{x}_i(0)+\dot{z}_{(i,j)}(0)} = 0 \quad (20)$$

$$\left. \frac{dS_i(\dot{y}_i)}{d\dot{y}_i} \right|_{\dot{y}_i=\dot{x}_i(24)+\dot{z}_{(i,j)}(24)} = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \left. \frac{dS_i(\dot{y}_i)}{d\dot{y}_i} \right|_{\dot{y}_i=\dot{x}_i(0)+\dot{z}_{(i,j)}(0)} \\ & - \left. \frac{dS_j(\dot{y}_j)}{d\dot{y}_j} \right|_{\dot{y}_j=\dot{x}_j(0)-\dot{z}_{(i,j)}(0)} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \left. \frac{dS_i(\dot{y}_i)}{d\dot{y}_i} \right|_{\dot{y}_i=\dot{x}_i(24)+\dot{z}_{(i,j)}(24)} \\ & - \left. \frac{dS_j(\dot{y}_j)}{d\dot{y}_j} \right|_{\dot{y}_j=\dot{x}_j(24)-\dot{z}_{(i,j)}(24)} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

であり，(22)，(23) 式に (20)，(21) 式を代入すると，

$$-\left. \frac{dS_j(\dot{y}_j)}{d\dot{y}_j} \right|_{\dot{y}_j=\dot{x}_j(0)-\dot{z}_{(i,j)}(0)} = 0 \quad (24)$$

$$-\left. \frac{dS_j(\dot{y}_j)}{d\dot{y}_j} \right|_{\dot{y}_j=\dot{x}_j(24)-\dot{z}_{(i,j)}(24)} = 0 \quad (25)$$

を得る．さらに， $z_{(i,j)} = -z_{(j,i)}$  より，これは (20)，(21) 式と一致する．すなわち，(22)，(23) 式は，(20)，(21) 式から求まる．したがって，(22)，(23) 式は冗長な条件である．(20)，(21) 式と  $S$  に関する仮定 (8) より

$$\dot{x}_i(0) + \dot{z}_{(i,j)}(0) = 0 \quad (26)$$

$$\dot{x}_i(24) + \dot{z}_{(i,j)}(24) = 0 \quad (27)$$

と求まる．以上をまとめると，微分代数方程式 (17)，(19) を横断性条件 (14)，(15)，(26)，(27) のもとで解けばよい．

それでは，微分代数方程式 (17)，(19) に基づいて，最適化問題の解析を行う．まず，最適性について以下が従う．

**【命題 1】** 横断性条件 (14)，(15)，(26)，(27) のもとで，微分代数方程式 (17)，(19) が解  $x_i(t) > 0$ ， $z_{(i,j)}(t)$  ( $t \in [0, 24]$ ) をもつとする．すると，これは最適化問題 (13) の孤立局所最適解である．

(証明) 最適性を二次の十分条件を用いて示す．条件 (11) より  $dT_{(i,j)}(z_{(i,j)})/dz_{(i,j)}$  の逆関数が存在するため，(19) 式より  $z_{(i,j)}$  は  $x_i$  から一意に定まる．したがって， $W$  が  $z_{(i,j)}$ ， $\dot{z}_{(i,j)}$  の値によらず  $(x, \dot{x}) := (x_1, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n)$  の厳密な凹関数であることを示せばよい．さて，

$$\begin{aligned} & \left. \frac{\partial^2 W}{\partial \dot{x}_i^2} = -\frac{d^2 S_i(\dot{y}_i)}{d\dot{y}_i^2} \right|_{\dot{y}_i=\dot{x}_i+\dot{z}_{(i,j)}} \\ & \frac{\partial^2 W}{\partial \dot{x}_j \partial \dot{x}_i} = 0 \quad (i \neq j) \\ & \frac{\partial^2 W}{\partial x_j \partial \dot{x}_i} = 0 \\ & \left. \frac{\partial^2 W}{\partial x_i^2} = \frac{\partial B_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} - \frac{d^2 C_i(y_i)}{dy_i^2} \right|_{y_i=x_i+z_{(i,j)}} \\ & \frac{\partial^2 W}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \quad (i \neq j) \end{aligned}$$

であり，仮定 (4)，(7)，(9) より， $\partial^2 W / \partial x_i^2 < 0$  かつ  $\partial^2 W / \partial \dot{x}_i^2 < 0$  である．したがって， $W$  のヘッセ行列の対角要素はすべて負であり，非対角要素はすべて 0 である．すなわち，

