

(続紙 1)

京都大学	博士 (理学)	氏名	東山 和巳
論文題目	The semi-absolute anabelian geometry of geometrically pro- p arithmetic fundamental groups of associated low-dimensional configuration spaces (付随する低次元配置空間の副 p 幾何的数論的基本群の半絶対遠アーベル幾何学)		
(論文内容の要旨)			
<p>双曲的代数曲線やその点配置空間のエタール基本群に付随する外ガロア表現は、グロタンディークが1980年代に提唱した遠アーベル幾何学の枠組みにおける、中心的な研究対象である。特に、グロタンディークによる「双曲的代数曲線の幾何学が、そのエタール基本群に付随する外ガロア表現で完全に決定されるであろう」という遠アーベル基本予想は、遠アーベル幾何学におけるもっとも基本的な問題である。</p> <p>数体や混標数局所体、あるいは、より一般に一般化劣p進体上の双曲的代数曲線に対する上記遠アーベル予想の研究の代表的な成果として、本学望月新一教授による以下の3つの結果を挙げることができる。</p> <p>(1) 一般化劣p進体上の双曲的代数曲線は、そのエタール基本群 (あるいは、より強く、その幾何学的副p商) に付随する外ガロア表現から復元される。</p> <p>(2) 数体、あるいは、混標数局所体上の狭義ベリー型双曲的代数曲線は、そのエタール基本群から復元される。</p> <p>(3) 素数p、そして、p以外の素数とpを含む素数の集合Sを固定する。このとき、剰余標数pの混標数局所体上の双曲的代数曲線は、そのエタール基本群の幾何学的副S商、及び、閉点に付随する分解群というデータから復元される。</p> <p>このような背景のもと、本論文で、東山和巳氏は、双曲的代数曲線の点配置空間のエタール基本群を有効に活用することで、上記3つの結果に関連する成果を得た。本論文の主要な成果の1つは、以下のとおりである。一般化劣p進体上の(g, r)型双曲的代数曲線と正整数nを固定する。このとき、(a) 曲線に付随する副p外ガロア表現に関するある技術的な条件、(b) (g, r, n)という3つ組に関するある技術的な条件、(c) 曲線の有理点に関するある技術的な条件、という3つの条件のもと、固定した曲線のn点配置空間のエタール基本群の最大副p商、及び、幾何学的部分群と、閉点に付随する分解群というデータから、元々の双曲的代数曲線が決定される (定理0.1を参照)。</p> <p>上述の定理の証明において核となるもっとも重要な部分は、(g, r, n)が$(0, 3, 2)$の場合の、与えられたデータからの基礎体の復元である。東山氏は、これを実現するために、分裂$(0, 3)$型双曲的代数曲線の2点配置空間の有理点集合、及び、そこに作用するスキーム論的対称性などからなるあるデータから出発して、基礎体を復元するという、いわゆる「遠アーベル幾何学」とは独立した (しかも、任意の体に対して適用可能な) 復元定理を証明した (定理0.3を参照)。</p>			

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

数論的な体の上の双曲的代数曲線やその点配置空間のエタール基本群の研究、特にそういった対象に対する遠アーベル予想の研究は、遠アーベル幾何学におけるもつとも基本的な問題であり、本学数理解析研究所をその1つの世界的中心拠点として、これまでも様々な研究が行われてきた。本論文の主要な結果は、その遠アーベル予想の「半絶対版」と呼ばれるバージョンに関する結果であり、東山氏は、「半絶対版」の設定において、エタール基本群の幾何学的副 p 商や最大副 p 商を復元の出発点とする研究を行った。これまでも行われてきた半絶対版（あるいは、絶対版）遠アーベル予想の研究において、代数多様体のエタール基本群の幾何学的副 p 商や最大副 p 商といった非常に小さい商を復元の出発点とする結果は見当たらない。この意味でも、本論文の遠アーベル幾何学への貢献は、重要なものであると評価することができる。

遠アーベル予想の研究の具体的な内容は、非常に大雑把には、適切な設定における群からの環あるいは体の復元ということになる。この観点による本論文の核は、定理 0.3 である。これは、分裂 $(0, 3)$ 型双曲的代数曲線の2点配置空間の有理点集合、及び、そこに作用するスキーム論的対称性などからなるあるデータから出発して、基礎体を復元するという結果である。この定理を証明するために、東山氏は、考察下の2点配置空間の幾何学の複雑な組み合わせ論的現象を整理して、基礎体の体構造に関わる部分を適切に抽出した。組み合わせ論的に複雑な状況から出発して、その上、「配置空間の幾何学」を用いてそれとは一見無関係と思われる「基礎体の体構造」の復元を実際に遂行した東山氏の力量は、評価するべきものであると考えられる。また、この復元定理は、汎用性が高く、今後の遠アーベル幾何学の研究における応用も、十分に期待できる。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成30年12月27日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公表可能日： _____ 学位授与後即日 _____