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 W}{\partial \dot{x} \partial x} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial \dot{x}} & \frac{\partial^2 W}{\partial \dot{x}^2} \end{bmatrix} < 0$$

が成り立つ．□

最適需要価格 (16) は，最適需要量と時刻の関数として定義されているが，実は最適発電量  $y_i^{\text{opt}}$ ，最適送電量  $z_{(i,j)}^{\text{opt}}$  とそれらの変化率  $\dot{y}_i^{\text{opt}}$ ， $\dot{z}_{(i,j)}^{\text{opt}}$  の関数としても記述できる．

**【命題 2】** 最適化問題の解  $x_i^{\text{opt}}(t) > 0$ ， $z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t)$  ( $t \in [0, 24]$ ) が存在したとする．(6)，(5)，(16)，(17) 式より，エリア  $i$  の最適電力価格  $p_i^{\text{opt}}(t)$  は

$$p_i^{\text{opt}}(t) = \left. \frac{dC_i(y_i^{\text{opt}})}{dy_i} \right|_{y_i^{\text{opt}}=x_i^{\text{opt}}(t)+z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t)}$$

$$-\frac{d}{dt} \frac{dS_i(\dot{y}_i^{\text{opt}})}{dy_i} \Big|_{y_i=\dot{x}_i^{\text{opt}}(t)+z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t)}$$

と求まる。

つぎに、送電に関する命題について述べる。

**【命題 3】** 最適化問題の解  $x_i^{\text{opt}}(t) > 0$ ,  $z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t)$  ( $t \in [0, 24]$ ) が存在したとする。時刻  $t$  でエリア  $i$  からエリア  $j$  へと正の送電  $z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t) > 0$  が起こるための必要十分条件は、エリア  $i$  の価格  $p_i^{\text{opt}}(t)$  がエリア  $j$  の価格  $p_j^{\text{opt}}(t)$  より安いことである。

(証明) (5), (19) 式より,

$$\frac{dT_{(i,j)}(z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t))}{dz_{(i,j)}} = -p_i^{\text{opt}}(t) + p_j^{\text{opt}}(t)$$

が成り立ち、仮定 (10) より命題の主張が従う。 □

**【命題 4】** 最適化問題の解  $x_i^{\text{opt}}(t) > 0$ ,  $z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t)$  ( $t \in [0, 24]$ ) が存在したとする。時間区間  $(t_1, t_2)$  でエリア  $i$  の最適発電量変化率  $\dot{y}_i^{\text{opt}}$  の変化率  $\ddot{y}_i^{\text{opt}}$  が十分小さいとする。このとき、時刻  $t \in (t_1, t_2)$  のエリア  $i$  からエリア  $j$  への最適送電量  $z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t) > 0$  が大きければ大きいほど、同時刻のエリア  $i$  の最適需要量  $x_i^{\text{opt}}(t) > 0$  は小さくなり、最適価格  $p_i^{\text{opt}}(t) > 0$  は高くなる。

(証明) (17) 式より、 $\ddot{y}_i^{\text{opt}}(t)$  が十分小さければ

$$\frac{\partial B_i(x_i^{\text{opt}}(t), t)}{\partial x_i} - \frac{dC_i(y_i^{\text{opt}})}{dy_i} \Big|_{y_i^{\text{opt}}=x_i^{\text{opt}}(t)+z_{(i,j)}^{\text{opt}}(t)} \approx 0$$

となる。したがって、仮定 (4), (7) より、最初の主張が成り立つ。つぎに、(16) 式と仮定 (4) より、最適需要量  $x_i^{\text{opt}}(t) > 0$  が小さくなれば、最適価格  $p_i^{\text{opt}}(t) > 0$  は高くなる。 □

エリア  $i$  のみで最適化問題を解いた最適需要量と最適価格を  $\bar{x}_i^{\text{opt}} > 0$  と  $\bar{p}_i^{\text{opt}} > 0$  とし、エリア  $i$  とエリア  $j$  が送電線で結ばれた場合の最適化問題を解いた最適需要量と最適価格を  $\hat{x}_i^{\text{opt}} > 0$  と  $\hat{p}_i^{\text{opt}} > 0$  とする。命題 4 より、エリア  $i$  からエリア  $j$  へと正の送電が起こると、 $\bar{x}_i^{\text{opt}} > \hat{x}_i^{\text{opt}}$  かつ  $\bar{p}_i^{\text{opt}} < \hat{p}_i^{\text{opt}}$  が成り立つ。命題 3 より、エリア  $i$  とエリア  $j$  から送電が起こるということは、エリア  $i$  の方が最適電力価格が安い。したがって、電力価格が安いエリアから高いエリアへと送電が発生することで、安いエリアの電力価格が高くなり、高いエリアの電力価格が安くなる。すなわち、エリア間の電力価格差が低減される。これに伴い、安いエリアの電力需要量は減少し、高いエリアの電力需要量は増加する。

## 4. 数値例

### 4.1 解くべき微分代数方程式

ここでは、Fig. 1 のように、2 エリアが送電線で接続されている場合を考える。各関数は条件を満たすように

$$D_i(x_i, t) = -\alpha_i x_i + g_i(t)$$

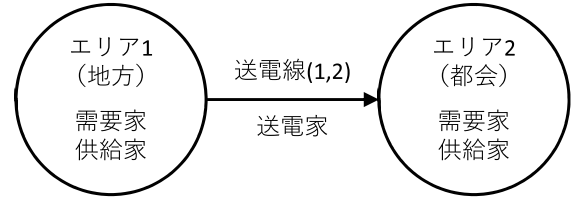


Fig. 1 Simulation model

Table 1 Simulation parameters

|            | エリア 1 | エリア 2 |
|------------|-------|-------|
| $u_i$      | 0.1   | 0.3   |
| $v_i$      | 0.1   | 0.2   |
| $\alpha_i$ | 1.0   | 1.0   |
| $\beta_i$  | 0.5   | 1.0   |
| $\gamma_i$ | 0.2   | 0.2   |
| $\delta$   | 1.0   |       |

$$C_i(y_i) = \beta_i y_i^2 / 2$$

$$S_i(y_i) = \gamma_i y_i^2 / 2$$

$$T_{12}(z_{(1,2)}) = \delta z_{(1,2)}^2 / 2$$

と特定化された形で与えられると想定する。以降では、 $z_{(1,2)}$  を単に  $z$  と表記する。各  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\delta$  は定数である。つぎに、 $g_i(t)$  は逆需要関数の連続的なシフトに対応しており、昼の 12 時付近で需要が増加する様子を表現するために、

$$g_1(t) = u_1 \sin\left(\frac{\pi(t+12)}{48}\right) + v_1$$

$$g_2(t) = u_2 \sin\left(\frac{\pi(t-2)}{20}\right) + v_2$$

とする。このとき、微分代数方程式 (17), (19) と横断性条件 (14), (15), (26), (27) を計算してから整理すると、等価な式として

$$-\alpha_i x_i + g_i(t) - \beta_i (x_i + (-1)^{i-1} z) + \gamma_i (\dot{x}_i + (-1)^{i-1} \dot{z}) = 0 \quad (i=1, 2) \quad (28)$$

$$z = (\alpha_1 x_1 - g_1(t) - \alpha_2 x_2 + g_2(t)) / \delta \quad (29)$$

$$x_i(0) = x_i(24) > 0, \dot{x}_i(0) = \dot{x}_i(24) = 0 \quad (i=1, 2) \quad (30)$$

を得る。解法の手順は、まず代数方程式 (29) を (28) 式に代入することで  $x_1, x_2$  についての連立微分方程式を得る。つぎに、得られた微分方程式を  $x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2$  についての横断性条件のもとで  $x_1(t), x_2(t)$  について解く。最後に、解  $x_1(t), x_2(t)$  を (29) 式に代入することで、 $z(t)$  が求まる。

### 4.2 各パラメータ

エリア 1 が地方、エリア 2 が都市という状況を想定し、各パラメータを Table 1 の値に設定する。エリア 2 はエリア 1 に比べ、参照需要量が大きく設定されている。ま

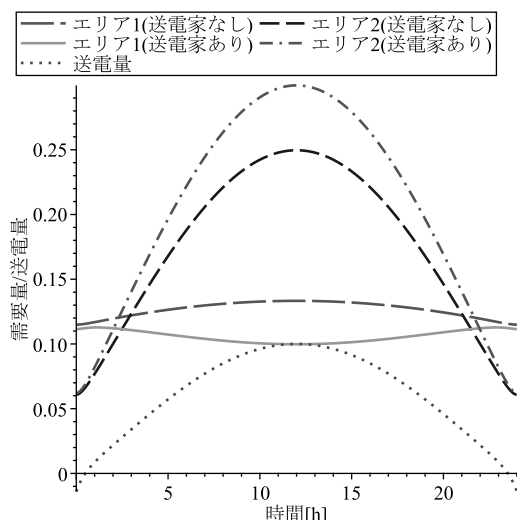


Fig. 2 Optimal demand

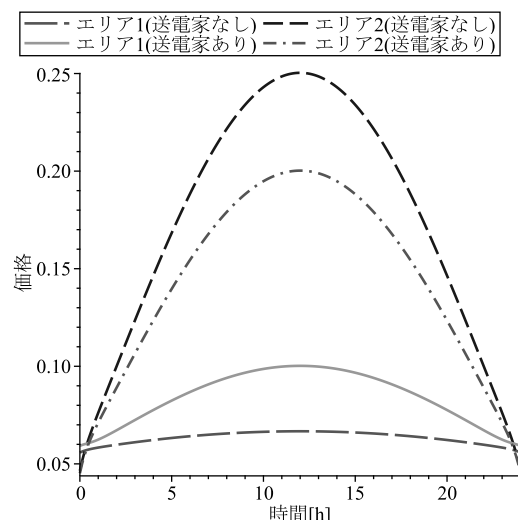


Fig. 4 Optimal price

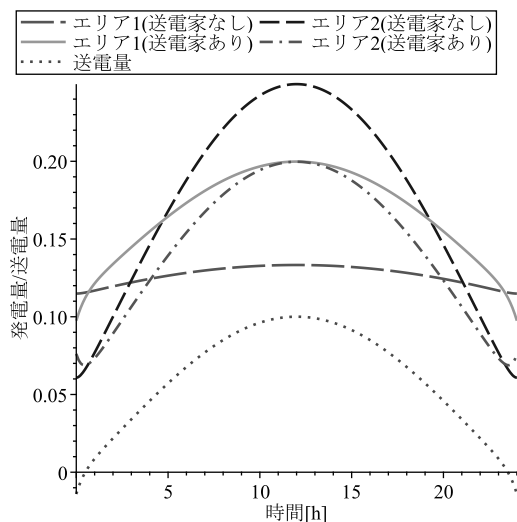


Fig. 3 Optimal supply

た，都市では日中と夜間の活動差が激しいことから，逆需要関数の時間的な変動も大きくなっている．供給曲線は，発電コストが高いと考えられるので，エリア2の方が傾きを大きく設定している．

### 4.3 結果と考察

各エリアごとに独立で価格決定問題を解いた場合と，エリア間の接続，すなわち送電線を考慮して価格決定問題を解いた場合の結果を比較する．微分代数方程式を数値的に解くことで得られた最適需要量と最適送電量を Fig. 2 に示し，それから求めた最適供給量を Fig. 3 に示す．また，逆需要関数 (16) から求めた最適価格を Fig. 4 に示す．数値計算には数式処理ソフトウェア Maple18 の dsolve を用いた．

Fig. 2 より，送電線を考慮した場合には，ピーク時付近でエリア1（地方）からエリア2（都市）へと送電が発生している．これは，都市での発電コストが高く，都市での需要を満たすために地方で安く発電した方が社会的に効率がよいからと考えられる．エリア2では，送電

線を考慮した場合の方が需要量が大きくなっている．これは，エリア1で安く発電された電力を送電してもらうことができるためであると考えられる．一方，エリア1ではエリア2へと電力を大量に送らないといけないため，日中の需要量が早朝や夜間よりも減少しており，需要のピークシフトが生じている．これに伴い，発電量に関しては，Fig. 3 に示すように，エリア2の発電量変化率は低減されたが，逆にエリア1はピーク時に，より多くの電力を発電しなければならず発電量変化率は増大した．一方，Fig. 4 の価格に注目すると，4 節で考察したとおり，エリア2では送電線を考慮した場合の方が電力価格は安く，エリア1では逆に高くなっている．これは，エリア2にはエリア1で発電された安い電力が流れ込むことで価格が低下し，一方エリア1では送電によって需要が増加し，価格が上昇するためである．

### 5. おわりに

需要家，供給家と送電家によって構成されるネットワーク構造をもつ前日スポット電力市場において，社会厚生を最大化する電力価格決定メカニズムを提案した．社会厚生は，電力取引による需要家の消費者余剰，供給家の利潤と送電家の利潤からなり，電力価格の決定は変分法から求まる微分代数方程式を解くことに帰着された．そして，2 エリアからなる電力市場を対象とし，数値シミュレーションによって，送電を認めることによって各エリアの電力価格が変わることを確認した．具体的には，送電元のエリア1（地方）では電力価格が上昇，送電先のエリア2（都市）では送電によって電力価格が下落した．これは，エリア1で発電された安い電力が需要の多いエリア2に送電され，エリア1では供給力が低下するためである．

## 謝 辞

本研究は、科学技術振興機構 (JST) の戦略的創造研究推進事業 CREST における研究領域「分散協調型エネルギー管理システム構築のための理論及び基盤技術の創出と融合展開」(課題番号 JPMJCR15K2) の助成を受けた。

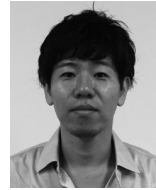
## 参考文献

- [1] 小林: 電力システム改革の動向; 電気新聞, Vol. 5・6, [http://www.kdh.or.jp/pdf/safe/document/by\\_es/h2705.06\\_2.pdf](http://www.kdh.or.jp/pdf/safe/document/by_es/h2705.06_2.pdf) (2015)
- [2] 経済産業省: 電力システム改革専門委員会報告 (2013)
- [3] J. Nicolaisen, V. Petrov and L. Tesfatsion: Market power and efficiency in a computational electricity market with discriminatory double-auction pricing; *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 5, No. 5, pp. 504–523 (2001)
- [4] R. P. McAfee: A dominant strategy double auction; *Journal of Economic Theory*, Vol. 56, No. 2, pp. 434–450 (1992)
- [5] V. A. Kazakov, A. M. Tsirlin and A. A. Ahremenkov: About control of electricity market; *Automation and Remote Control*, Vol. 70, No. 10, pp. 1715–1727 (2009)
- [6] 八田: 電力競争市場の基本構造; *RIETI Discussion Paper Series*, 04-J-029 (2004)
- [7] 田中: 電力の急峻な需要変動を抑制するリアル・タイム料金; 日本経済研究, Vol. 46, pp. 80–102 (2002)
- [8] 福島: 電力自由化を考える—電力自由化と電力系統—; 第20回エネルギー未来技術フォーラム, 電力中央研究所 (2001)
- [9] 服部: ノルウェーにおける電力市場自由化の現状と評価—電力取引所・小売市場・インセンティブ規制の動向; 電力中央研究所報告 Y 研究報告 2, 巻頭-1 (2000)
- [10] F. C. Schweppe, M. C. Caramanis, R. D. Tabors and R. E. Bohn: *Spot Pricing of Electricity*, Kluwer Academic Publishers (1988)
- [11] A. W. Berger and F. C. Schweppe: Real time pricing to assist in load frequency control; *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 4, No. 3, pp. 920–926 (1989)
- [12] R. E. Bohn, M. C. Caramanis and F. C. Schweppe: Optimal pricing in electrical networks over space and time; *The RAND Journal of Economics*, Vol. 15, No. 3, pp. 360–376 (1984)
- [13] Z. Wang, R. Paranjape, A. Sadanand and Z. Chen: Residential demand response: An overview of re-

cent simulation and modeling applications 2013; *26th IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, pp. 1–6 (2013)

## 著者略歴

かわの ゆう  
河野 佑



2011年大阪大学大学院基礎工学研究科博士前期課程修了, 2013年同研究科博士後期課程修了. 同年京都大学情報学研究科特定研究員・JST CREST 研究員, 2016年より Groningen 大学研究員となり現在に至る. 2012年 Tallinn 工科大学研究生, 2013年日本学術振興会特別研究員, 2015年 Groningen 大学客員研究員. 主として非線形制御理論に関する研究に従事. 博士 (工学). IEEE の会員.

さわ だ い  
澤田 英司



2010年慶應義塾大学大学院経済学研究科後期博士課程単位取得退学. 慶應義塾大学経済学部助教, 早稲田大学理工学研究所招聘研究員などを経て, 2015年九州産業大学経済学部経済学科講師, 現在に至る. 博士 (経済学).

やす い ひろ  
安居 貴弘



2014年京都大学工学部物理工学科卒業, 2016年同大学大学院情報学研究科修士課程修了. 同年ポストンコンサルティンググループに入社し現在に至る. 修士 (情報学).

おお つか としゆき  
大塚 敏之 (正会員)



1995年東京都立科学技術大学大学院工学研究科工学システム専攻博士課程修了. 同年筑波大学構造工学系講師, 1999年大阪大学大学院工学研究科講師, 2003年同助教授, 2007年同大学大学院基礎工学研究科システム創成専攻教授, 2013年京都大学大学院情報学研究科システム科学専攻教授, 現在に至る. 主として, 非線形制御と最適制御の理論と応用に関する研究に従事. 博士 (工学). 計測自動制御学会, 日本航空宇宙学会, 日本機械学会, IEEE などの会員.